
Module d'outil mathématique 2 : Devoir Surveillé

Merci de répondre **directement et uniquement** sur le sujet. Durée : 1h30.
Calculatrice IUT autorisée. Formulaire A4 recto-verso manuscrit autorisé.

NOM :

GROUPE :

NOTE :

/20

1. Résoudre l'équation différentielle $y'' + 4y' - 5y = 2\exp(-x)$ avec $y(0) = -1/4$ et $y'(0) = 5/4$.

2. On considère le chemin \mathcal{C} constitué :

- d'une première partie, que l'on note \mathcal{C}_1 , reliant le point $A(-1; -1)$ au point $B(1; 1)$ au travers de la droite d'équation $y = x$;
- d'une seconde partie, que l'on note \mathcal{C}_2 , reliant le point $B(1; 1)$ au point $A(-1; -1)$ via le point $C(1; -1)$ par le biais d'un arc du cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}$. Suggestion : traiter cette partie en coordonnées polaires.

On considère de plus les formes différentielles $dv = 4(x + y)dx + (4x + 2y^2)dy$ et $dw = (x^2 - y)dx + (y^2 + x)dy$.

2.1 Tracer le chemin \mathcal{C} en précisant \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 .

2.2 Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\mathcal{C}} dv$ après avoir vérifié s'il s'agit ou pas d'une forme exacte.

--	--

2.3 Calculer l'intégrale curviligne $\int_{\mathcal{C}} dw$ après avoir vérifié s'il s'agit ou pas d'une forme exacte, et en procédant par étape (d'abord sur \mathcal{C}_1 puis sur \mathcal{C}_2).

--	--

3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points $A(0; 2)$, $B(1; -2)$ et $C(5; 0)$.

3.1 Déterminer les coordonnées de D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

--	--

3.2 Calculer l'aire du parallélogramme $ABCD$.

--	--

3.3 Déterminer l'équation de \mathcal{D} , la médiatrice de $[BC]$.

--	--

4. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1; -1; 2)$, $B(-1; 0; -1)$ et le vecteur $\vec{BC} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$.

4.1 Déterminer les coordonnées de C .

--	--

4.2 Calculer l'aire du triangle ABC .

--	--

4.3 Déterminer un vecteur \vec{n} normal au plan Π contenant le triangle ABC , et en déduire l'équation de Π .

--	--

4.4 Calculer la distance entre le point $M(1; 2; 3)$ et le plan Π .

--	--

4.5 Calculer le volume du parallélépipède engendré par le trièdre $(\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC})$ et préciser si ce trièdre est direct ou indirect.

--	--

4.6 Déterminer les coordonnées sphériques $(r; \phi; \theta)$ du point A sans détailler les calculs.

--	--