Outils mathématiques — Test 1 — Septembre 2021

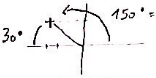
Merci de répondre directement et uniquement sur cette feuille. Durée : 10 min.

NOM : **GROUPE :** **NOTE :** /2

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^6 = 4 \cdot \left(-\sqrt{3} + j\right)$ *(1 pt)*

$4(-\sqrt{3}+j) = 4 \cdot 2\, e^{j5\pi/6}$

$= 8e^{j5\pi/6}$



→ On cherche r et θ tels que $r^6 e^{j6\theta} = 8e^{j5\pi/6} \Leftrightarrow \begin{cases} r^6 = 8 & r > 1 \\ 6\theta = \frac{5\pi}{6}\ [2\pi] \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{2} \\ \theta = \frac{5\pi}{36} \left[\frac{2\pi}{6} = \frac{12\pi}{36} \right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \sqrt{2}e^{j5\pi/36} \\ z_2 = \sqrt{2}e^{j17\pi/36} \\ z_3 = \sqrt{2}e^{j29\pi/36} \\ z_4 = \sqrt{2}e^{j41\pi/36} \\ z_5 = \sqrt{2}e^{j53\pi/36} \\ z_6 = \sqrt{2}e^{j65\pi/36} \end{cases}$

2. Soit $A(-1;1)$; $B(3;4)$ et $\mathcal{D} = \{M(x;y)\ /\ 3x - y + 2 = 0\}$. Déterminer : *(1 pt)*

(a) une équation de la droite $\mathcal{D}_1$ passant par A et perpendiculaire à $\mathcal{D}$;

$\mathcal{D}_1 = \{ M(x;y) / \vec{AM} \perp \vec{u} \}$ avec $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{u} = 0$.

$\vec{AM} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{AM} \cdot \vec{u} = 0 = \begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = x + 1 + 3y - 3 = 0$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{D}_1 : \ x + 3y - 2 = 0}$

(b) une équation de la droite $\mathcal{D}_2$ passant par A et parallèle à $\mathcal{D}$;

$\mathcal{D}_2 = \{ M(x;y) / \vec{AM} /\!/ \vec{u} \}$ avec $\vec{AM} /\!/ \vec{u} \Leftrightarrow \det(\vec{AM}; \vec{u}) = 0$

$\begin{vmatrix} x+1 & 1 \\ y-1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3x + 3 - y + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{\mathcal{D}_2 : \ 3x - y + 4 = 0}$

(c) un vecteur normal à la droite (AB).

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3+1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} \ / \ \vec{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et ses colinéaires

Outils mathématiques — Test 1 — Septembre 2021

Merci de répondre directement et uniquement sur cette feuille. Durée : 10 min.

NOM : **GROUPE :** **NOTE :** /2

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^5 = 4 \cdot (-1 + j)$ *(1 pt)*

$4(-1+j) = 4.\sqrt{2}e^{j3\pi/4}$

$\Rightarrow$ On cherche r et θ / $r^5 e^{j5\theta} = 4\sqrt{2}e^{j3\pi/4}$ $\Rightarrow \begin{cases} r^5 = 4\sqrt{2} & r > 1 \\ 5\theta = \frac{3\pi}{4} [2\pi] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt{2} \\ \theta = \frac{3\pi}{20} [\frac{2\pi}{5} = \frac{8\pi}{20}] \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = \sqrt{2}\, e^{j3\pi/20} \\ z_2 = \sqrt{2}\, e^{j11\pi/20} \\ z_3 = \sqrt{2}\, e^{j19\pi/20} \\ z_4 = \sqrt{2}\, e^{j27\pi/20} \\ z_5 = \sqrt{2}\, e^{j35\pi/20} \end{cases}$

2. Soit $A(1;-1)$; $B(4;3)$ et $\mathcal{D} = \{M(x;y) \ / \ 2x - y + 4 = 0\}$. Déterminer : *(1 pt)*

(a) une équation de la droite $\mathcal{D}_1$ passant par A et perpendiculaire à $\mathcal{D}$;

$\mathcal{D}_1 = \{M(x;y) / \vec{AM} \perp \vec{u}\}$ avec $\vec{u} = (1;2)$ $\quad \vec{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \vec{AM}.\vec{u} = 0$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow x - 1 + 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\mathcal{D}: x + 2y + 1 = 0}$

(b) une équation de la droite $\mathcal{D}_2$ passant par A et parallèle à $\mathcal{D}$;

$\mathcal{D}_2 = \{M(x;y) / \vec{AM} \parallel \vec{u}\}$ $\Rightarrow \begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ y+1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad 2x - 2 - y - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{\mathcal{D}_2 : 2x - y - 3 = 0}$

(c) un vecteur normal à la droite (AB).

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ 3+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{n} / \vec{n}.\vec{AB} = 0 \rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ ou encore $\vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et les colinéaires.