## Outils mathématiques 2 – DS de janvier 2021 – NOM:

Note:

20 points, 90 minutes. Les parties sont indépendantes. Calculatrice collège et formulaire manuscrit A4 recto-verso autorisés. Répondre uniquement sur ce sujet.

## Partie 1 : continuité et dérivabilité – 2 points

On considère la fonction  $h(x) = \frac{1}{x} \cdot \ln \left( \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)$ 

1. déterminer  $\tilde{h}$ , le prolongement par continuité de h.

**Partie 2 : décomposer en éléments simples pour intégrer** – 5,5 points Décomposer en éléments simples et donner les primitives des trois fonctions suivantes :

1. 
$$f(x) = \frac{5x - 2}{(x - 4)(x + 2)}$$

2. étudier la dérivabilité de *h* en 0.

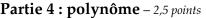
2. 
$$g(x) = \frac{2x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 5}{(x+1)^2}$$

3. 
$$h(x) = \frac{2}{x^2(x^2+1)}$$

Partie 3 : branches infinies – 4,5 points

1. Étudier les branches infinies de la fonction  $f(x) = \frac{x - \ln(x)}{x^2 - 2}$ 

2	Étudier les branches infinies de la fonction $g(x)$ =	_	$x^3 - 3x^2 - 2x + 2$
۷٠	Etudier les branches minnes de la fonction $g(x)$ =	-	$x^2 - 1$



**Partie 4 : polynôme** – 2,5 points On considère le polynôme  $P(x) = x^3 - 3x^2 - 24x - 28$ . Déterminer l'ensemble des racines de P sachant qu'il admet une racine double.

## **Partie 5 : intégration** – 5,5 points

1. Déterminer F(x), la primitive de  $f(x) = \arctan(x)$  s'annulant en x = 0.

2. Intégrer 
$$I = \int_1^e (x+1) \cdot \ln(x) \cdot dx$$

3. Calculer 
$$K = \int_1^e \frac{\ln^n(x)}{x} dx = \int_1^e \frac{[\ln(x)]^n}{x} dx$$
 où  $n \neq -1$ .

4. (a) Intégrer 
$$J = \int_a^1 \frac{x \cdot \ln(x)}{(x^2 + 1)^2} dx$$
 avec  $a > 0$ .

(b) Que vaut J quand  $a \rightarrow 0$ ?