TD 3 : Recherche des zéros

Exercice 3.1 : Relaxation

(a) Implémentez la méthode de relaxation du cours pour la fonction $f(x) = 2e^x - xe^x - 1$ avec $\phi(x) = 2 - e^{-x}$ et $x_1 = 1$.

(b) Essayez de trouver un point fixe de la fonction $\phi(x) = e^{1-x^2}$ par la méthode de relaxation avec $x_1 = \frac{1}{2}$. Qu'est-ce que vous observez ?

(c) Montrez qu'il est équivalent de trouver un point fixe de la fonction $\phi(x) = \sqrt{1 - \log x}$. Qu'est-ce qu'on observe maintenant si on choisit $x_1 = \frac{1}{2}$? Quelle est l'explication ?

Exercice 3.2 : Méthode de la sécante

Implémentez la méthode de la sécante du cours. Appliquez votre code à la fonction $f(x) = x - \cos(x^2)$ avec les valeurs de départ $x_0 = 1$ et $x_1 = 0.5$.

Exercice 3.3 : Diffraction par une fente

On considère la diffraction d'une onde lumineuse monochromatique de longeur d'onde λ par une fente de largeur a. La figure de diffraction obtenue sur un écran à distance d de la fente est décrite par l'intensité $I(x)$

$$I(x) = I_0 \operatorname{sinc}^2 \frac{\pi a\, x}{\lambda d}\,, \qquad \text{avec } \operatorname{sinc} t \equiv \frac{\sin t}{t}\,.$$

On prend $a = 5$ μm, $\lambda = 600$ nm et $d = 20$ cm.

(a) *Sur papier :* Trouvez une fonction dont les zéros donnent les positions x des maxima d'intensité.

(b) Calculez les positions des 3 premiers maxima. Utilisez la méthode de Newton avec une précision numérique relative d'au moins 10^{-3}.

Indication : Il faudra choisir un point de départ assez proche du zéro pour que la méthode converge. Repérez d'abord la position approximative des zéros, ou expérimentez avec plusieurs points de départ.