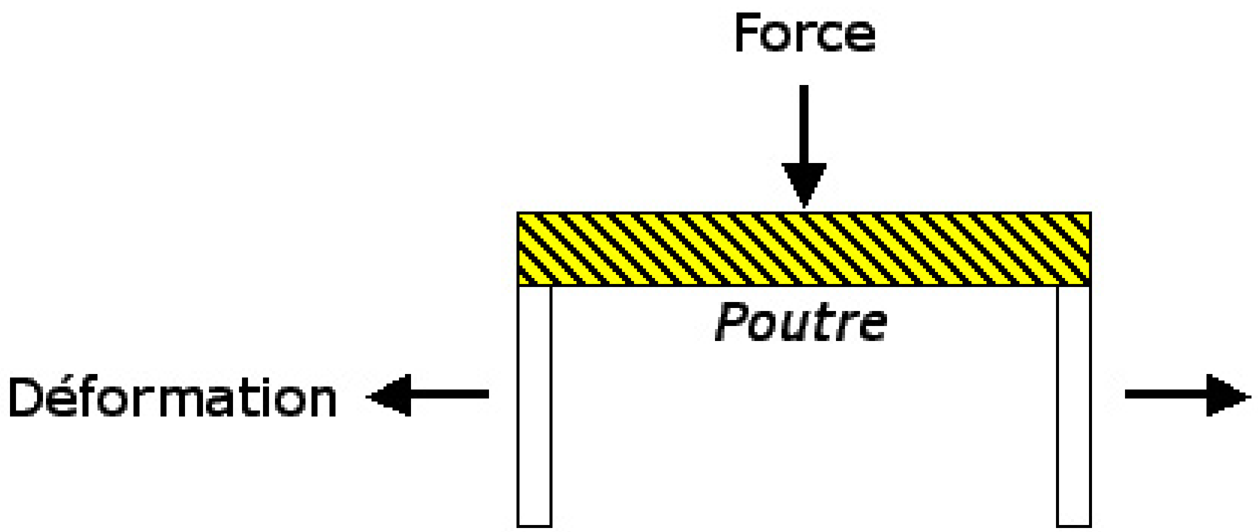
Notion de force

$F = m \times g$

g : accélération de la pesanteur : 9,81 m/s²

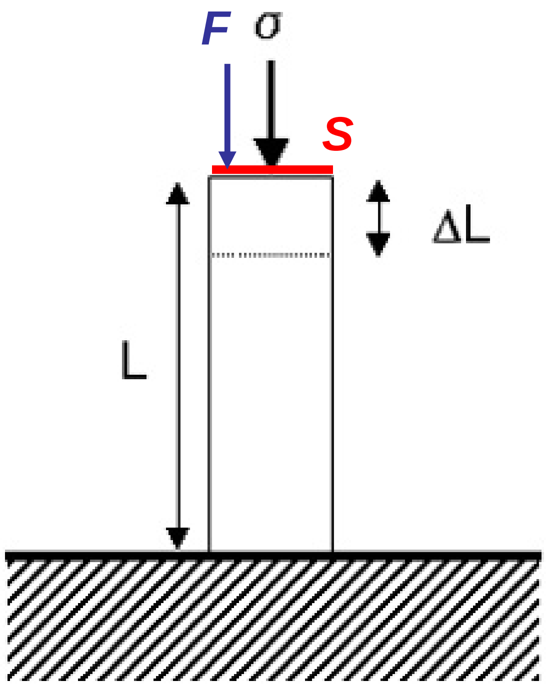
m : masse kg



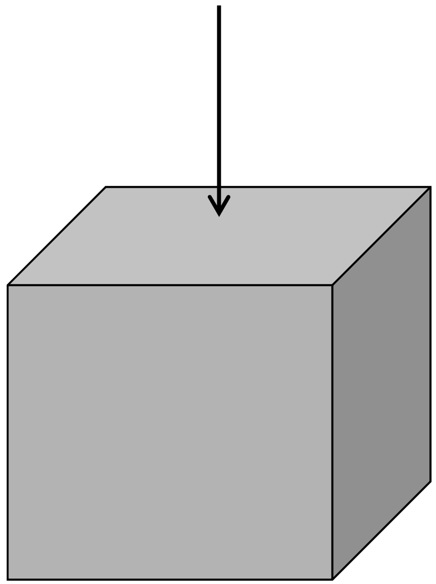
Notion de contraintes

Elle se mesure en Pascal (Pa).

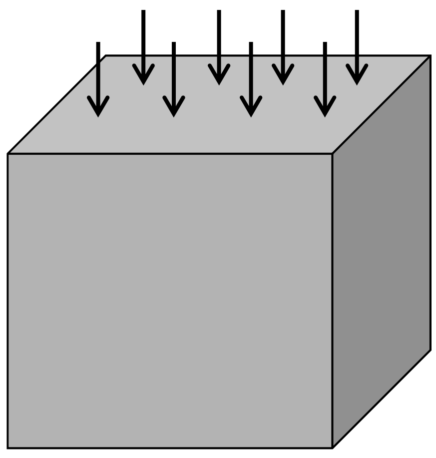
$$\sigma = \frac{F}{S}$$



Notion de contraintes



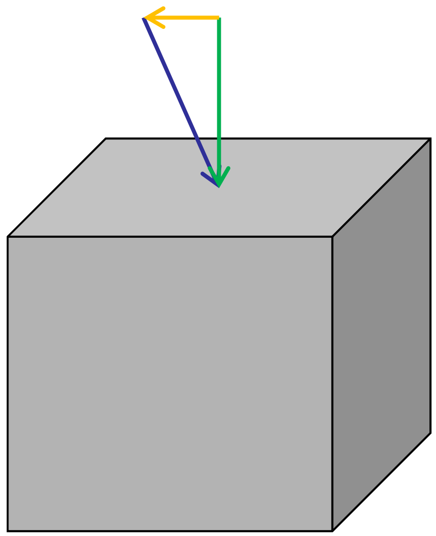
Notion de contraintes



Notion de contraintes

Une contrainte s'exerce toujours sur une surface:

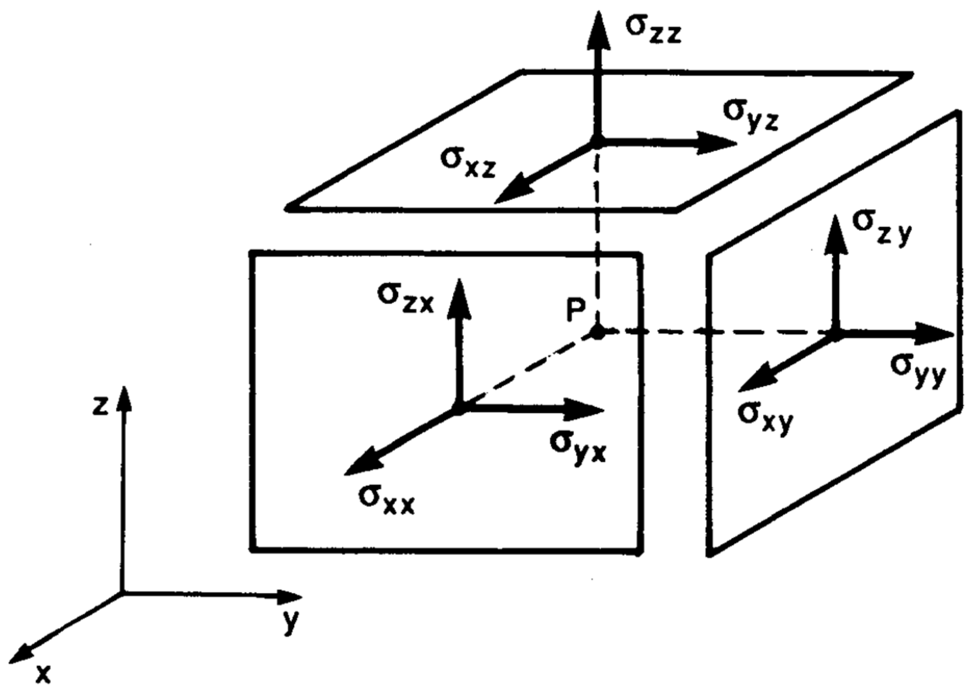
1) Contrainte perpendiculaire à une surface = contrainte normale
2) Contrainte tangentielle à la surface



contrainte normale +
contrainte tangentielle

Notion de contraintes

Définition du tenseur des contraintes sur un volume élémentaire:
Contraintes normales / Contraintes tangentielles

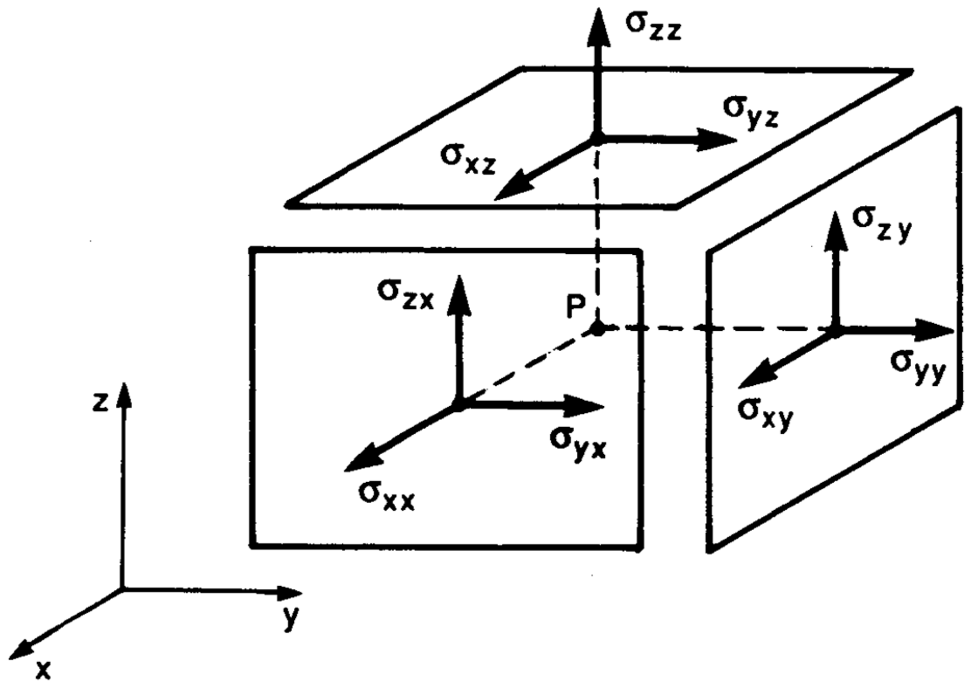


Composantes du tenseur [σ]

Notion de contraintes

Les 3 composantes sont nommées σij avec i direction de la contrainte et j la direction de la normale au plan sur lequel elle s'applique.

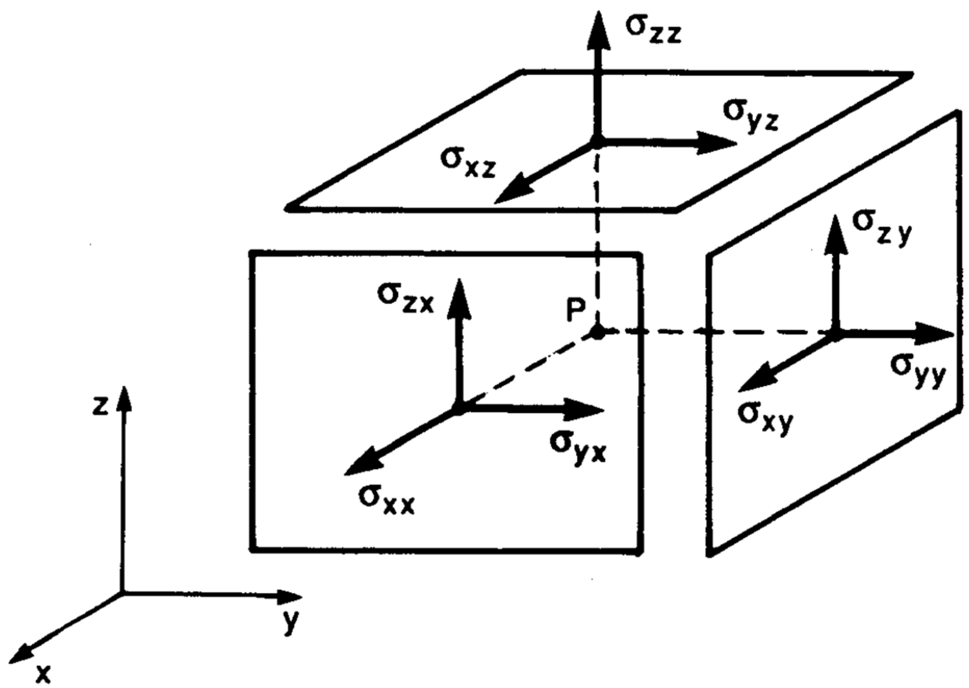
== > σ_{xz}?



Composantes du tenseur [σ]

Notion de contraintes

La condition d'équilibre du cube implique σij=σji.

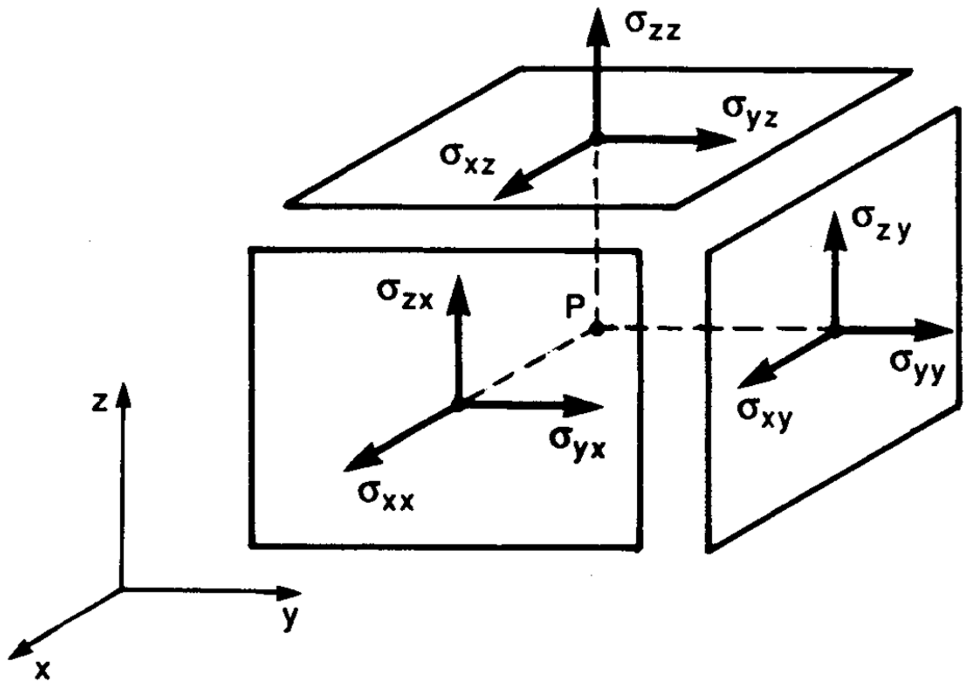


Composantes du tenseur [σ]

Notion de contraintes

La condition d'équilibre du cube implique $\sigma ij = \sigma ji$.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma 11 & \sigma 12 & \sigma 13 \\ \sigma 21 & \sigma 22 & \sigma 23 \\ \sigma 31 & \sigma 23 & \sigma 33 \end{pmatrix}$$



Composantes du tenseur [σ]

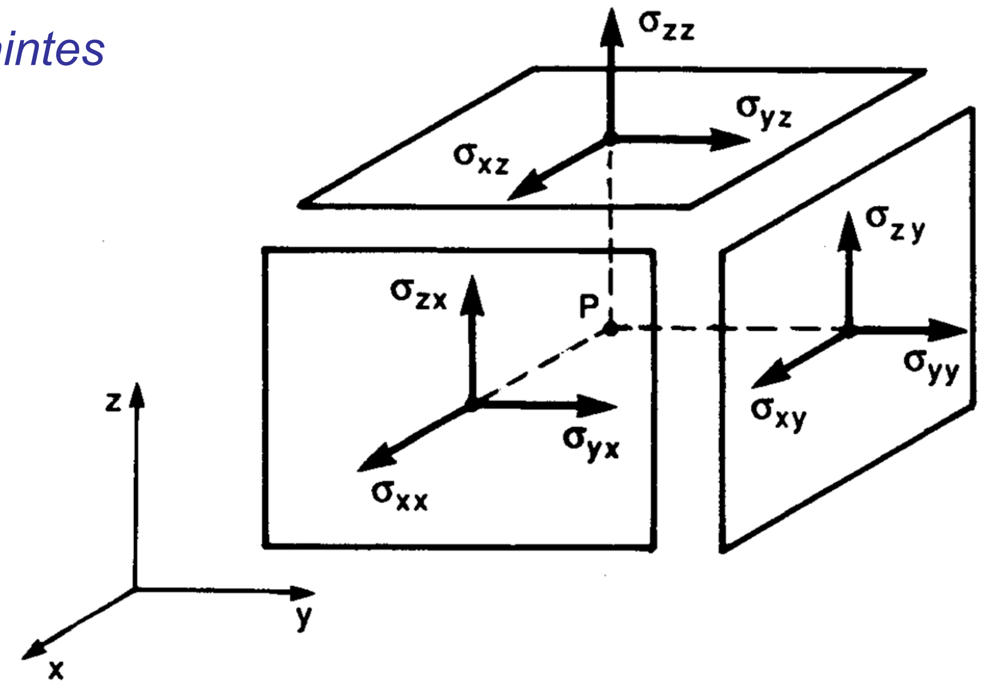
Notion de contraintes

Notion de contraintes principales

Notion de contrainte hydrostatique

Notion de déviateur des contraintes

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma 11 & \sigma 12 & \sigma 13 \\ \sigma 21 & \sigma 22 & \sigma 23 \\ \sigma 31 & \sigma 23 & \sigma 33 \end{pmatrix}$$

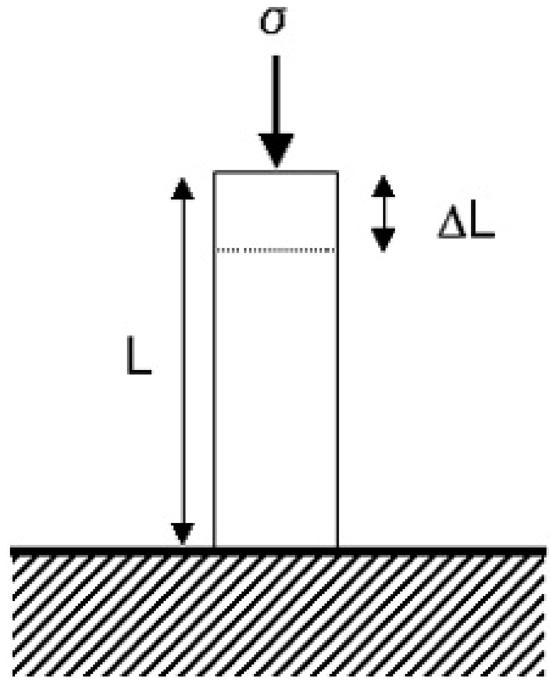


Composantes du tenseur [σ]

Notion de déformation

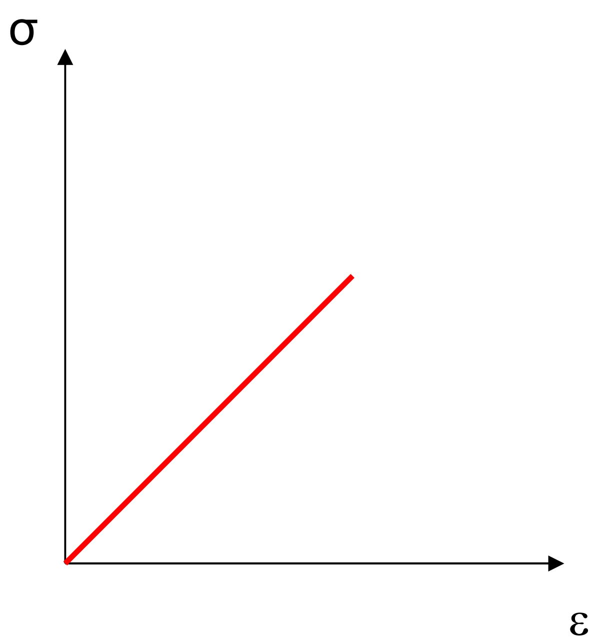
La déformation est sans unité.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$



Notion d'élasticité: loi de Hooke

La contrainte de traction appliquée à un matériau et la déformation qui en résulte est constant tant que la déformation est petite. (Thomas Young, 1773-1829)



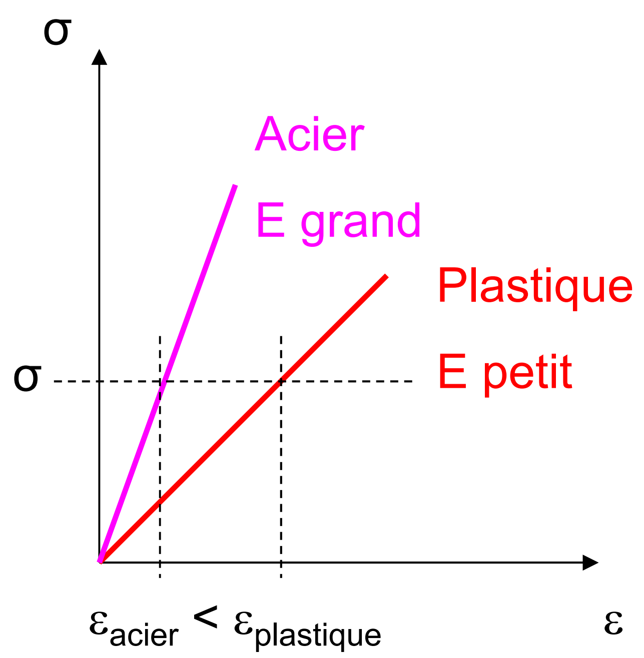
$$\sigma = E\varepsilon$$

E: module de Young (Pa)

Notion d'élasticité: loi de Hooke

La contrainte de traction appliquée à un matériau et la déformation qui en résulte est constant tant que la déformation est petite.

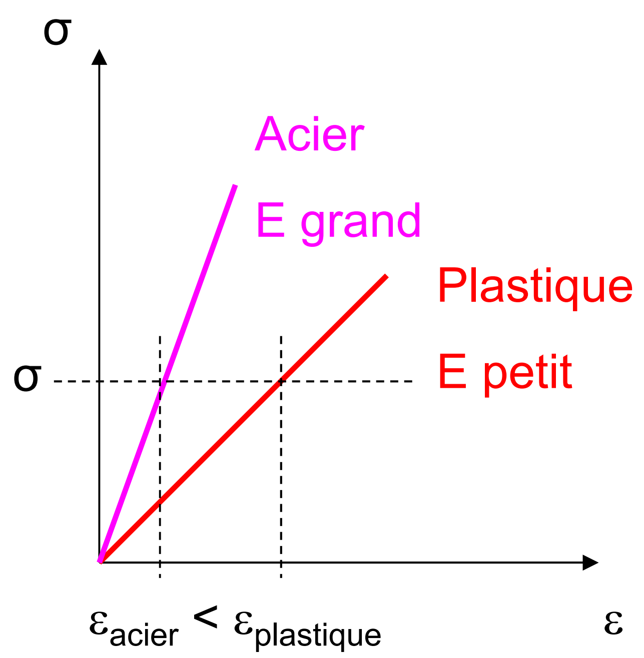
$$\sigma = E\varepsilon$$



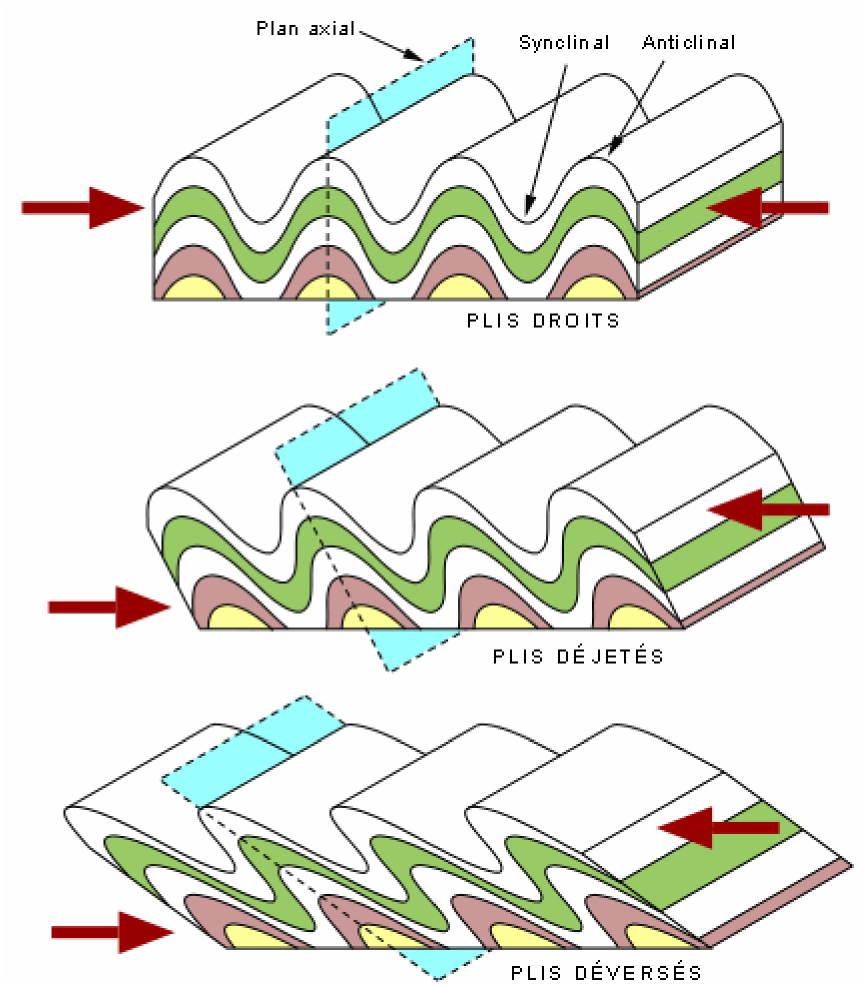
Notion d'élasticité: loi de Hooke

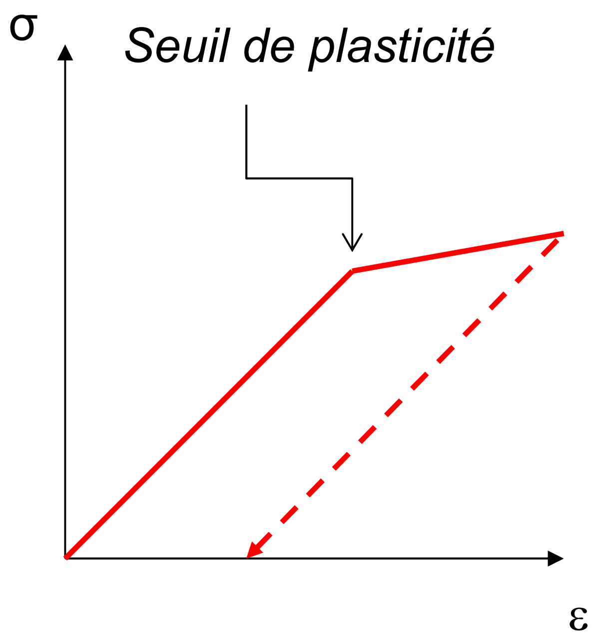
La contrainte de traction appliquée à un matériau et la déformation qui en résulte est constant tant que la déformation est petite.

$$\sigma = E\varepsilon$$



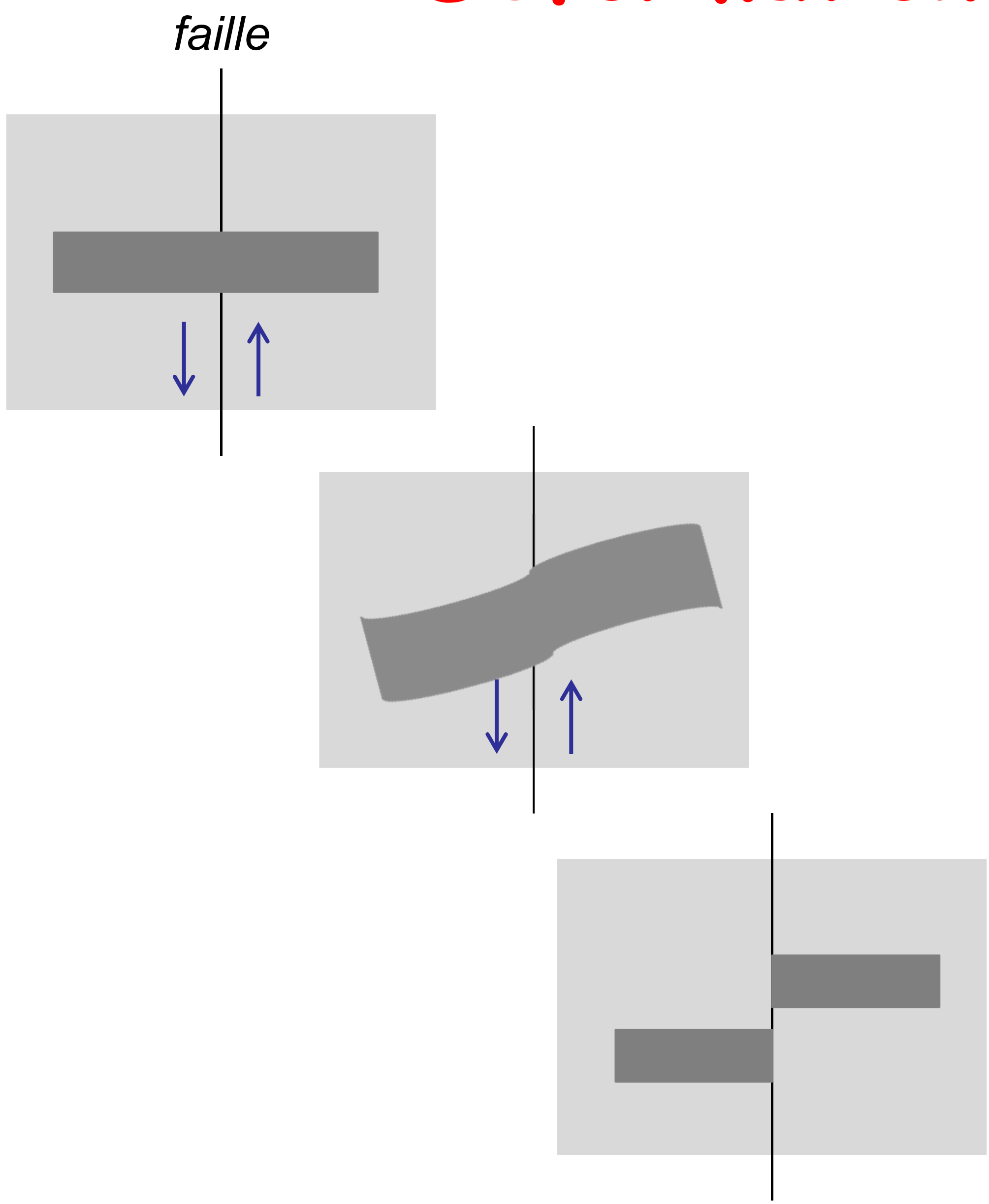
Déformation plastique

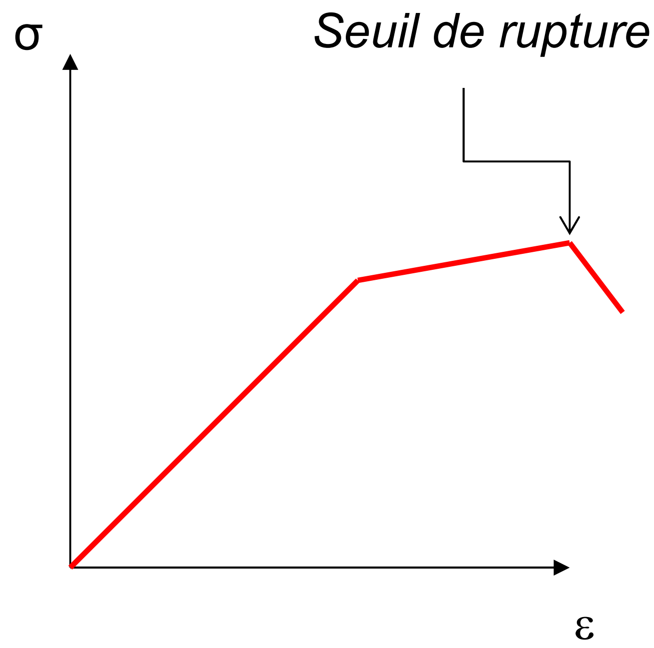




Relâchement de contraintes:
la déformation est permanente mais pas cassante

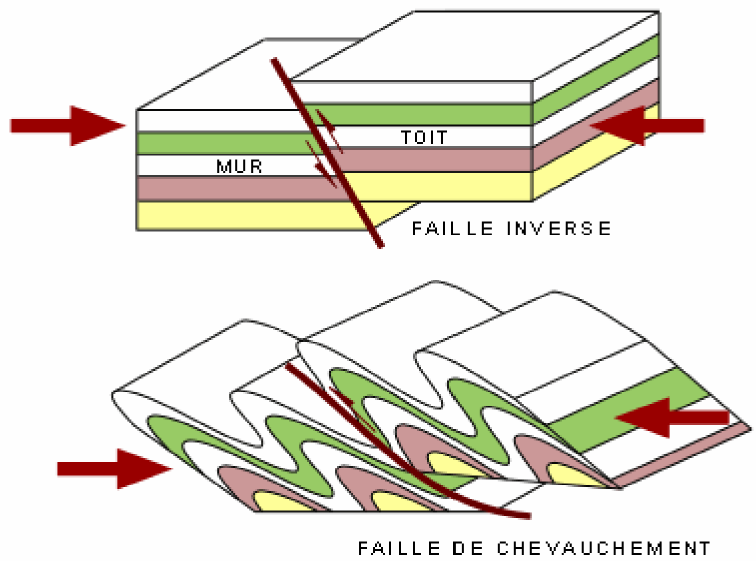
Déformation cassante

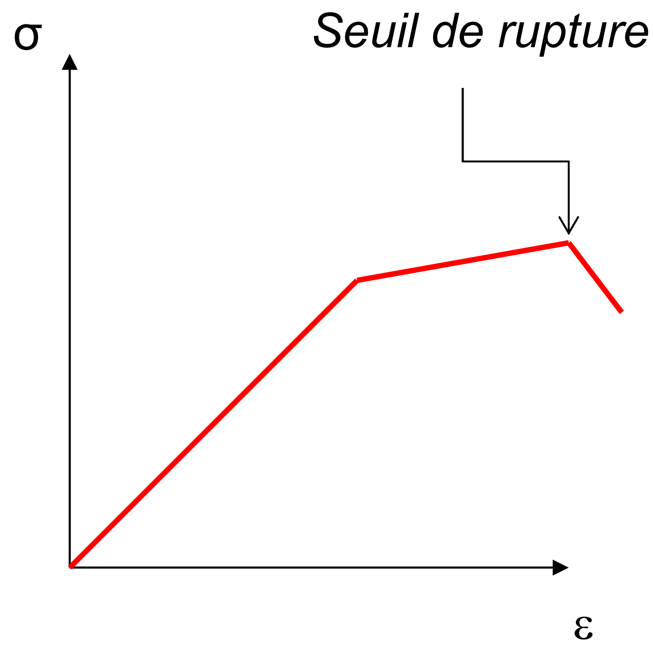




Dépassement du seuil de rupture: déformation cassante.

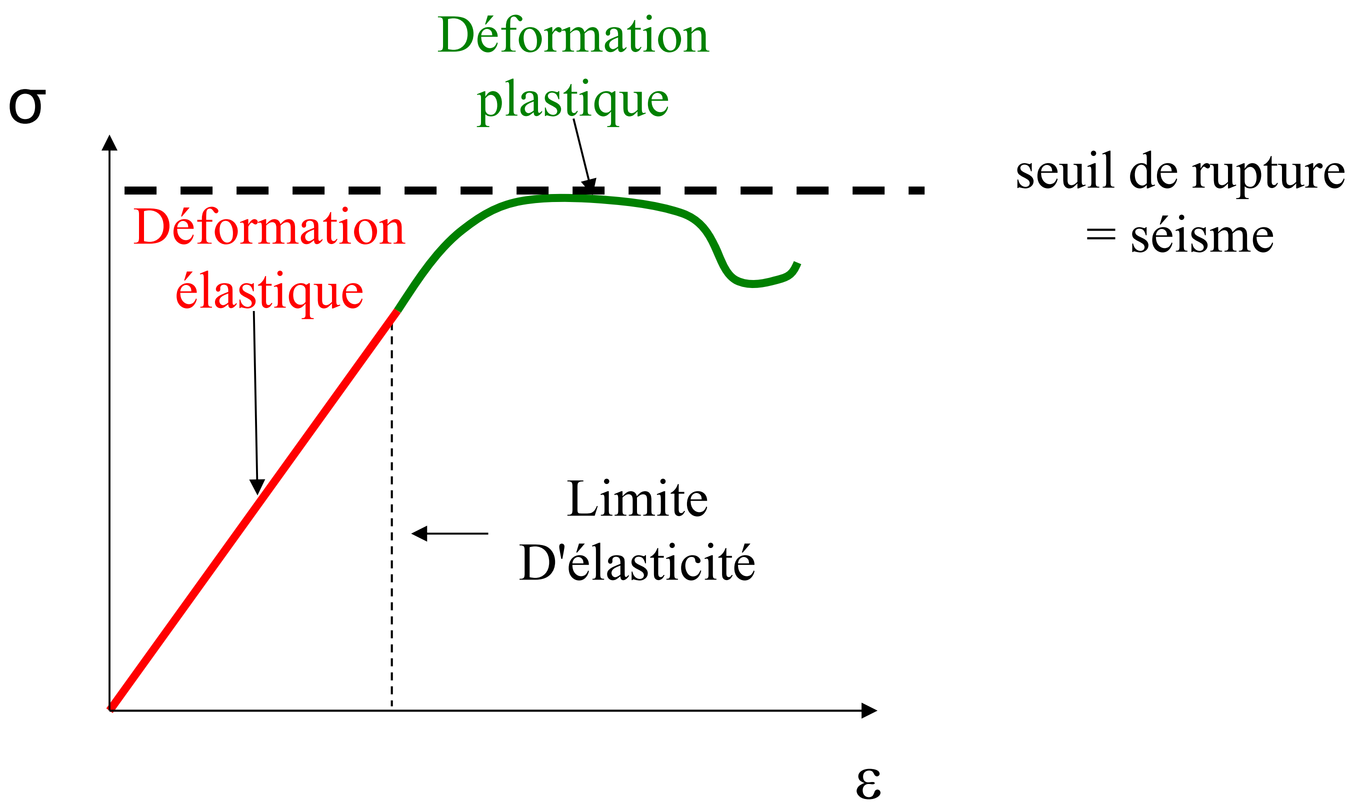
Déformation cassante





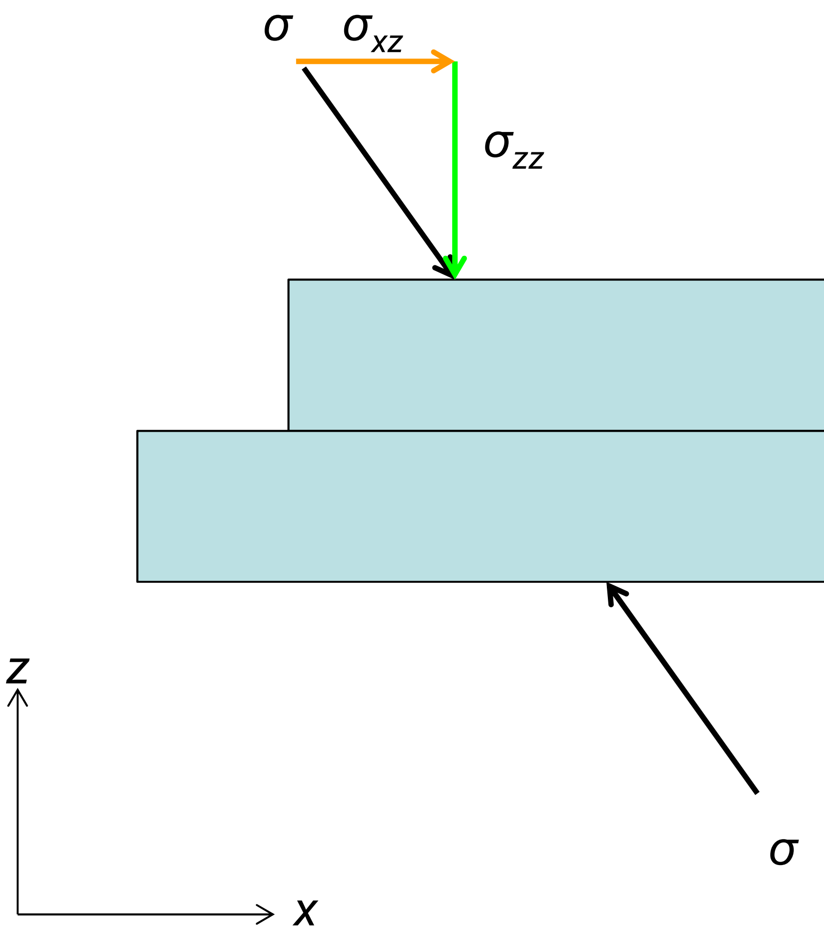
Dépassement du seuil de rupture: déformation cassante.

Déformation et rupture



Lors de la rupture de l'énergie est libérée sous la forme d'ondes élastiques ➔ séisme.

Déformation et rupture

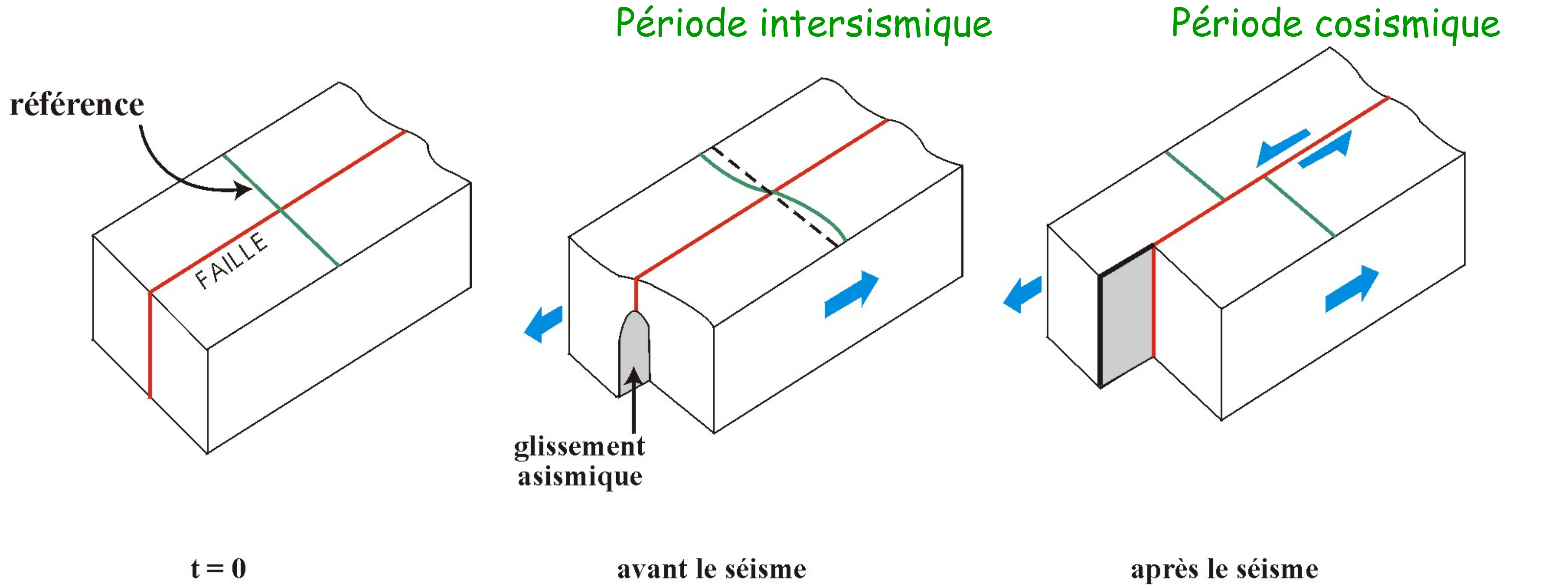


Critère de Coulomb-Navier:

$\sigma_{xz}=C_0+\mu.\sigma_{zz}$

Si contrainte tangentielle atteint une valeur limite ➔ rupture

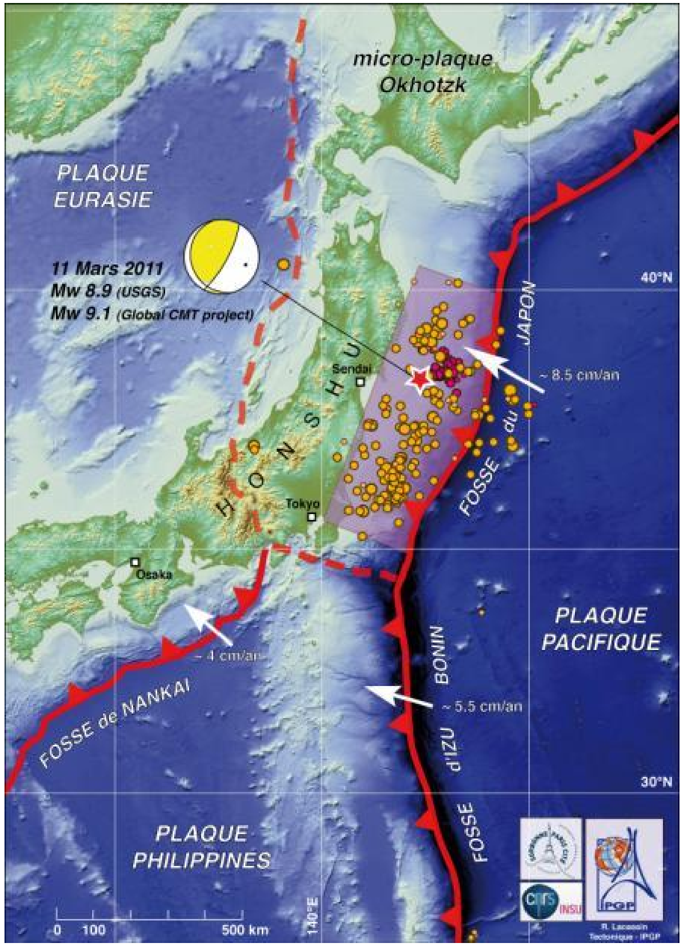
Cycle sismique

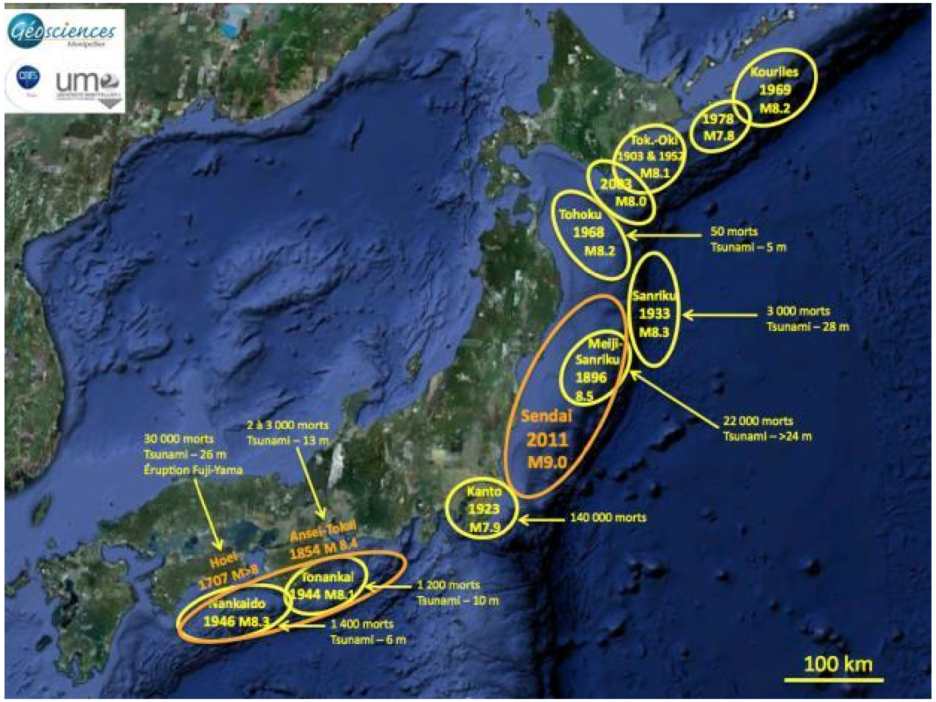


D'après Larroque et Virieux (2001)

Chargement élastique ➔ SEISME = Chute de contrainte
=Libération de l'énergie sismique accumulée

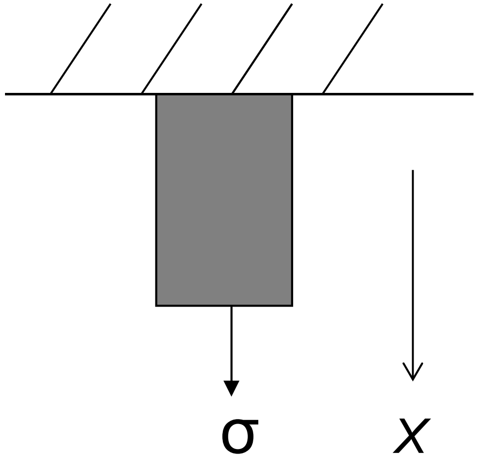
Exemple du séisme de Sendai

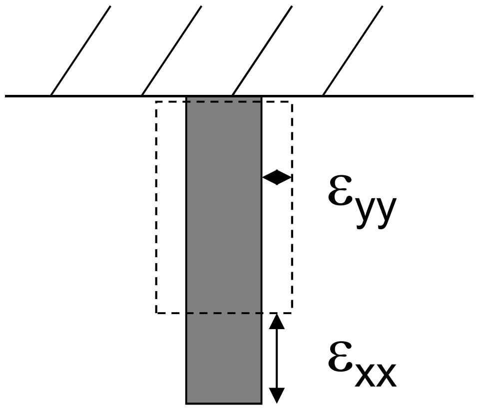




Loi de Hooke - tension axiale

$$E = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}}$$



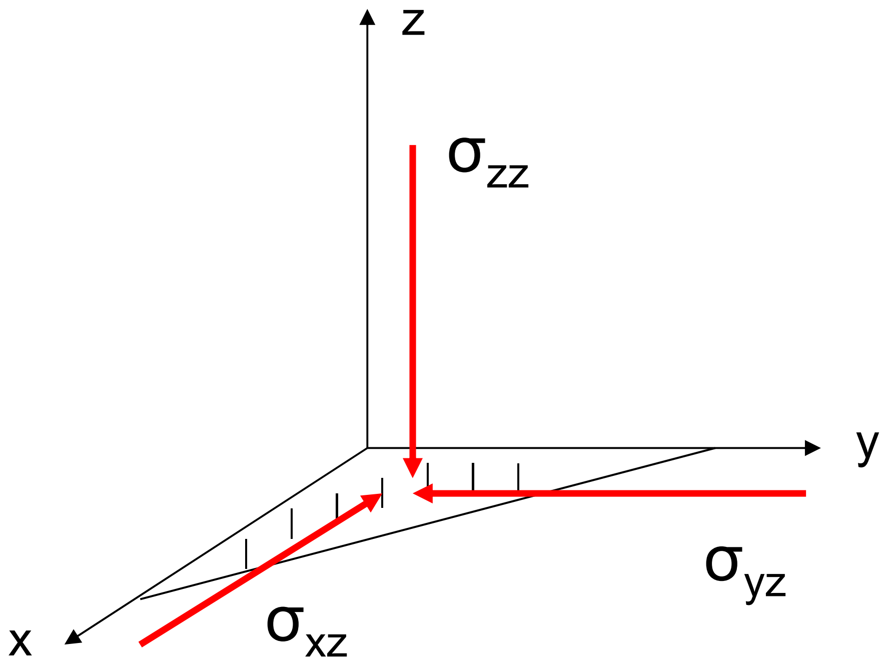


$$\upsilon = -\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} = -\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}$$

Loi de Hooke généralisée

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$ *Milieu isotrope*

λ: premier coefficient de Lamé (Pa)
μ: module de cisaillement aussi appelé second coefficient de Lamé (Pa).



Contrainte normale σ_{ii}

Contrainte tangentielle σ_{ij}

Déformation normale ε_{ii}

Déformation tangentielle ε_{ij}

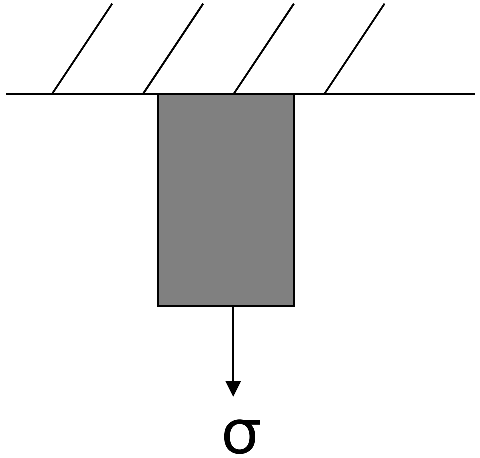
Loi de Hooke généralisée

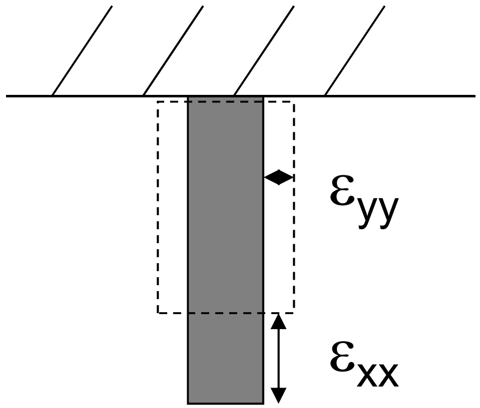
$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

λ: premier coefficient de Lamé ;
μ: module de cisaillement aussi appelé second coefficient de Lamé.

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \qquad \upsilon = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Coefficients de Lamé





- *Expérience de traction*
- *Mesure E et ν*
- *Déduit λ et μ*

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$$

$$\upsilon = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Loi de Hooke généralisée

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

λ: premier coefficient de Lamé (Pa)
μ: module de cisaillement aussi appelé second coefficient de Lamé (Pa)

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \qquad \upsilon = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Liquide: μ=0 donc ν=0.5

Sédiments meubles: μ petit donc $\nu \rightarrow 0.5$

Roches consolidées: μ grand donc $\nu \rightarrow 0.05$

Loi de Hooke - compression

Module d'incompressibilité (unité pression) :

$$\Delta P = -K \frac{\Delta V}{V_o}$$

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$$

$$K = \frac{1}{3}\frac{E}{(1-2\upsilon)}$$