

Sismologie et Traitement du signal

- Introduction

- **Les séismes: comment sont-ils générés?**

 - Contraintes, déformation, élasticité et rupture**

- Les séismes: comment les étudier?

 - Les ondes sismiques

 - Mesures d'un séisme et analyse d'un sismogramme:

 - Localisation, magnitude, intensité,...

 - Méga séismes, et étude de la source sismique

- **Imagerie de la Terre**

 - Structure interne et tomographie sismologique

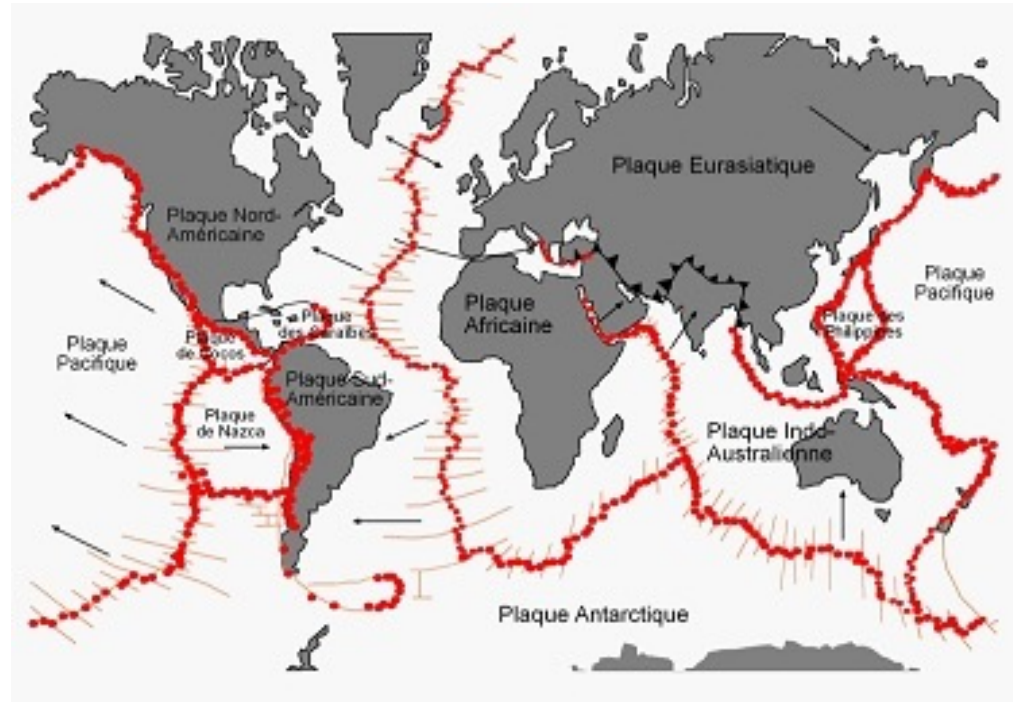
 - Sismique réflexion et sismique réfraction

- **Aléa sismique et prévention**

- **Phénomènes induits (Tsunami...)**

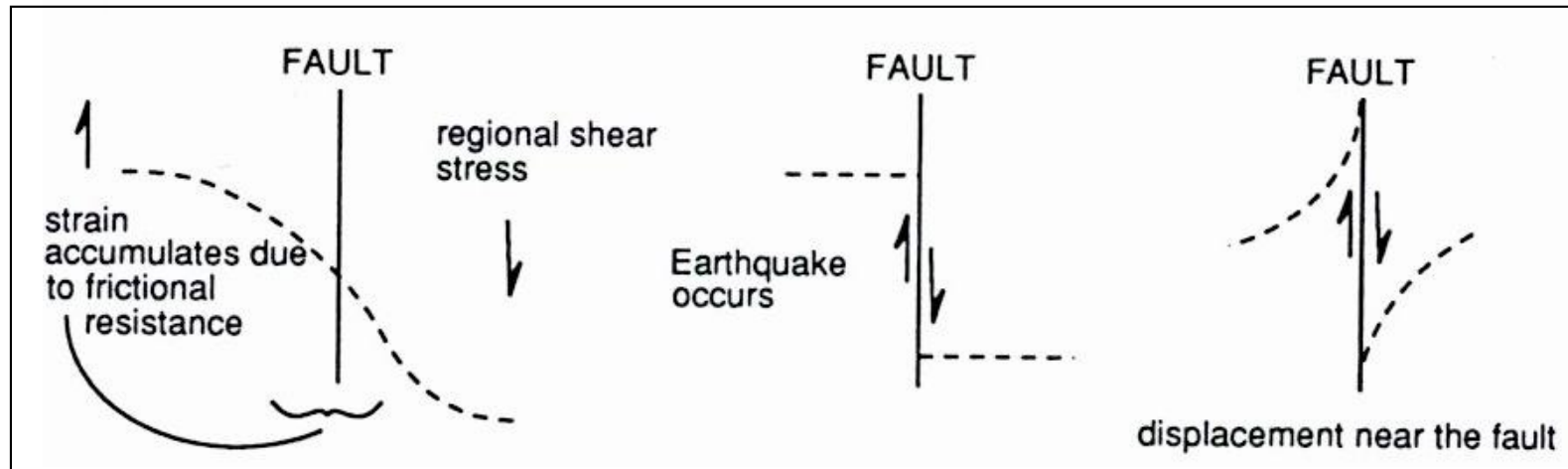
Les séismes:
comment sont-ils générés?

Origine d'un séisme tectonique



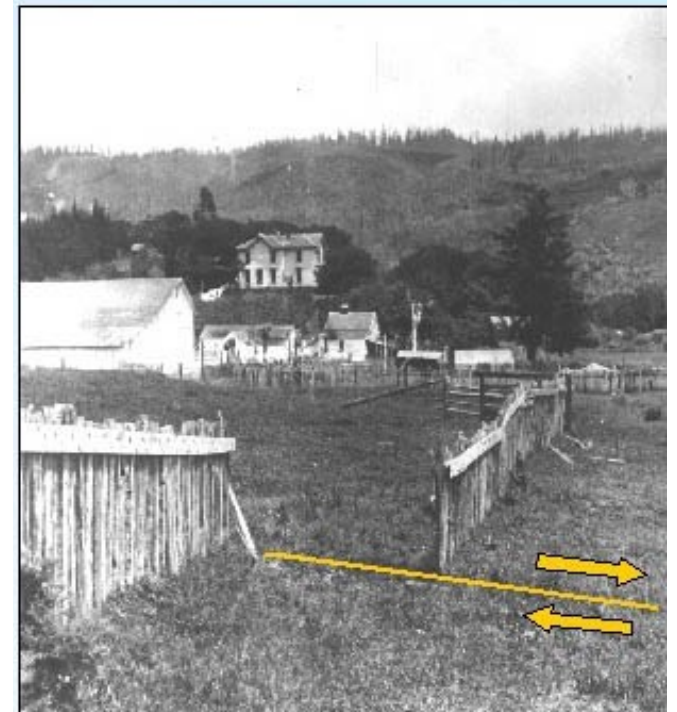
Le mouvement des plaques provoque des **contraintes** qui entraînent des **déformations** : une rupture et l'énergie qui s'était accumulée se libère soudainement sous forme d'**ondes élastiques** qui se propagent dans toutes les directions en produisant une secousse du terrain. (BRGM)

Origine d'un séisme tectonique



Théorie du rebond élastique, Reid (1910)

SÉISME = INCRÉMENT DE LA DÉFORMATION DUE À L'ACCUMULATION DES CONTRAINTES TECTONIQUES



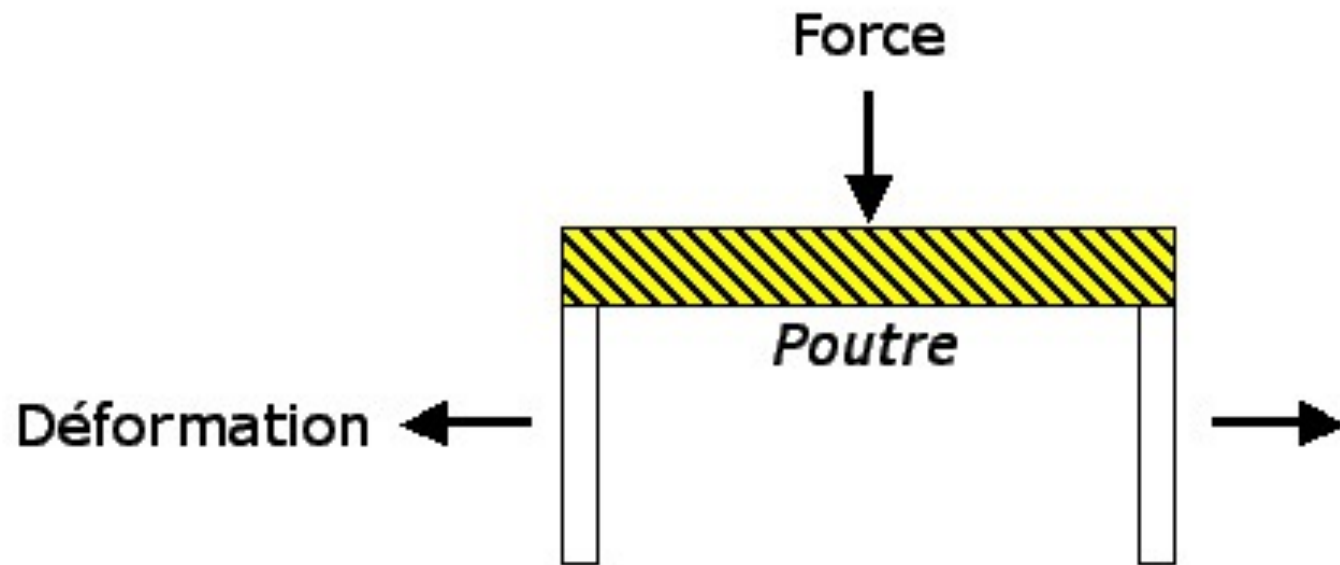
Notion de force

$$\mathbf{F = m \times g}$$

$N (kg.m/s^2)$

g : accélération de la pesanteur : $9,81 \text{ m/s}^2$

m : masse kg



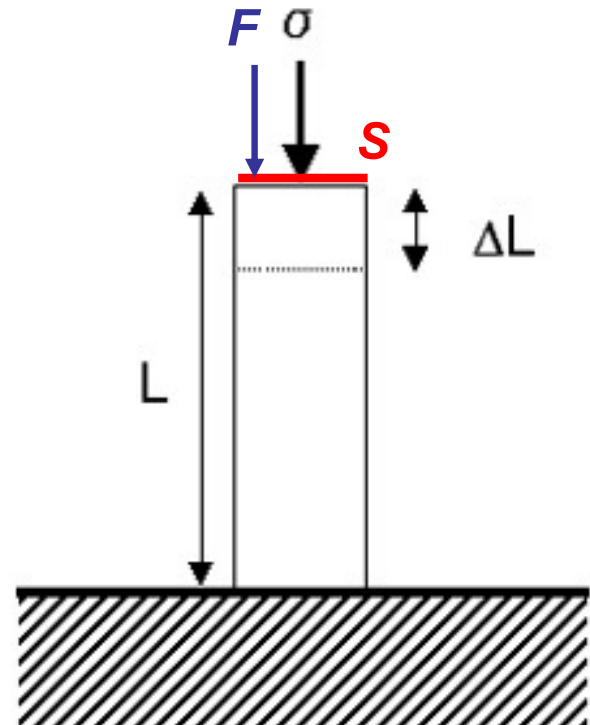
Notion de contraintes

Lorsqu'elle est soumise à des forces, la croûte terrestre se déforme.

On peut définir simplement la contrainte comme étant une force appliquée à une certaine unité de surface.

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

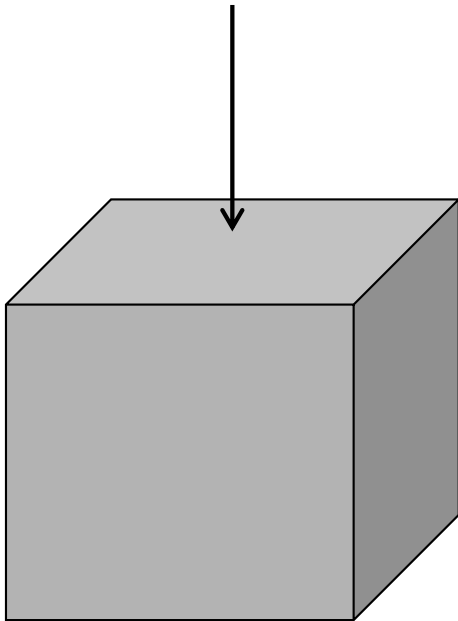
Elle se mesure en Pascal (Pa ou N/m²).



Notion de contraintes

Une contrainte s'exerce toujours sur une surface:

1) Contrainte perpendiculaire à une surface = **contrainte normale**

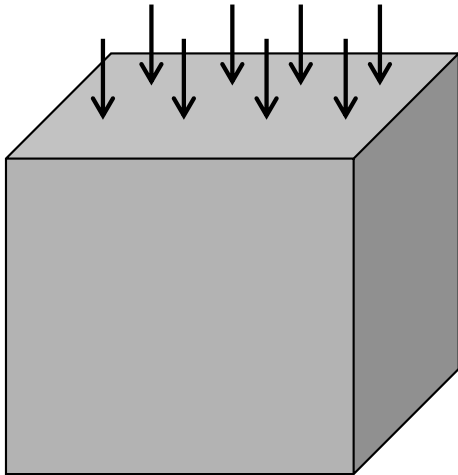


Par convention :
une compression est positive
une extension est négative

Notion de contraintes

Une contrainte s'exerce toujours sur une surface:

1) Contrainte perpendiculaire à une surface = **contrainte normale**

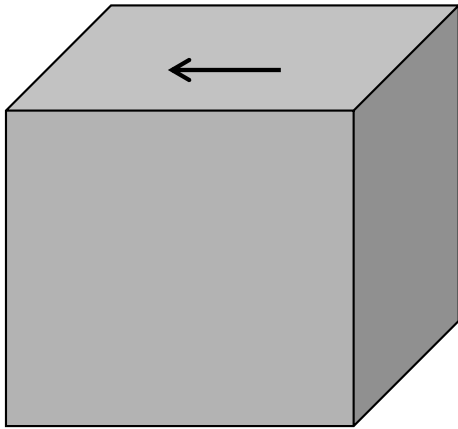


La contrainte est distribuée sur toute la surface.

Notion de contraintes

Une contrainte s'exerce toujours sur une surface:

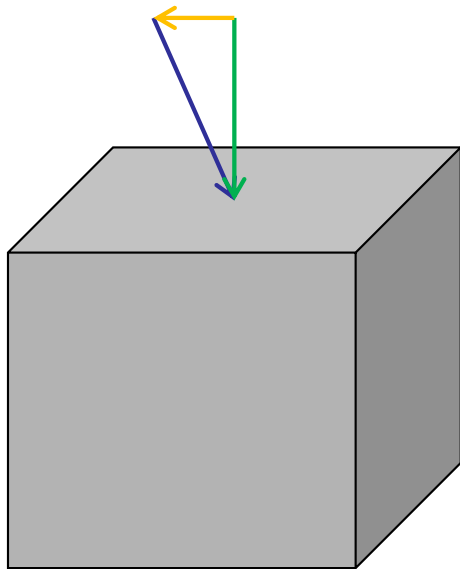
- 1) Contrainte perpendiculaire à une surface = **contrainte normale**
- 2) **Contrainte tangentielle** à la surface



Notion de contraintes

Une contrainte s'exerce toujours sur une surface:

- 1) Contrainte perpendiculaire à une surface = contrainte normale
- 2) Contrainte tangentielle à la surface



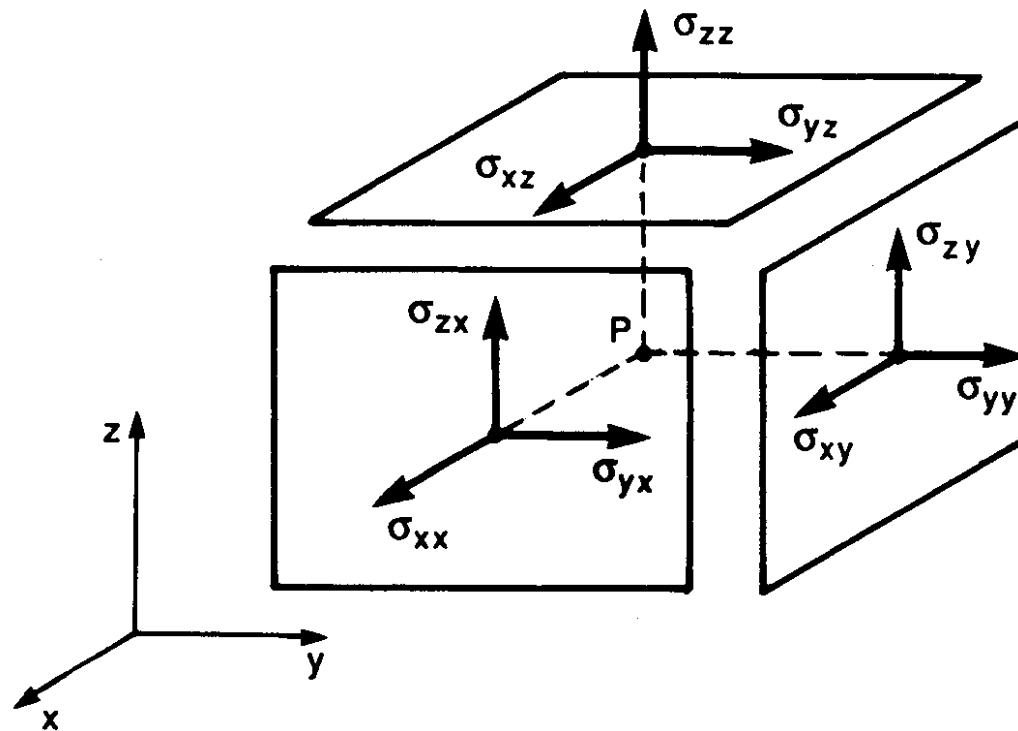
contrainte normale

+

contrainte tangentielle

Notion de contraintes

*Définition du tenseur des contraintes sur un volume élémentaire:
Contraintes normales / Contraintes tangentielles*



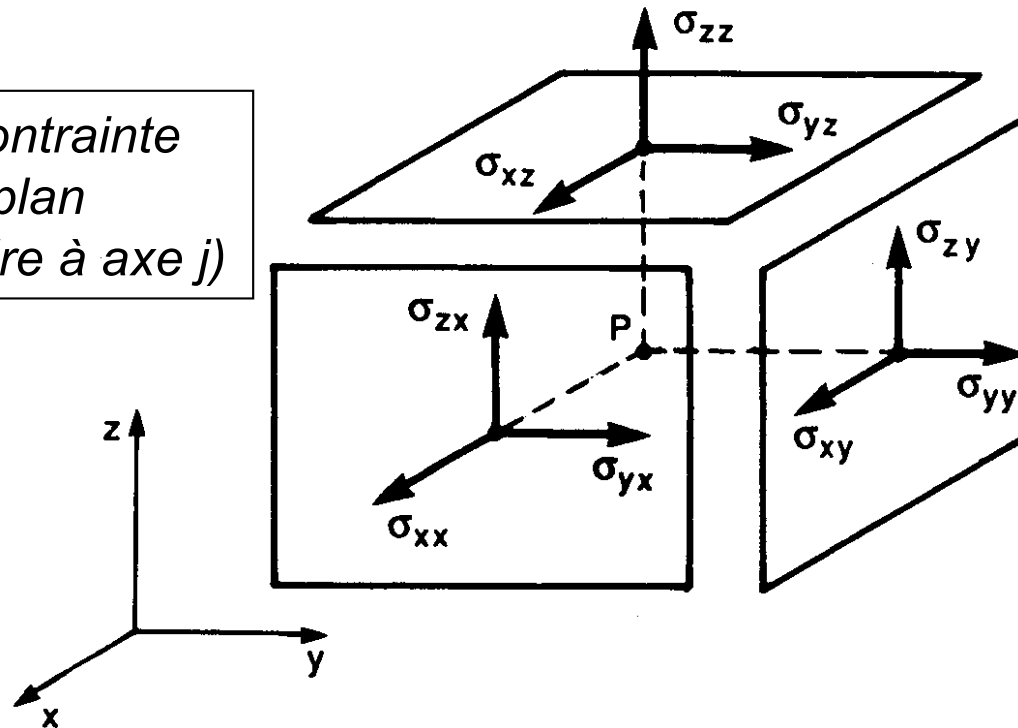
Composantes du tenseur $[\sigma]$

Notion de contraintes

Les 3 composantes sont nommées σ_{ij} avec i direction de la contrainte et j la direction de la normale au plan sur lequel elle s'applique.

→ σ_{ij} ?

i : direction de la contrainte
 j : normale au plan
(face perpendiculaire à axe j)

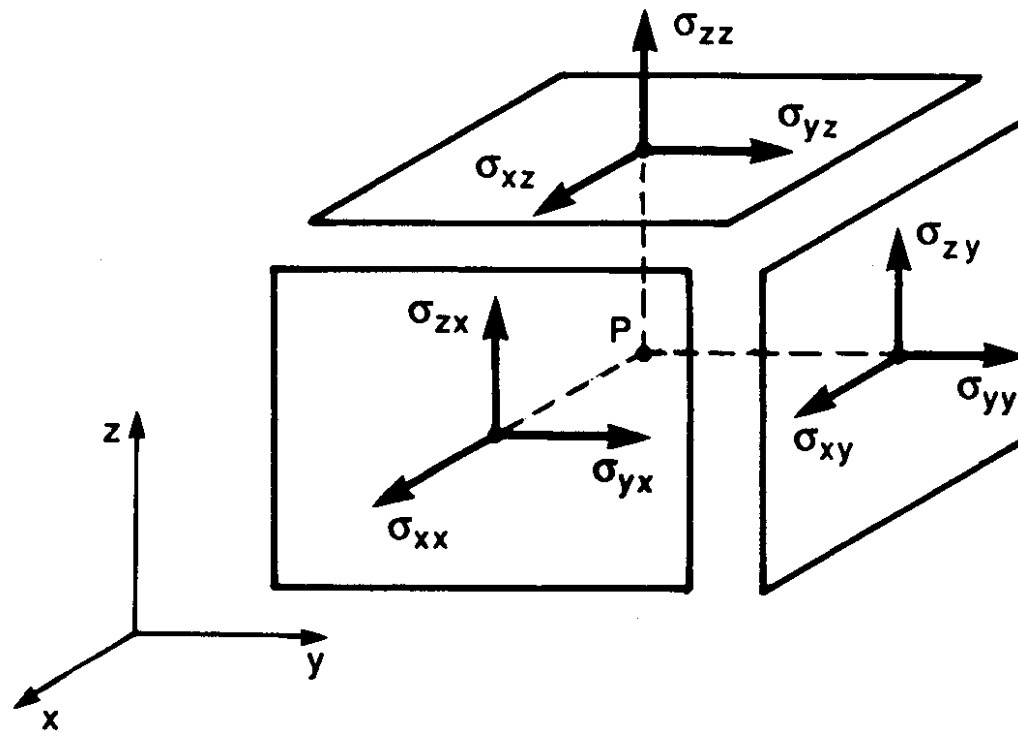


Composantes du tenseur $[\sigma]$

Remarque: σ [direction] [plan normal]

Notion de contraintes

La condition d'équilibre du cube implique $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$



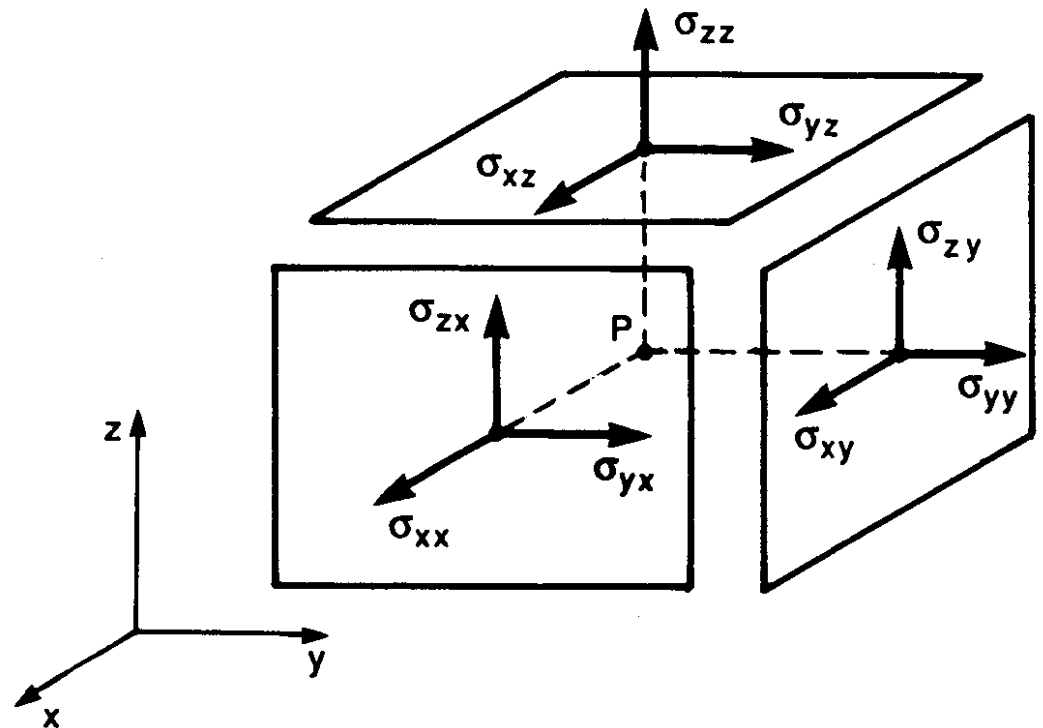
Composantes du tenseur $[\sigma]$

Notion de contraintes

Ce tenseur est donc symétrique ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) → *MATRICE SYMETRIQUE*

sinon l'élément de volume subirait une rotation

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

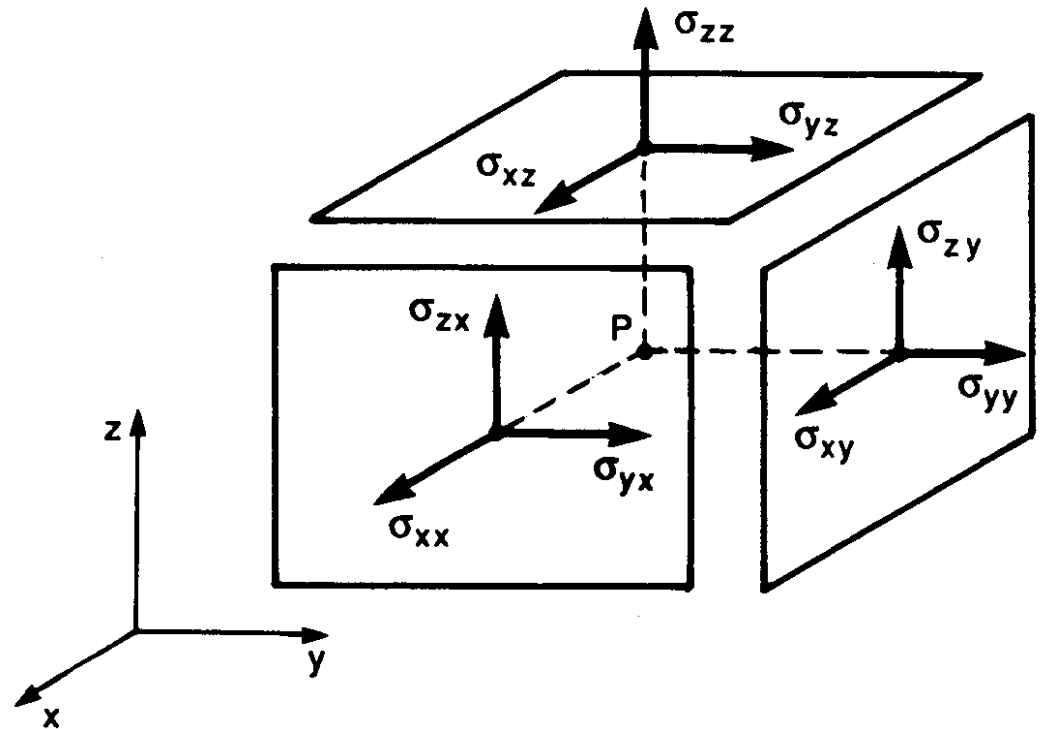


Composantes du tenseur [σ]

Notion de contraintes

→ *TENSEUR DES CONTRAINTES*
= état de contrainte en un point.

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$



Composantes du tenseur [σ]

Notion de contraintes

Notion de **contraintes principales**:

contraintes normales sur toutes les faces

Notion de **contrainte isostatique**:

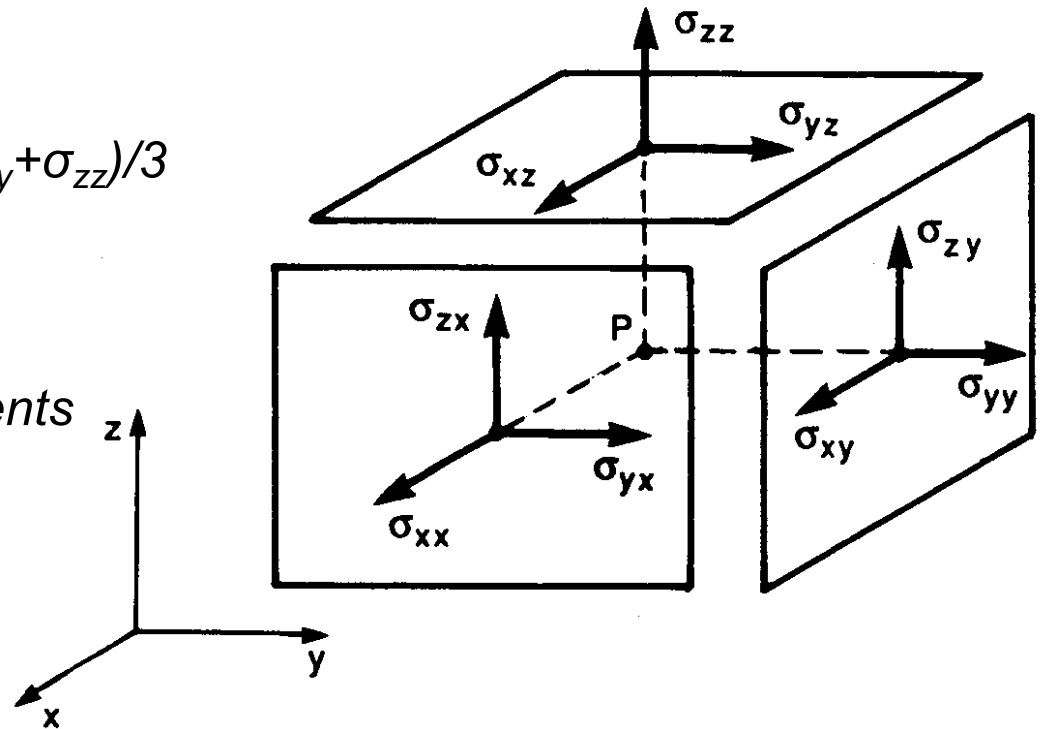
(contrainte de pression):

contrainte moyenne $(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$

Notion de **déviateur des contraintes**:

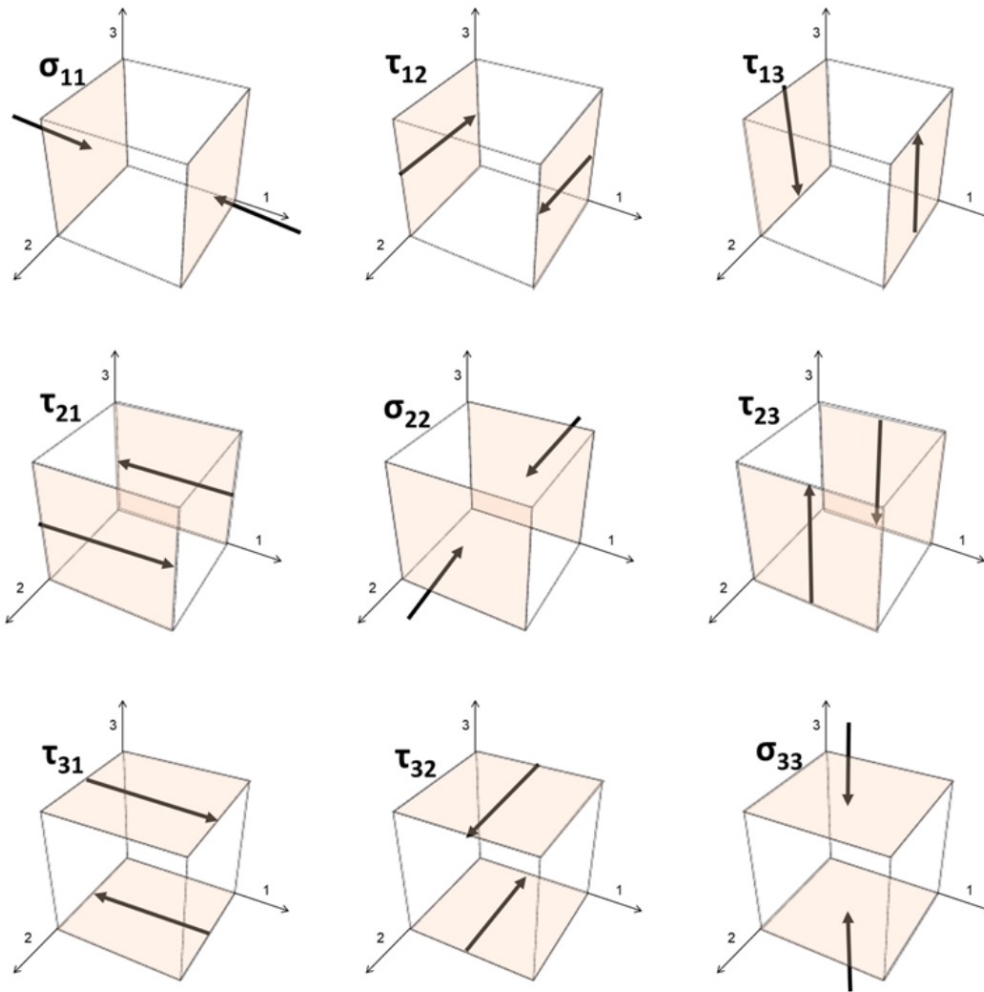
(écart à la moyenne)

responsable des changements de forme.



Composantes du tenseur $[\sigma]$

Stress Tensor



$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Tenseur des contraintes

L'une des propriétés d'un tenseur symétrique est d'être **diagonalisable**.
Autrement dit, on peut toujours trouver un système de coordonnées pour lequel le tenseur des contraintes est représenté par une matrice diagonale:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

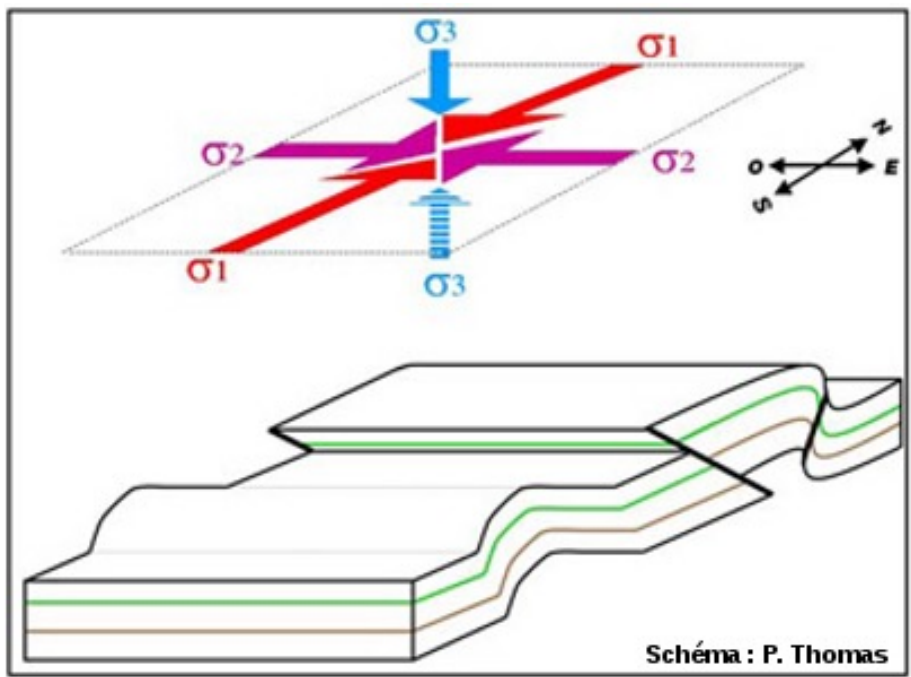
σ_1 σ_2 et σ_3 sont appelées *contraintes principales* et 1,2,3 sont les axes principaux de contrainte.

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

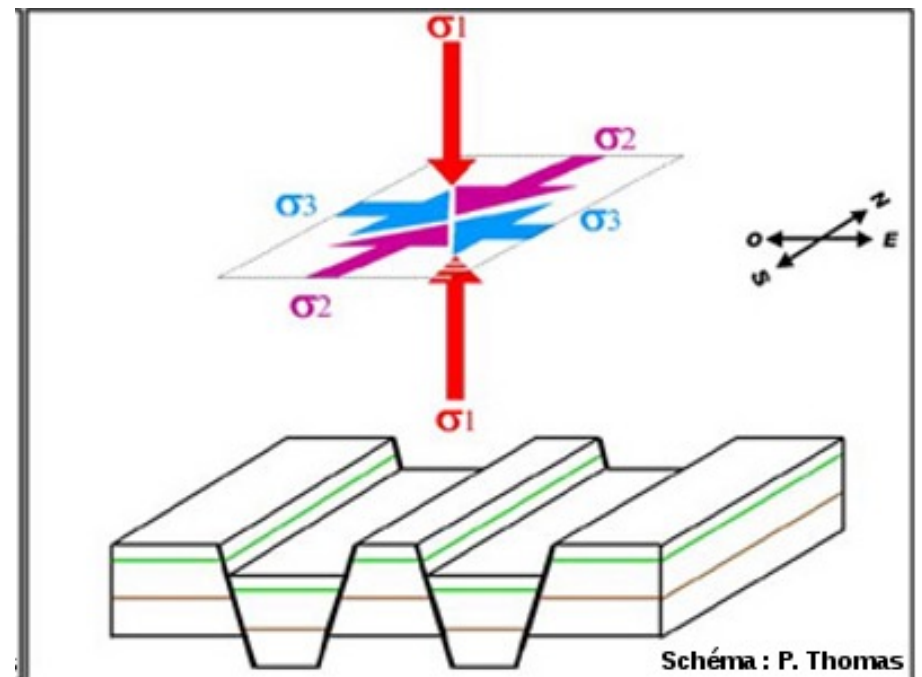
P axe de pression σ_1 (compression)

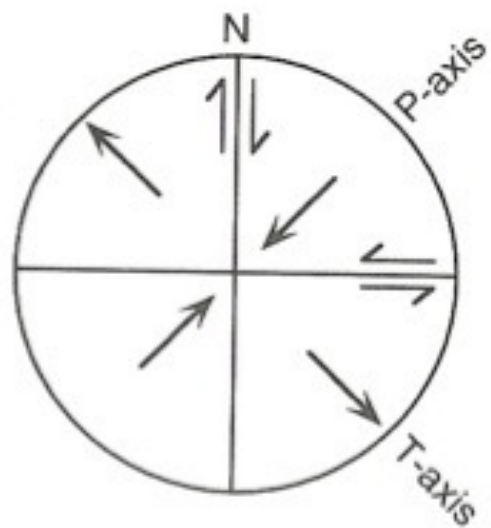
T axe de tension σ_3 (extension)

N axe nul σ_2

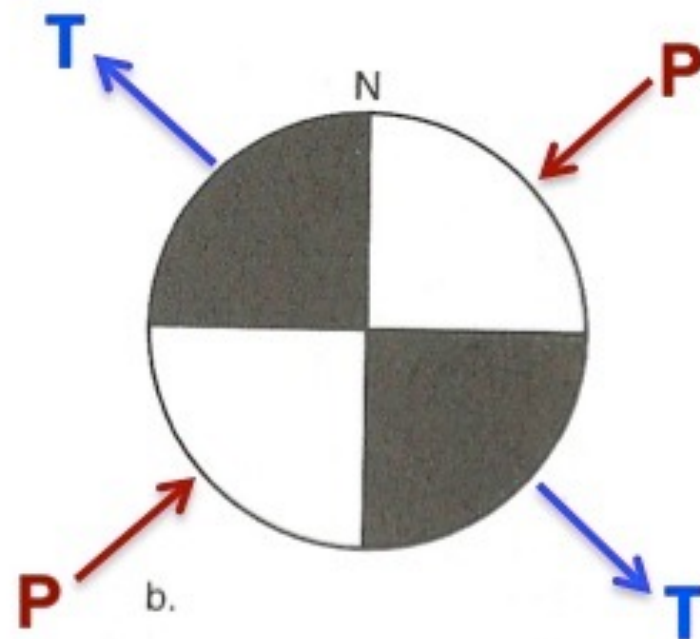


P axe de pression σ_1 (compression)
T axe de tension σ_3 (extension)
N axe nul σ_2

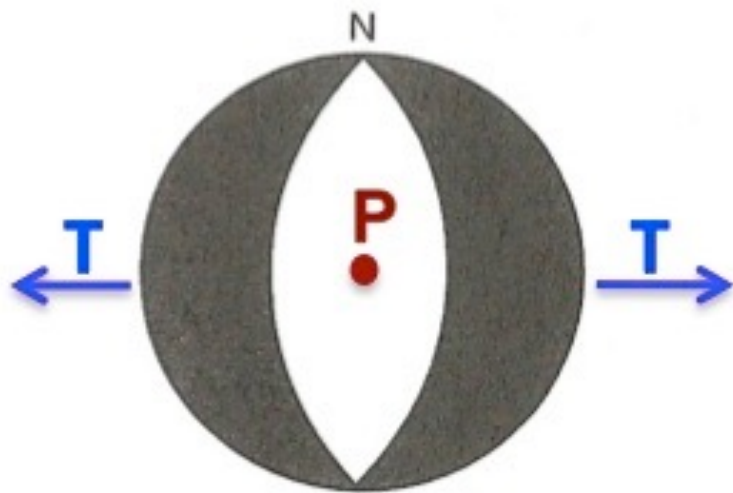




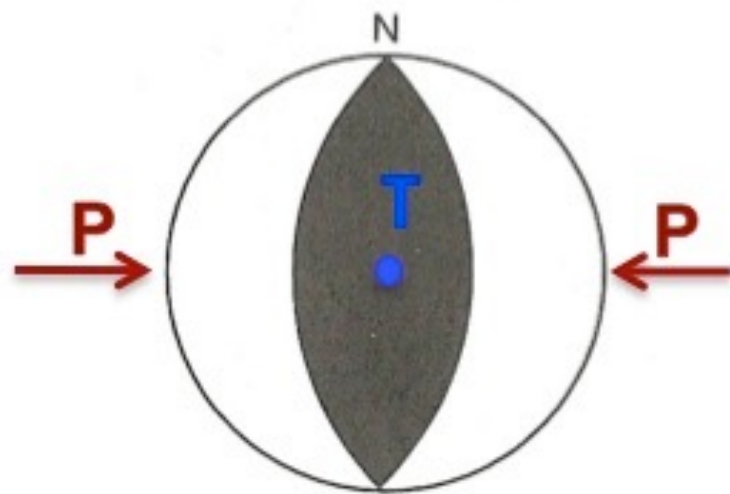
a.



b.



c.



d.

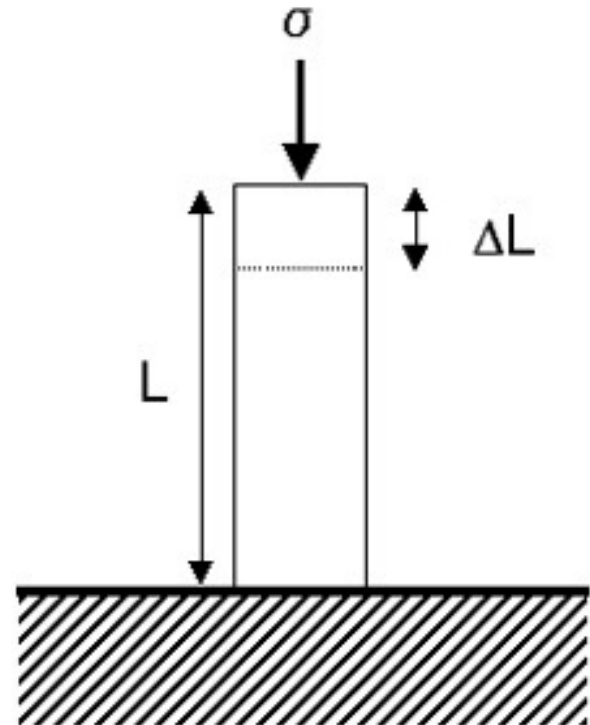
Notion de déformation

La déformation indique dans quelles proportions le corps a été **déformé sous l'action d'une contrainte**.

La déformation, pour une traction simple, est le rapport de l'allongement à la longueur initiale.

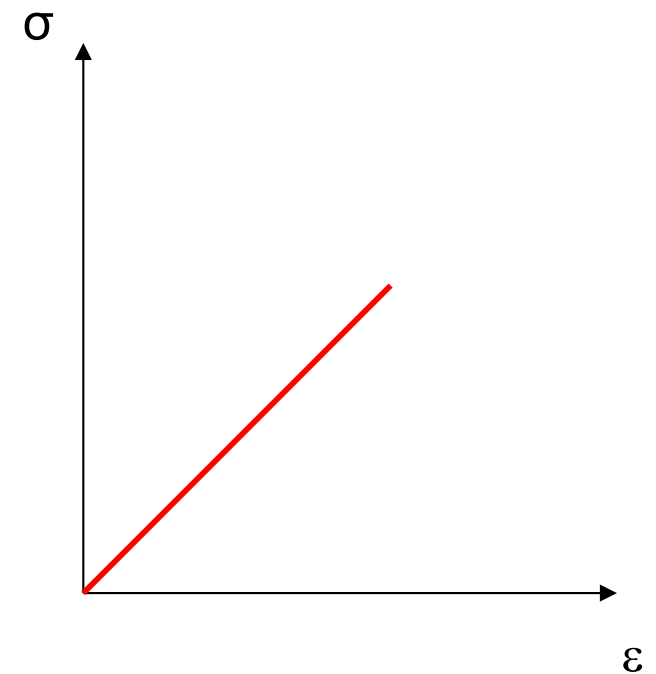
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

La déformation est **sans unité**.



Notion d'élasticité: loi de Hooke

La **contrainte** de traction appliquée à un matériau et la **déformation** qui en résulte est constant tant que la déformation est petite (Thomas Young, 1773-1829).



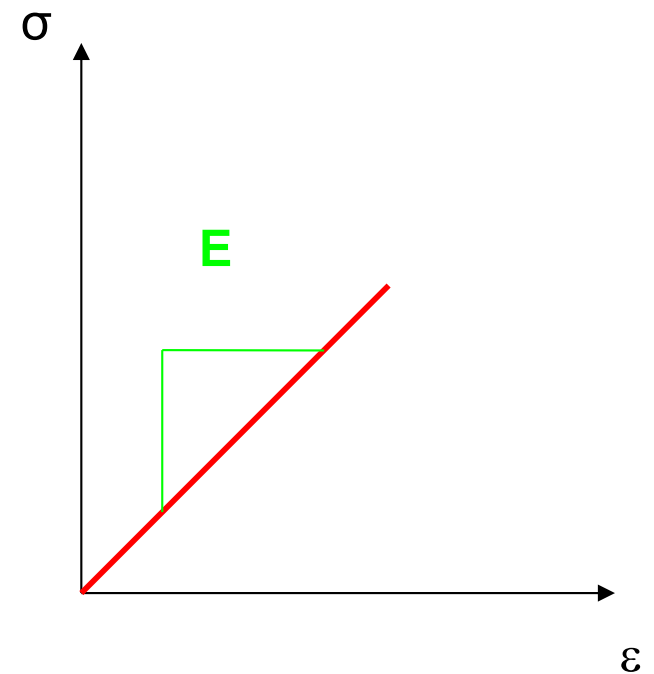
1660 – **Loi de Hooke:**

Relation entre contrainte et déformation

Notion d'élasticité: loi de Hooke

La **contrainte** de traction appliquée à un matériau et la **déformation** qui en résulte est constant tant que la déformation est petite (Thomas Young, 1773-1829).

1660 – **Loi de Hooke:**
Relation entre contrainte et déformation



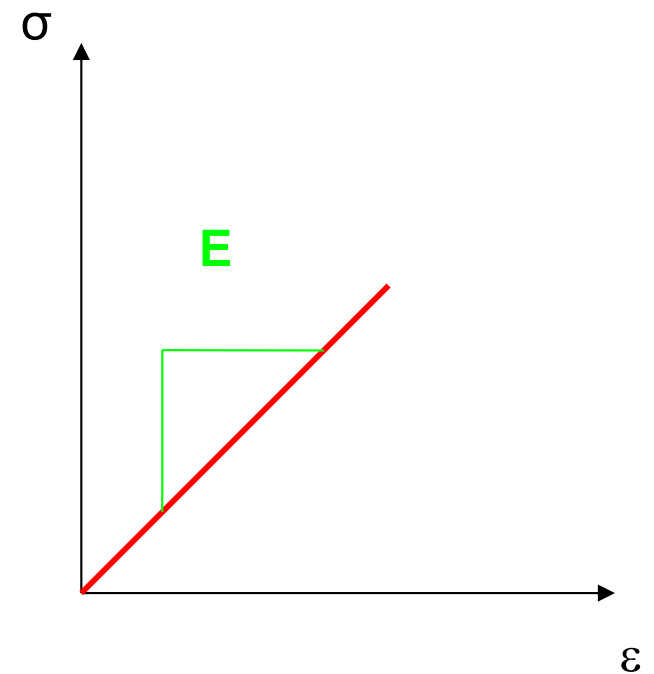
Notion d'élasticité: loi de Hooke

La **contrainte** de traction appliquée à un matériau et la **déformation** qui en résulte est constant tant que la déformation est petite (Thomas Young, 1773-1829).

$$\sigma = E \varepsilon$$

E est le module de Young (Pa)

1660 – **Loi de Hooke**:
Relation entre contrainte et déformation
1807 – Young: notion de **module d'élasticité**

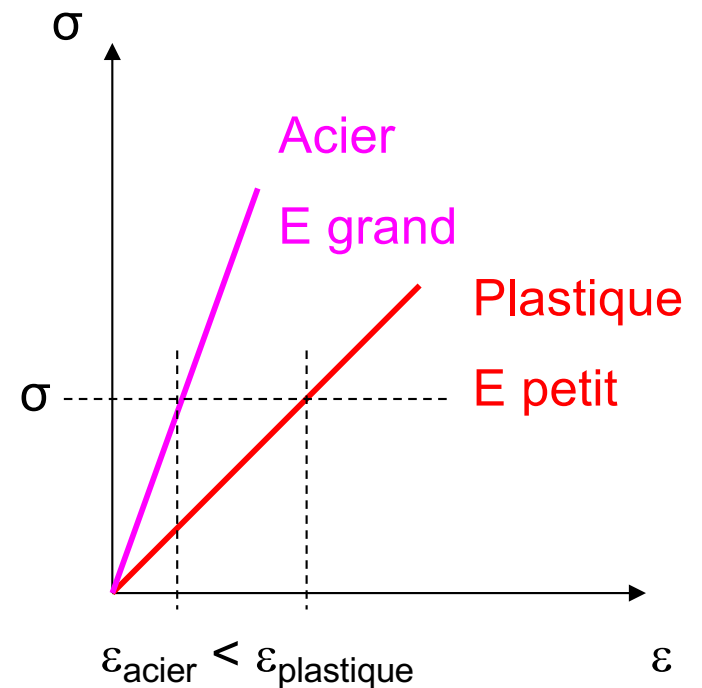


Notion d'élasticité: loi de Hooke

La **contrainte** de traction appliquée à un matériau et la **déformation** qui en résulte est constant tant que la déformation est petite (Thomas Young, 1773-1829).

$$\sigma = E\varepsilon$$

E est le module de Young (Pa)



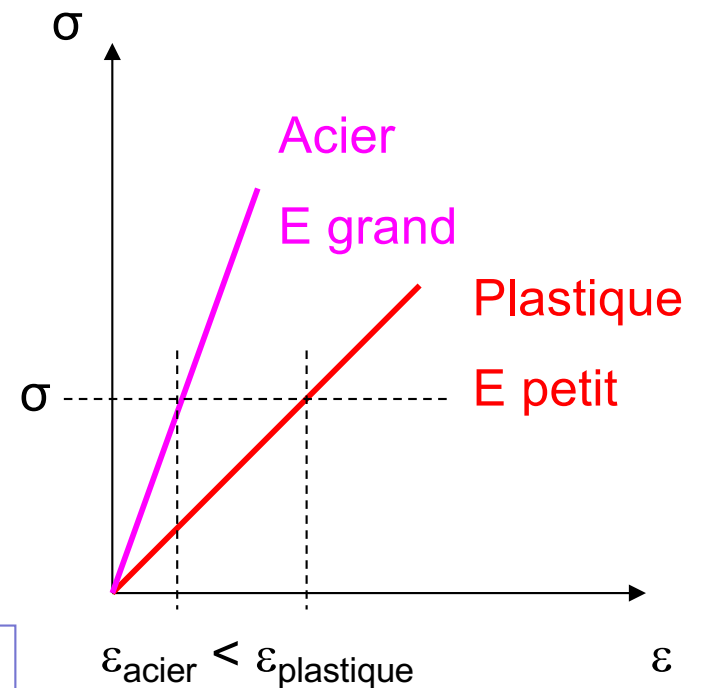
Notion d'élasticité: loi de Hooke

La **contrainte** de traction appliquée à un matériau et la **déformation** qui en résulte est constant tant que la déformation est petite (Thomas Young, 1773-1829).

$$\sigma = E \varepsilon$$

E est le module de Young (Pa)

A contrainte égale, un matériau ayant un module d'élasticité élevé subira une déformation plus petite qu'un matériau ayant un module d'élasticité grand.



$E = 200 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ pour l'acier

$E = 60 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ pour le granite

$E = 0.02 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ pour le caoutchouc

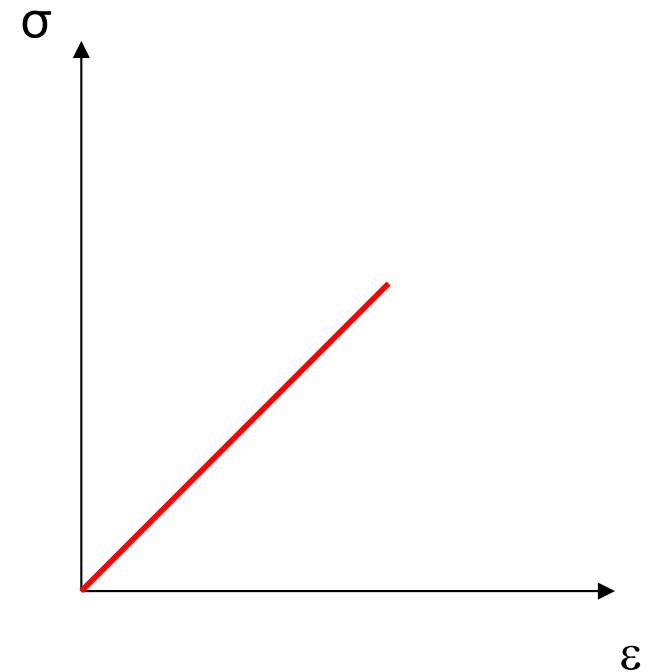
Notion d' élasticité: loi de Hooke

La **contrainte** de traction appliquée à un matériau et la **déformation** qui en résulte est constant tant que la déformation est petite (Thomas Young, 1773-1829).

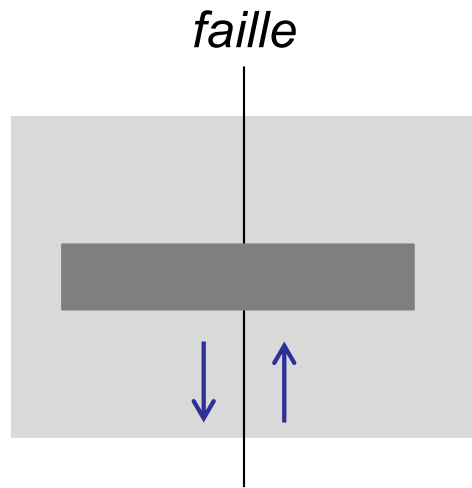
$$\sigma = E \varepsilon$$

E est le module de Young (Pa)

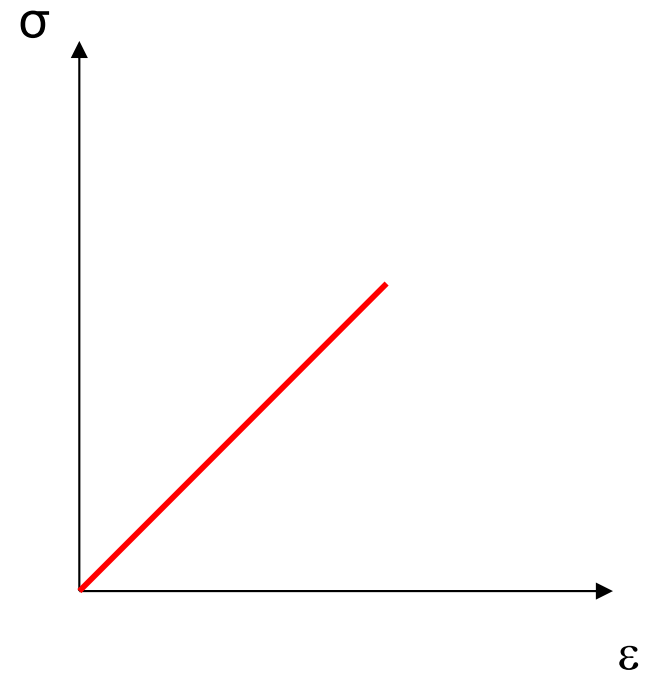
DÉFORMATION
ÉLASTIQUE



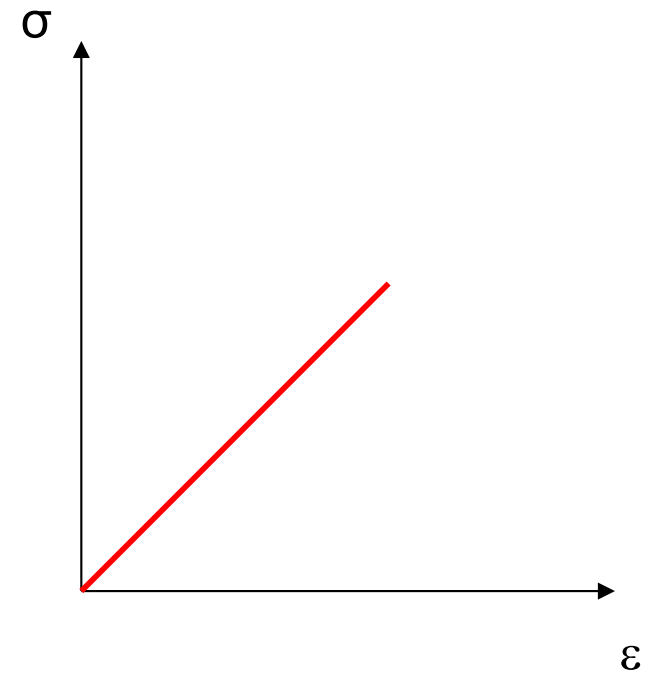
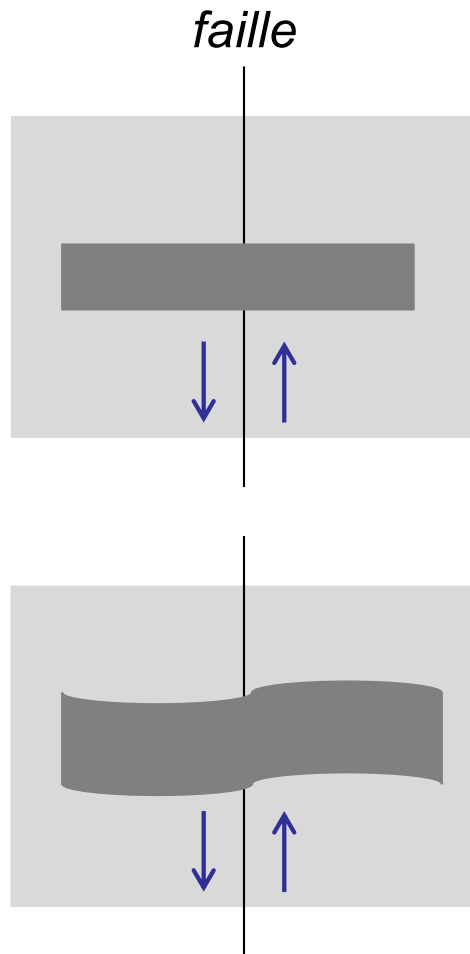
Déformation élastique



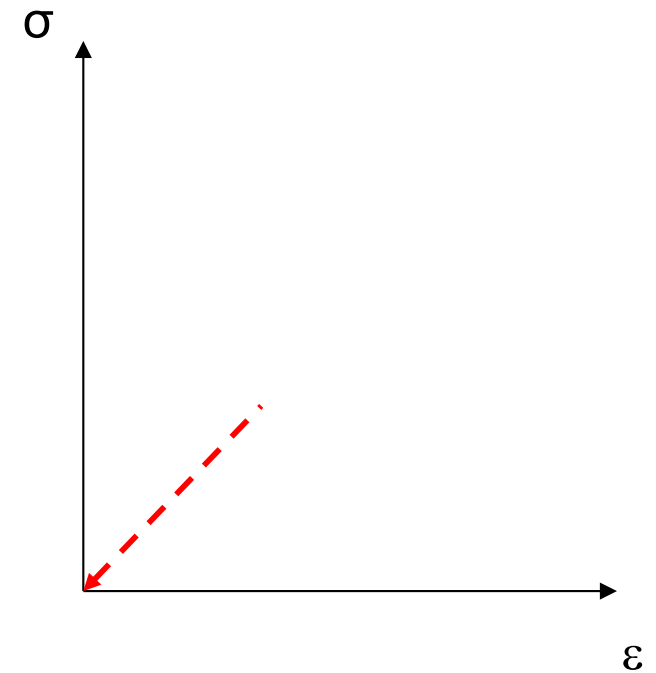
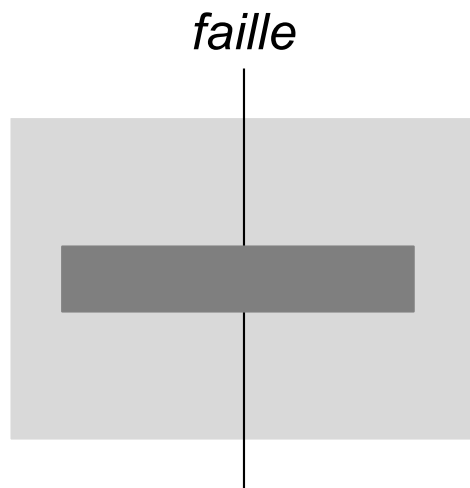
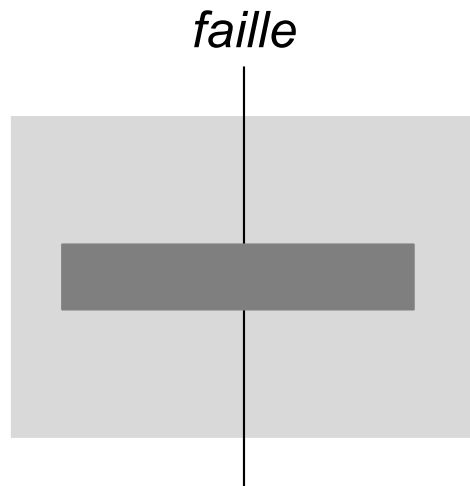
Application d'une contrainte qui va entraîner une déformation.



Déformation élastique

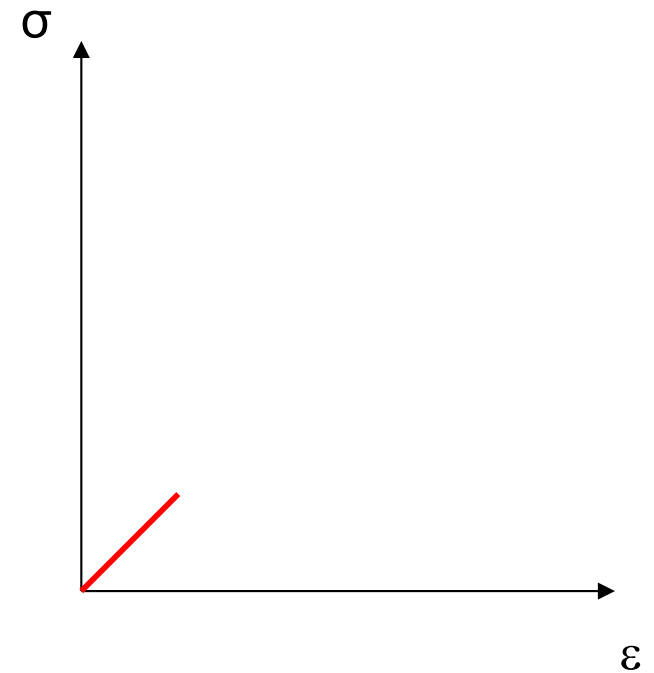
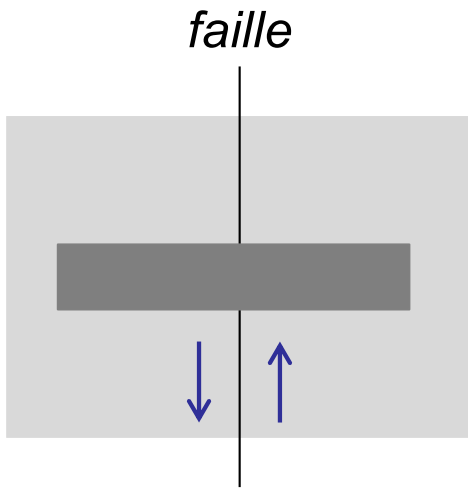


Déformation élastique

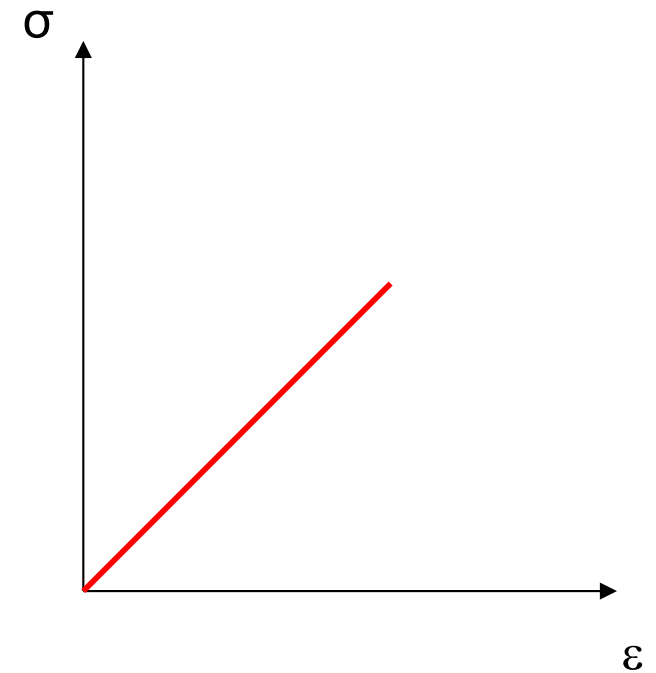
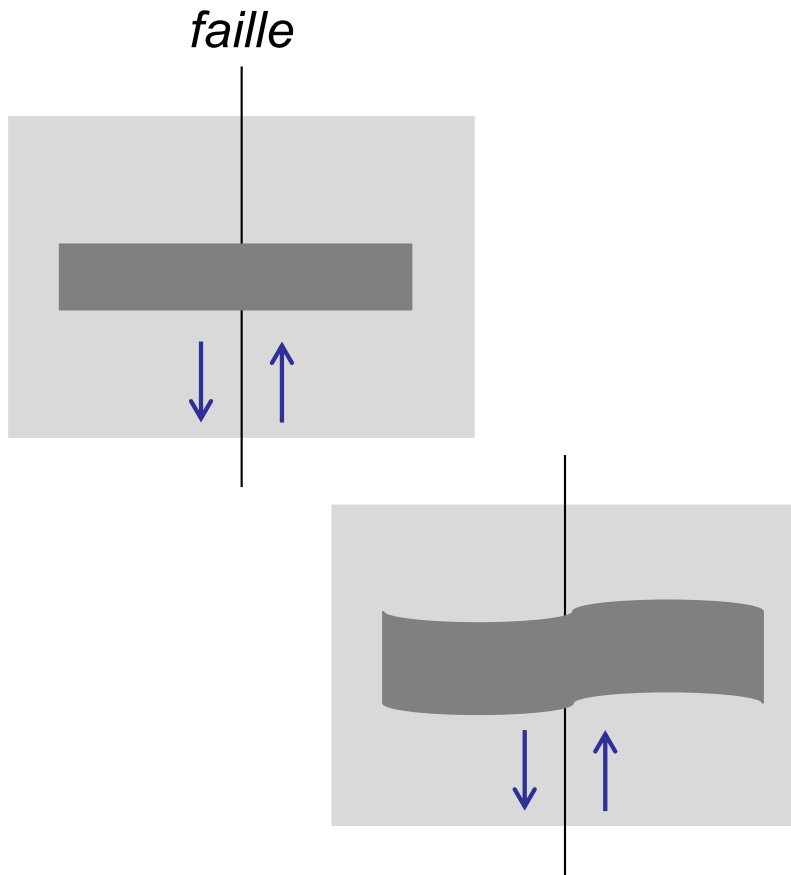


Relâchement de contraintes: la déformation n'est pas permanente

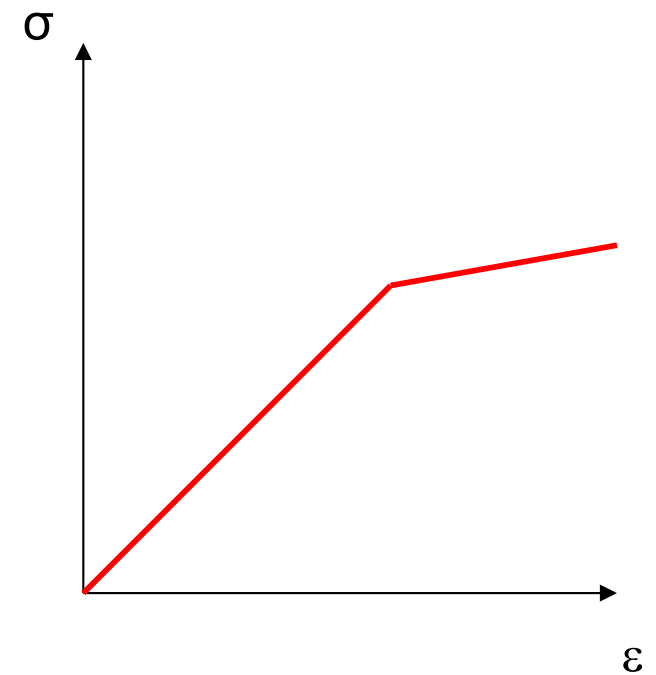
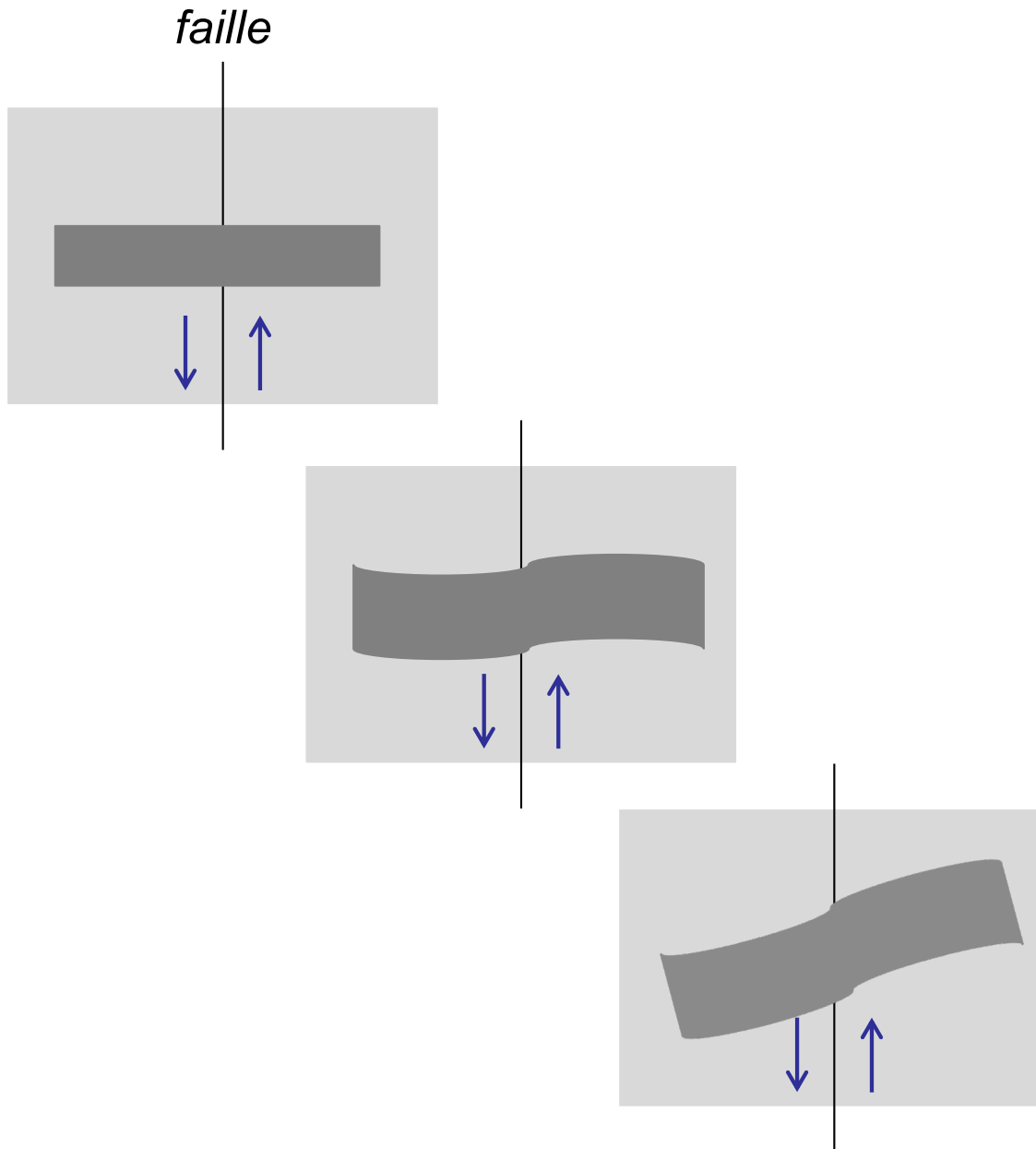
Déformation plastique



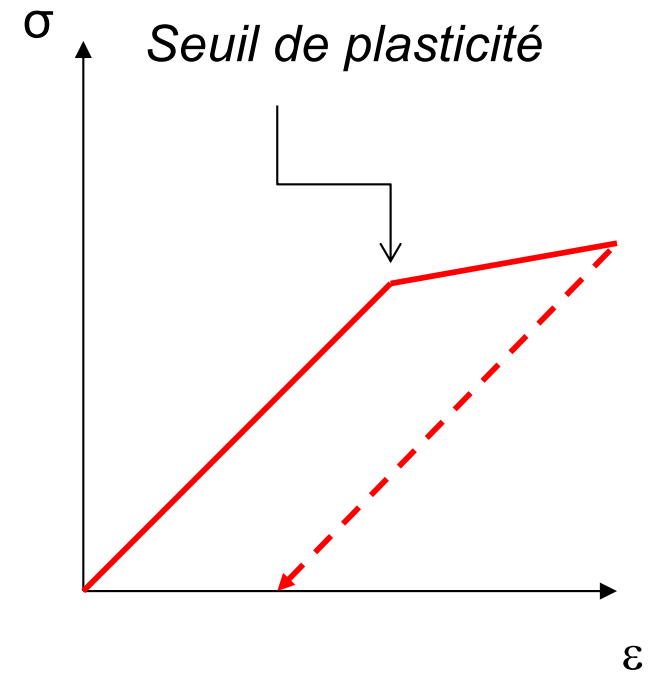
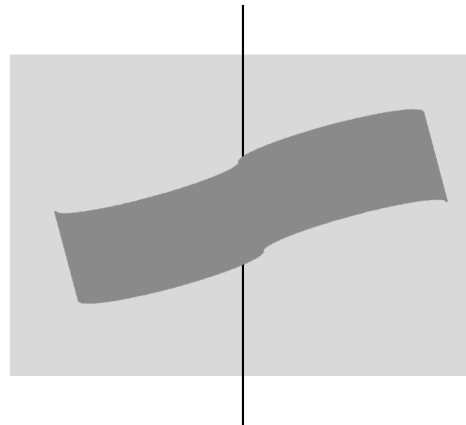
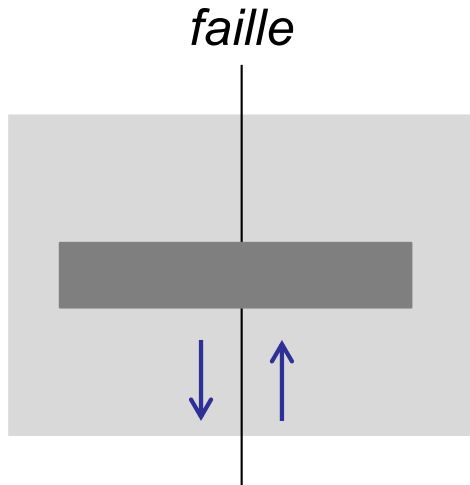
Déformation plastique



Déformation plastique

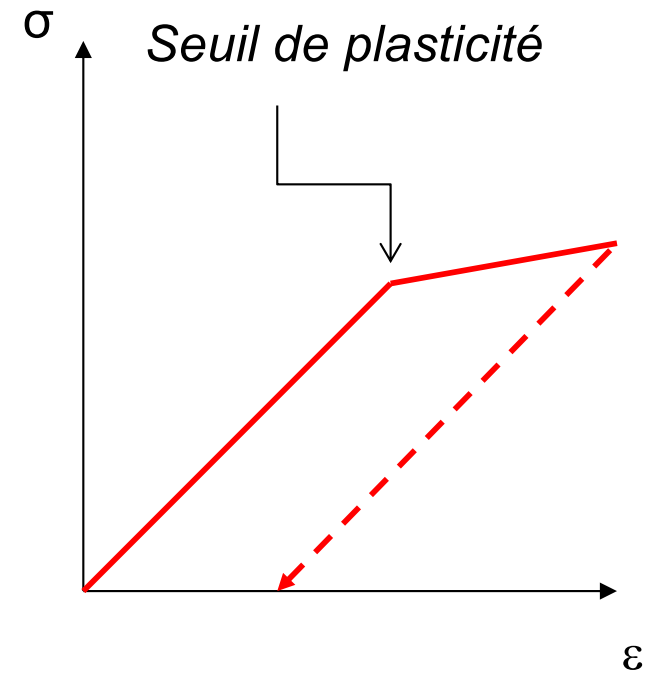
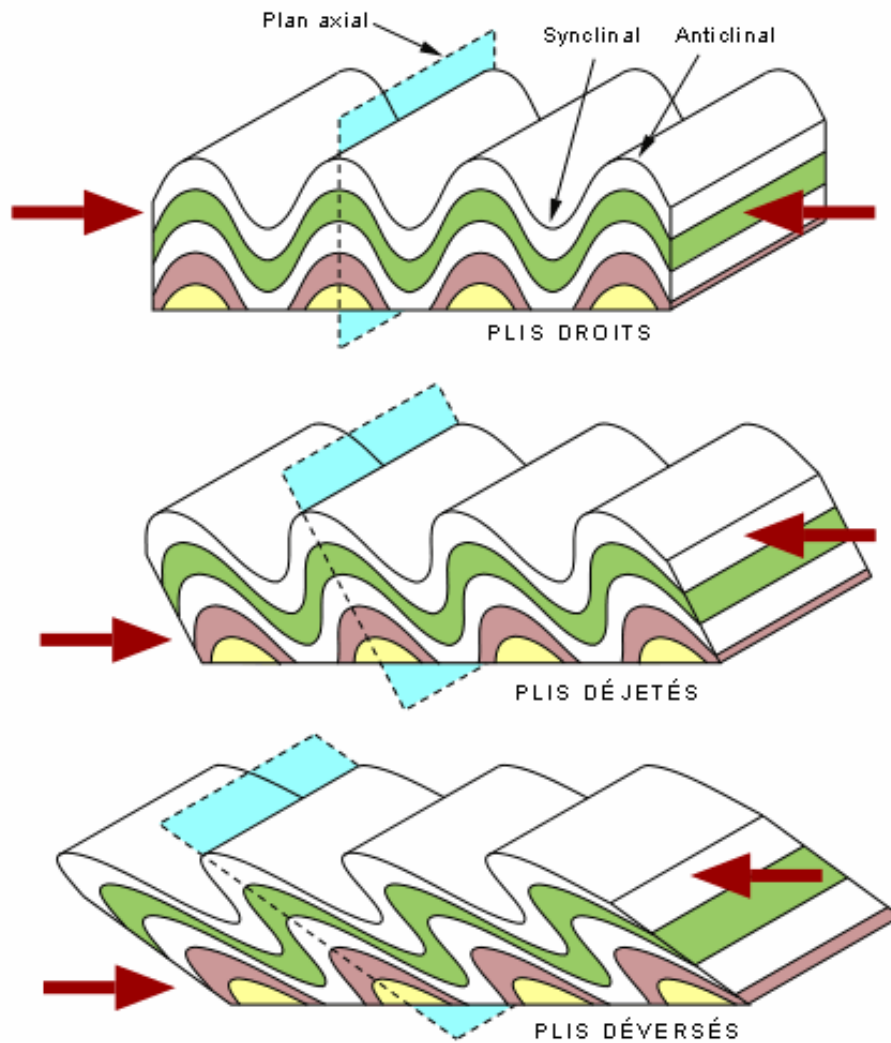


Déformation plastique



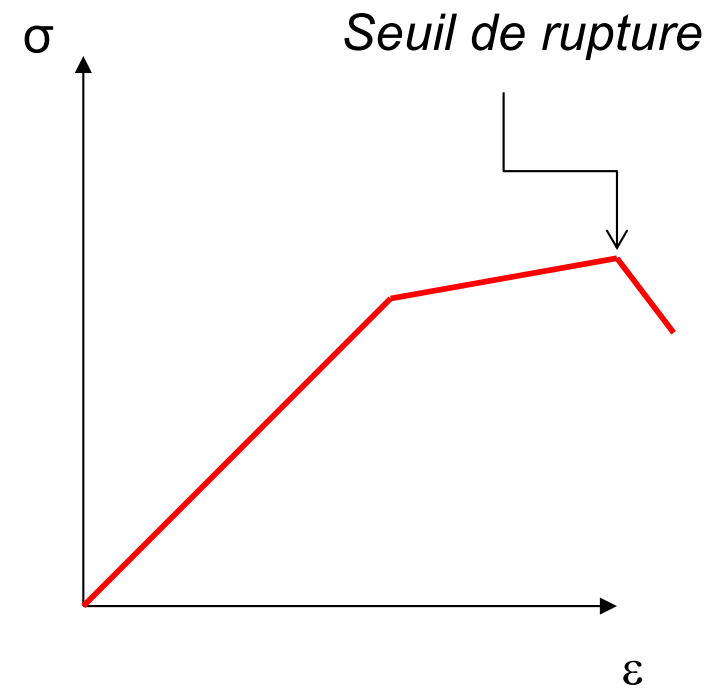
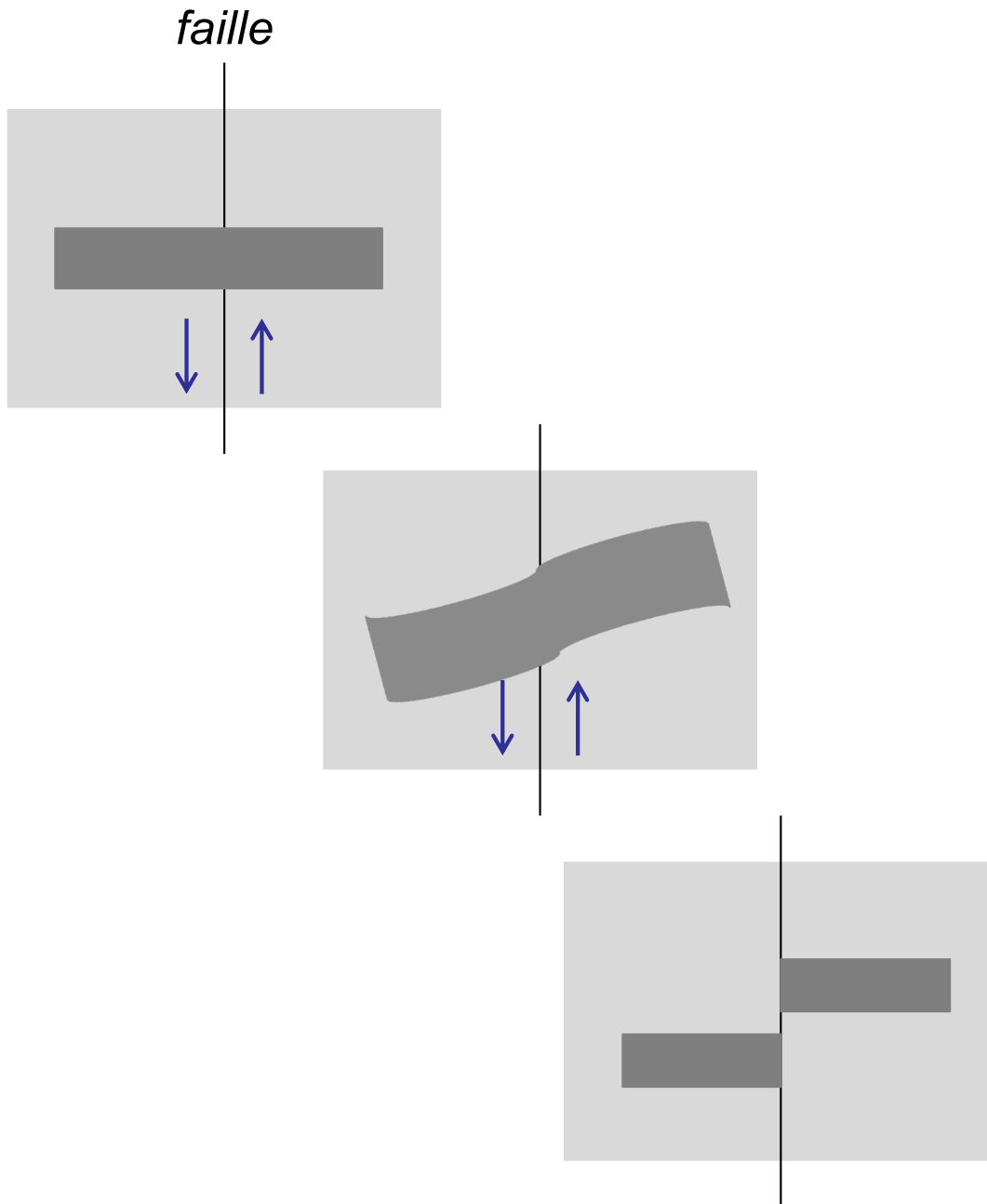
*Relâchement de contraintes:
la déformation est permanente mais
pas cassante*

Déformation plastique



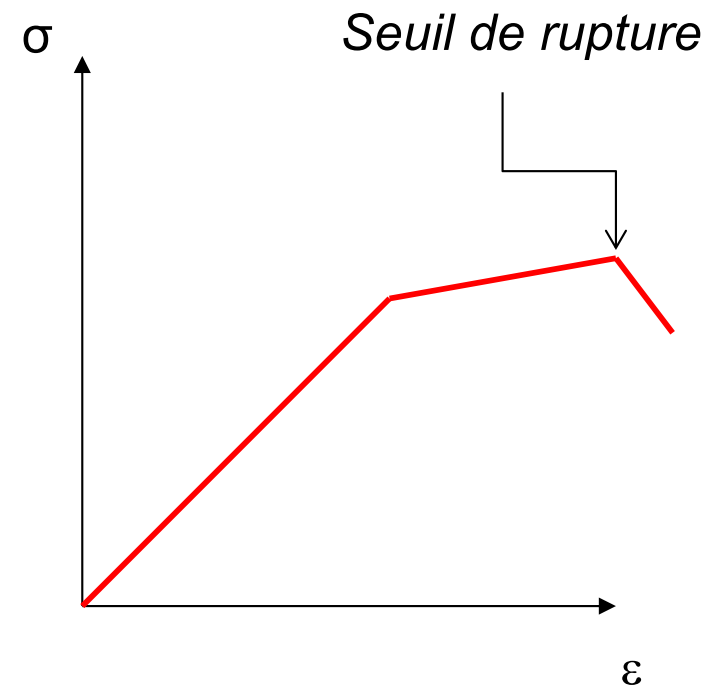
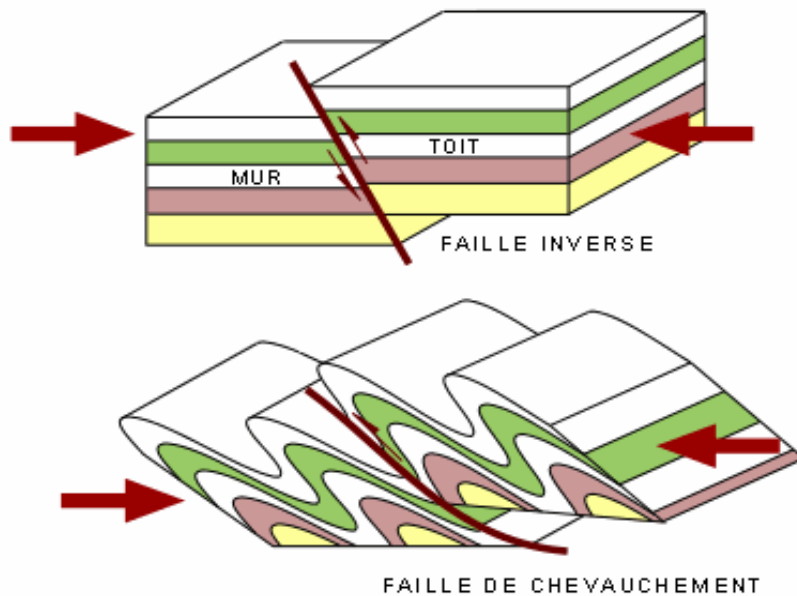
*Relâchement de contraintes:
la déformation est permanente mais
pas cassante*

Déformation cassante



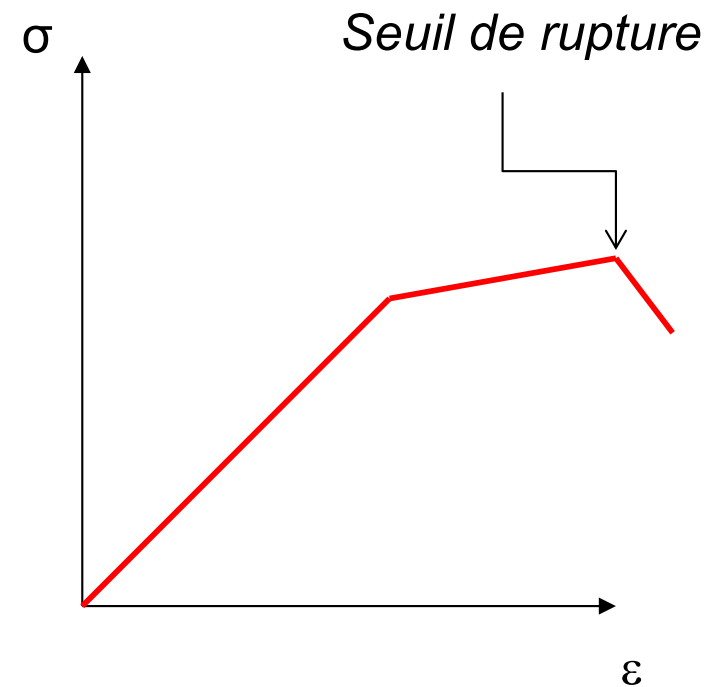
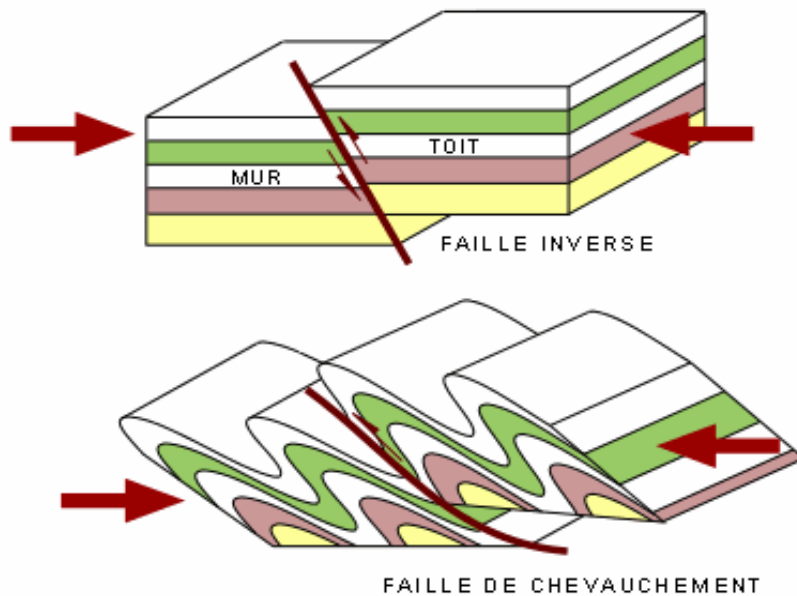
*Dépassement du seuil de rupture:
déformation cassante.*

Déformation cassante



*Dépassement du seuil de rupture:
déformation cassante.*

Déformation cassante



Lors de la rupture de l'énergie est libérée sous la forme d'ondes élastiques → séisme.

Dépassement du seuil de rupture: déformation cassante.

Loi de Hooke – tension axiale

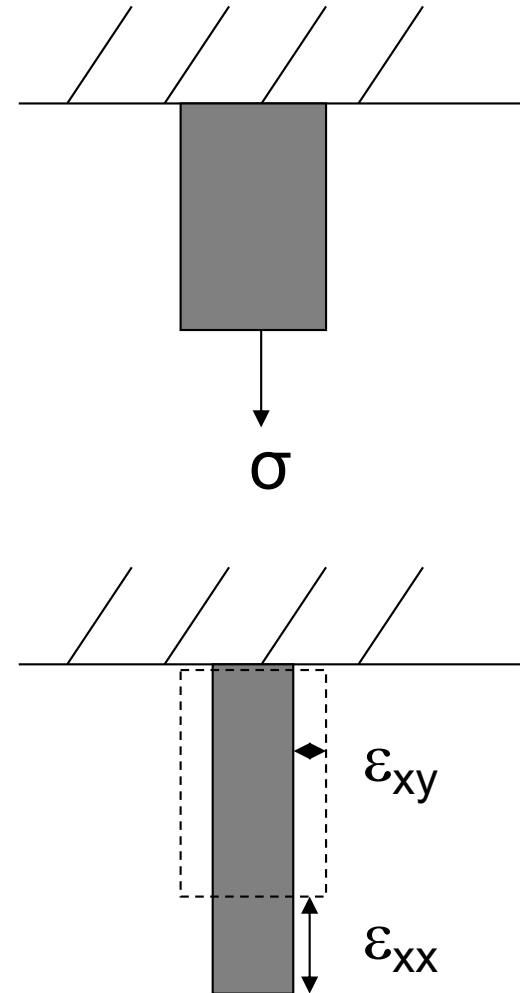
$$E = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}}$$

Traction ou une compression →

la largeur de la pièce varie, à l'inverse de l'allongement.

Coefficient de Poisson (sans unité) :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_N}$$



Loi de Hooke – tension axiale

$$E = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}}$$

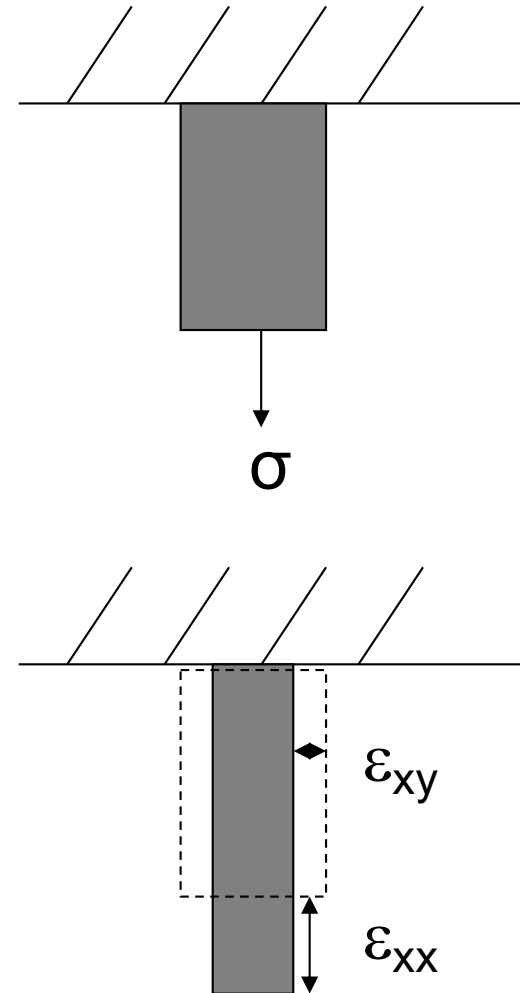
Coefficient de Poisson (sans unité) :

*caractérise la contraction de la matière
perpendiculairement à la direction de
l'effort appliqué (direction de la
contrainte).*

$$\nu \leq 1/2$$

*et si $\nu = 1/2$ le matériau est parfaitement
incompressible.*

$$\nu = - \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_N}$$



$E = 200 \cdot 10^9 \text{ Pa}$, $\nu = 0.30$ pour l'acier

$E = 60 \cdot 10^9 \text{ Pa}$, $\nu = 0.27$ pour le granite

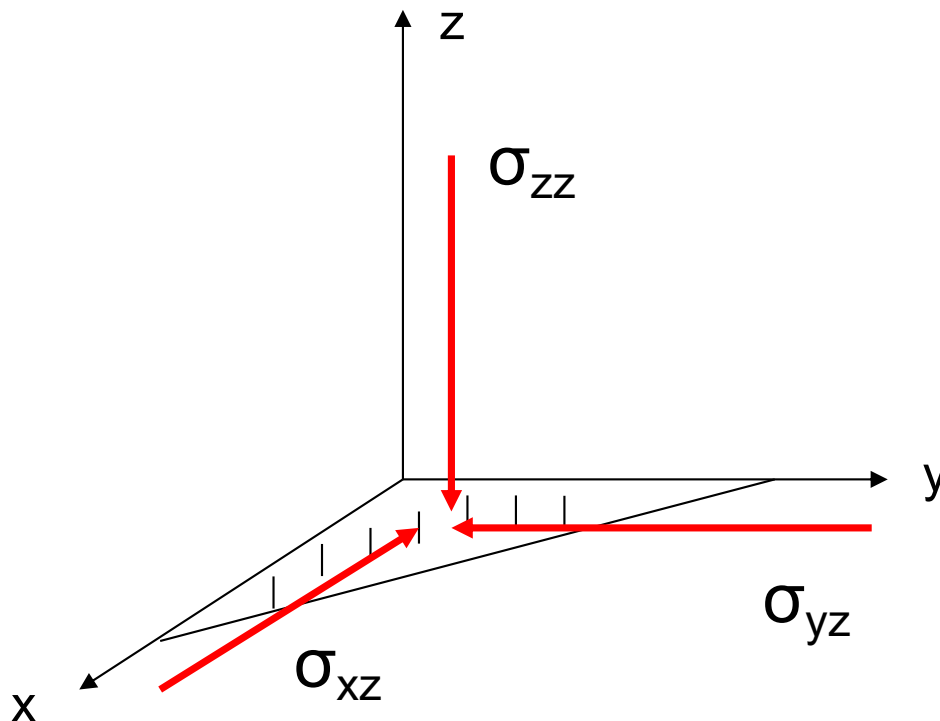
$E = 0.02 \cdot 10^9 \text{ Pa}$, $\nu = 0.50$ pour le caoutchouc

Loi de Hooke généralisée

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad \text{Milieu isotrope}$$

λ : premier coefficient de Lamé (Pa)

μ : module de cisaillement aussi appelé second coefficient de Lamé (Pa).



Contrainte normale σ_{ii}

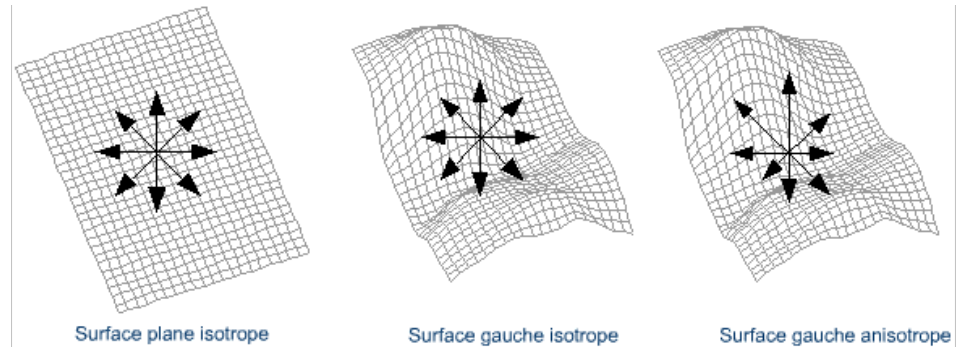
Contrainte tangentielle σ_{ij}

Déformation normale ε_{ii}

Déformation tangentielle ε_{ij}

Milieu isotrope:

*milieu dont les propriétés sont identiques
quelle que soit la direction d'observation*



δ_{ij} est le **symbole de Krönecker**

$$\delta_{ij} = 1 \text{ si } i=j$$

$$\delta_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j$$

$$(\delta_{ij})_{(i,j) \in \{1,2,3\}^2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Loi de Hooke généralisée

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad \text{Milieu isotrope}$$

λ : **premier coefficient de Lamé (Pa)**

μ : **module de cisaillement aussi appelé second coefficient de Lamé (Pa).**

Ecriture matricielle!!!

Loi de Hooke généralisée

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

λ : **premier coefficient de Lamé** (Pa)

μ : **module de cisaillement aussi appelé second coefficient de Lamé** (Pa).

Ces paramètres caractérisent les propriétés élastiques du matériau

E: module de Young (Pa)

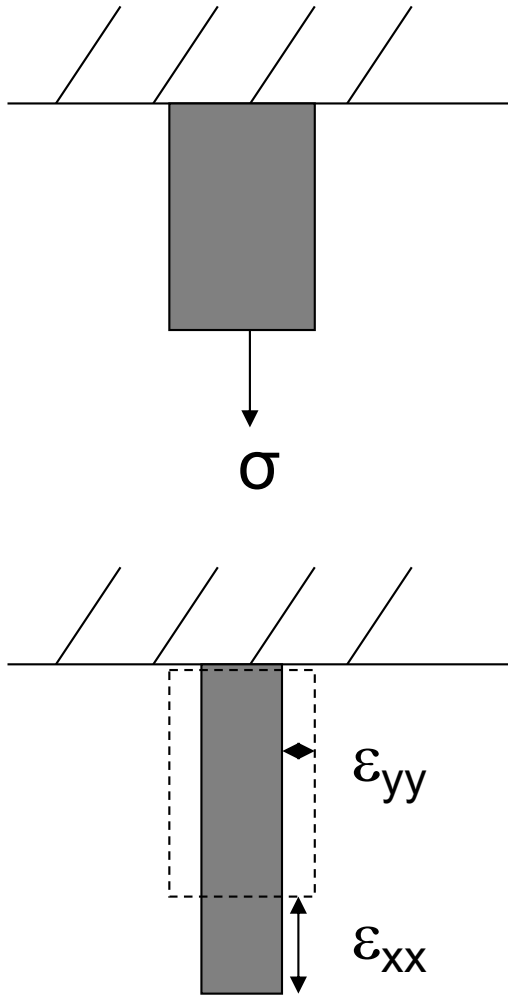
ν : coefficient de Poisson (Pa)

→ accessibles expérimentalement

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Coefficients de Lamé



- Expérience de traction
- Mesure E et ν
- Déduit λ et μ

$$E = \frac{\sigma_{xx}}{\epsilon_{xx}}$$

$$\nu = - \frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{xx}}$$

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Loi de Hooke généralisée

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

λ : premier coefficient de Lamé (Pa)

μ : module de cisaillement aussi appelé second coefficient de Lamé (Pa)

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Liquide: $\mu=0$ donc $\nu = 0.5$ (pas de cisaillement!)

Sédiments meubles: μ petit donc $\nu \rightarrow 0.5$

Résumé

Déformation: $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ (sans unité)

Loi de Hooke: $\sigma = E\varepsilon$

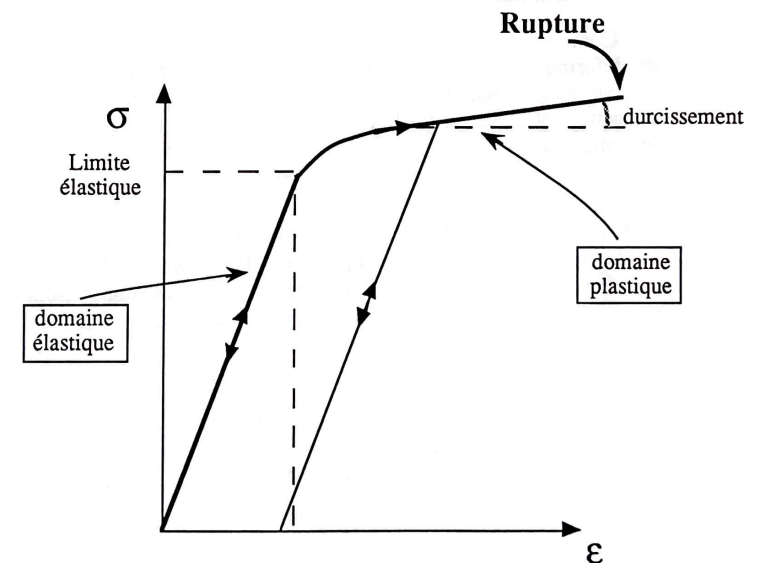
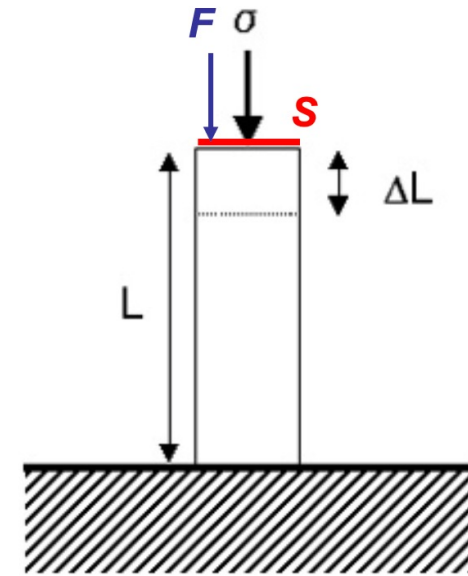
E : module de Young (Pa)

Poisson: $\nu = -\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}}$

Loi de Hooke généralisée: $\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$ Milieu isotrope

λ : premier coefficient de Lamé (Pa)

μ : module de cisaillement aussi appelé second coefficient de Lamé (Pa).



Contrainte

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

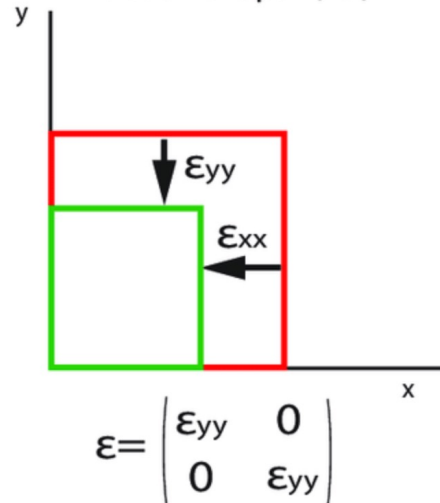


Déformation

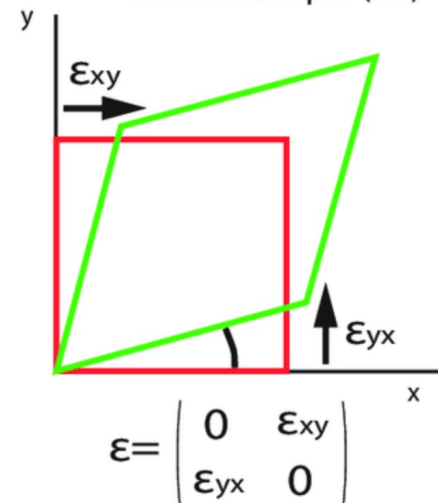
$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Déformations

Ecrasement pur (2D)



Cisaillement pur (2D)



Relations sismicité - déformation

Exemple simple:

*décrochement
avec un déplacement S*

$$e_{12} = e_{21} = S/2W$$

*Identique si on a une série
de séismes qui produisent
un offset total S*

