

OM2 : Feuille 8 de TD

Michele Bolognesi (¹)

Exercice 1. Montrer que la forme différentielle

$$\omega := ydx + xdy + dz + 2tdt$$

est exacte et en calculer toutes les primitives.

Exercice 2.

Montrer que les champs suivants dérivent d'un potentiel, et déterminer tous les potentiels dont ils dérivent.

1. $F(x, y, z) = (2xy + z^3, x^2, 3xz^2)$;
2. $F(x, y, z) = (y + z, x + z, x + y)$;
3. $F(x, y) = \left(-\frac{y}{(x-y)^2}, \frac{x}{(x-y)^2} \right)$ défini sur $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x > y\}$.

Exercice 3.

A quelle condition sur α les champs de vecteurs de composantes

1. $G(x, y, z) = (xy, z + \alpha x^2, y)$;
2. $F(x, y, z) = (6xy \ln(z), 3x^2 \ln(z), \frac{\alpha x^2 y}{z})$.

dérivent-ils d'un potentiel?

Exercice 4.

Calculer les champs de gradients obtenus à partir des fonctions suivantes :

1. $f(x, y, z) = \sin(xy) - e^{z^2}$;
2. $g(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{z^2}$;
3. $h(x, y, z) = e^{3 \cos(xy)}$.

1. Département de Mathématiques, CC 051, Université Montpellier II, Pl. Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5.
Mail : michele.bolognesi@umontpellier.fr