Université de Montpellier
- Faculé des Sciences -
Département de Mathématiques

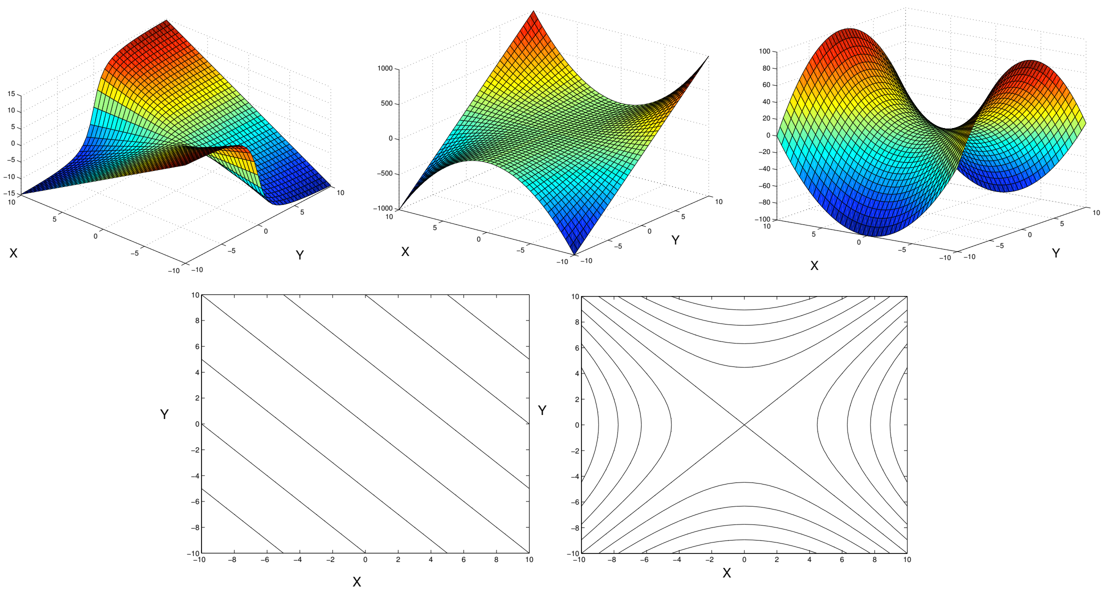
Année Universitaire 2021-2022
Licence - OM2

OM2 : Feuille 1 de TD

Michele Bolognesi ([1])

Exercice 1. Apparier les fonctions suivantes avec leurs courbes de niveaux et/ou leurs graphes :

$$f(x,y) = x^2 - y^2 \qquad h(x,y) = x + y \qquad k(x,y) = x^2 y$$



Exercice 2. Tracer les courbes de niveau et le graphe de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x + y$
2. $g(x,y) = y^2$
3. $h(x,y) = x^2 + y^2$
4. $k(x,y) = ln(1 + x^2 + y^2)$
5. $z(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
6. $s(x,y) = x^2 - 3y$
7. $r(x,y) = e^{-1-2x^2+y}$

[1]Département de Mathématiques, CC 051, Université Montpellier II, Pl. Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5. Mail : `michele.bolognesi@umontpellier.fr`

Exercice 3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 et 2 des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = x + xy^2$
2. $g(x,y) = e^y + xy + 1$
3. $k(x,y) = \sin(xy) + 7ye^{x^2} + 2x$
4. $h(x,y) = x^y + xy + 1$

Exercice 4. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction dérivable. Calculer les dérivées partielles par rapport à x et y de:

1. $f(x+y)$;
2. $f(xy)$;
3. $f(\frac{x}{y})$.

Soit $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ une fonction $C^1(\mathbb{R}^2)$; définissons

$$\begin{aligned} h : \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R}; \qquad (1)\\ (x,y) &\mapsto g(y,x). \qquad (2) \end{aligned}$$

Calculer les dérivées partielles de h en fonction de celles de g.

Exercice 5. La pression P de l'atmosphère au voisinage du sol de la terre (une zone où la température peut être considérée comme indépendante de l'altitude z) vaut $P = p_0 \mathrm{e}^{-\frac{Mgz}{RT}}$. Calculer les dérivées partielles $\frac{\partial P}{\partial z}$ et $\frac{\partial P}{\partial T}$. Commenter.

Exercice 6. Calculer la dérivée de $g(s) = f(u(s), v(s))$ dans les situations suivantes:

1. $f(x,y) = xye^x,\ u(s) = 2s,\ v(s) = e^s$;
2. $f(x,y) = ln(x) + y,\ u(s) = 1 + s^2,\ v(s) = s$;
3. $f(x,y) = \frac{xy}{x+y},\ u(s) = s^2 + 2,\ v(s) = sin(s)$.