Université de Montpellier
- Faculé des Sciences -
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2022-2023
Licence - OM2

OM2 : Feuille 2 de TD

Michele Bolognesi ([1])

Exercice 1. On considère une fonction dérivable $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et une fonction de deux variables $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ admettant des dérivées partielles. Montrer que la fonction de deux variables $g = u \circ f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ admet des dérivées partielles et les calculer.

Exercice 2. On considère deux fonctions de deux variables $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto f(x, y)$ et $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (u, v) \mapsto g(u, v)$ admettant toutes deux des dérivées partielles. Montrer que la fonction

$$h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto h(x, y) = g(x, f(x, y))$$

admet des dŕivés partielles et les calculer.

Exercice 3. Trouver les points critiques de la fonction

$$f := (x, y) \mapsto x^2 + y^2 - 3x - 3y$$

sur le rectangle défini par les deux conditions $0 \leq x \leq 2$ et $1 \leq y \leq 5$.

Exercice 4. Trouver les points critiques de

1. $f := (x, y) \mapsto x^2 - 4x + y^3 - 3y$;
2. $g := (x, y) \mapsto x^3 - y^4 + 2x$;
3. $h := (x, y) \mapsto sin(x) + cos(y)$.

Exercice 5. Trouver et dessiner la courbe de niveau de

$$g(x, y) = 2x^2 + 3y^2$$

passant par le point $(2, 1)$ et celle par $(1, \sqrt{3})$. Comparer les deux courbes.

Exercice 6. Calculez $\frac{\partial f}{\partial x \partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial y \partial x}$ pour

$$f := (x, y) \mapsto e^{xy} + xsiny.$$

Exercice 7. Trouver les points critiques de la fonction f suivante.

$$f(x, y) = \sin(x) + y^2 - 2y + 1$$

Exercice 8. Pour chacune des fonctions suivantes, trouver les point critiques :

[1] Département de Mathématiques, CC 051, Université Montpellier II, Pl. Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5. Mail : `michele.bolognesi@umontpellier.fr`

1. $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$;
2. $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2 + 6$;
3. $f(x, y) = x^3 + 2xy^2 - y^4 + x^2 + 3xy + y^2 + 10$.