Economie Publique

Pr. Guillaume CHEIKBOSSIAN

Université de Montpellier
E-mail: guillaume.cheikbossian@univ-montp1.fr

March 16, 2020

Abstract

L'économie publique est une discipline de l'analyse économique à la fois normative et positive dont l'objet d'étude est l'Etat. En particulier, il s'agit d'étudier quels peuvent être les interactions entre une institution étatique et une économie de marché. Comprendre ces interactions, comprendre les bienfaits et les défaillances de marché ce qui justifieraient alors une intervention de l'Etat sont au cœur de l'économie publique

1 Le rôle de l'Etat dans la pensée économique

1.1 La conception de l'Etat chez Adam Smith

Pour Adam Smith ("La richesse des nations", 1776), l'Etat a une action résiduelle ou subsidiaire, en réponse aux défaillances du marché. La subsidiarité ici, signifie que l'Etat ne fait que ce que l'initiative individuelle ne saurait prendre en charge. L'essentiel des objectifs souhaitables est plus efficacement poursuivi par le jeu des actions individuelles. A. Smith a plutôt une vision moderne du personnel politique : en des termes plus contemporains on pourrait dire que l'homme politique est soumis à une information asymétrique : ne connaissant pas mieux que les agents économiques (et plutôt moins bien) ce qu'il faudrait faire, son intervention doit donc être seconde, subsidiaire. Cette méconnaissance prive l'Etat de sa capacité à agir. Par la suite, cet Etat qui peut être trompé est remplacé par la figure d'un planificateur omniscient, capable donc mieux que le marché, de réaliser l'optimum économique. Ce n'est que récemment que l'économie politique renoue avec cette vision des hommes politiques soumis aux aléas de l'information imparfaite et qui peuvent aussi avoir des intérêts qui leur sont propres (comme celui d'être réélu).

Le souverain n'intervient que dans trois domaines où l'initiative privée fait défaut: les domaines de la sécurité extérieure et intérieure (armée, police, justice) et celui des services collectifs d'intérêt public. Adam Smith considère deux types de services collectifs: les infrastructures et l'éducation. Dans les deux cas, l'Etat intervient pour produire un bien public, c'est-à-dire un bien caractérisé par l'inégalité entre les avantages et les coûts pour les agents privés et les avantages et les coûts pour la société dans son ensemble.

Il est frappant de constater chez Adam Smith un souci pour l'éducation. Néanmoins il ne s'agit pas pour cet auteur de prendre en compte les effets d'externalité positive de l'éducation en termes de productivité ou de croissance. L'éducation, selon Adam Smith conforte l'ordre et la stabilité du pouvoir. Chez Adam Smith apparaissent donc clairement deux actions distinctes de l'Etat: une action d'ordre qui regroupe la défense, l'armée, la justice et l'éducation et une action plus économique de production de biens spécifiques que sont les infrastructures.

1.2 Samuelson : l'émergence d'un nouveau rôle: le bien-être social

L'approche de Smith a longtemps prévalu et L'Etat est limité à une action subsidiaire aux défaillances du marché. C'est au début du vingtième siècle que L'Etat sort du rôle purement économique pour devenir un acteur, encore opaque, du bonheur collectif.

Paul Anthony Samuelson est à l'origine de la clarification et de la modélisation du concept de bien-être collectif (« La théorie pure des finances publiques », 1954). Le raisonnement de l'auteur repose sur trois postulats: la fonction essentielle de l'Etat est la production des biens collectifs; l'objectif de l'Etat est de maximiser la fonction de bien-être social; la théorie économique donne les conditions d'optimalité de la production de ces biens publics et non la fonction de bien-être social qui relève, elle, d'un arbitrage politique. On s'est éloigné de Smith: la méfiance à l'égard du souverain fait place à la figure d'un planificateur omniscient et bénévole.

Samuelson définit le bien collectif comme un bien dont «tous peuvent bénéficier en commun, c'est-à-dire dont la consommation par individu ne diminue en rien la quantité disponible de ce bien pour n'importe quel autre individu». C'est ce qu'on désigne par la notion de bien « non-rival ». Notons ainsi que les deux définitions du bien public de Smith et de Samuelson, reposent sur la même intuition: chez Samuelson, les biens collectifs sont des biens publics puisque le système de choix privés ne peut les produire. Pourtant les deux définitions ne reposent pas sur la même caractéristique. D'un côté, le bien public se caractérise par son financement (impossibilité de le financer par les agents privés non cordonnés chez Smith), de l'autre, le bien collectif se distingue par sa consommation (bien non-rival chez Samuelson).

L'intérêt s'est déplacé de la production de l'Etat (qu'est-ce qu'un bien public, comment le financer ?. . .) à l'acteur Etat lui-même qui maximise une fonction de bien-être social.

En effet, la définition de l'optimum social ne se réduit pas à un critère d'efficacité mais nécessite un choix parmi plusieurs optima de Pareto, elle implique un jugement sur la répartition du bien-être entre les agents économiques. Pour répartir le bien-être collectif, il faut un outil de comparaison des utilités individuelles (il faut donc prendre en compte des utilités cardinale) et un critère d'arbitrage entre les différents agents. La fonction de bien-être social peut être cet outil. Dans un article de 1938, Abram Bergson, fait la première présentation de la fonction de bien-être social, présentation que reprend et précise Samuelson. La fonction de bien-être social est une fonction des différentes utilités individuelles qui, elles-mêmes, sont fonctions de la consommation de l'ensemble des biens et services. Cette fonction collective n'intègre donc pas une utilité propre de l'Etat. Ce dernier agit comme un agent purement altruiste. Les acteurs politiques (gouvernement, députés ou administrateurs) sont inexistants dans le processus de décision: leur utilité propre n'est prise en compte que de la même manière que tout autre membre de la communauté.

Pour résumer, le rôle de l'Etat peut se résumer en trois catégories: 1/ Produire les biens collectifs (du fait de la propriété de non(rivalité); 2/ Maximiser le bien-être social; 3/ Définition de la fonction de bien-être social. La contribution principale de Samuelson est bien de se focaliser sur la question des préférences sociales avec donc notaemment la définition d'une fonction de bien-être social à la Bergson-Samuelson.

1.3 La synthèse des rôles de L'Etat: Musgrave

Dans "La Théorie des finances publiques (1959)" Richard Musgrave synthétise les différents apports de ces prédécesseurs et de propose une typologie des trois fonctions principales de l'Etat: la fonction d'allocation des ressources, celle de la répartition et celle de la stabilisation.

L'intervention de l'Etat dans l'allocation des ressources se justifie dans cinq situations.

Tout d'abord, l'Etat intervient pour régler le jeu du marché lorsque la libre concurrence n'est pas assurée (c'est le cas lorsque existent des barrières à l'entrée) et pour assurer et garantir les contrats. Le deuxième cas d'intervention est la présence de rendements croissants dans la production. L'Etat doit alors soit contrôler le monopole qui produit le bien soit assurer lui-même la production. Le troisième cas concerne l'apparition d'externalités positives ou négatives. La présence d'externalités justifie l'intervention de l'Etat en ce que les agents prennent en compte le coût privé d'une production et non le coût social. Pour ces cas l'intervention de l'Etat est un substitut marginal et secondaire à l'intervention des règles du marché, reprenant ainsi l'approche de Smith. Il reste deux domaines où l'intervention de l'Etat est primordiale : la gestion des biens collectifs purs (ceux déjà définis par Samuelson, comme biens non rival et non exclusifs et celle des biens tutélaires. Ce dernier cas d'intervention est nouveau et s'inscrit dans une approche de bien-être: les biens tutélaires sont des biens librement produits et consommés sur le marché mais trop ou pas assez, suivant des critères politiques ou moraux: alcool; drogue, hygiène. Dans ce cas, l'Etat contraint les préférences individuelles au nom d'un principe supérieur: «un groupe bien informé est fondé à imposer sa décision aux autres». C'est ce que l'on appelle du paternalisme.

L'intervention de l'Etat dans l'allocation des biens en cas d'existence d'externalité a été remise en cause par exemple par Ronald Coase (1960). En effet, les individus concernés par l'externalité peuvent négocier entre eux une solution et n'ont pas nécessairement besoin de l'intervention de l'Etat. Par exemple, les droits de propriété donnés aux riverains leur permettraient de vendre le droit de polluer à l'usine polluante de telle manière à être dédommagé de l'externalité négative. Il y a alors, à nouveau, adéquation entre coût privé et coût social et l'Etat n'est plus légitime à intervenir. Ceci n'est possible que lorsque les «les coûts de transaction» (information, négociation contrôle des accords) sont négligeables.

Notons que l'Etat tire la possibilité de produire les biens collectifs purs de sa possibilité à récolter le prix de cette production par les impôts. Le monopole de la violence légitime permet à l'Etat de contraindre les agents à payer, ce qu'ils ne feraient pas de manière spontanée (Violence légitime de Max Weber, 1919). Le rôle de l'Etat certes ne se résume pas simplement à un rôle de percepteur: l'Etat doit organiser la révélation des préférences individuelles concernant la production de ce bien collectif pur, et ce au moyen démocratique du vote.

Si la fonction d'allocation est le premier rôle traditionnellement de l'Etat, comme on l'a vu chez Smith, Musgrave ajoute un deuxième rôle fondamental: celui de corriger la répartition des revenus issue de cette allocation des ressources. La définition de la juste répartition est reléguée hors du champ de l'économie: l'économiste se charge uniquement de mettre en œuvre cette juste répartition. La deuxième fonction de redistribution vise à corriger l'allocation des ressources, en fonction d'une idée de la justice sociale.

La troisième fonction de stabilisation de l'économie est dans la lignée de l'approche keynésienne: l'Etat doit assurer le plein emploi, la stabilité, des prix. On peut y ajouter l'objectif de croissance et d'équilibre extérieur.

Musgrave, comme Smith et Samuelson, négligent la fonction proprement politique de l'Etat. En effet, les trois fonctions répertoriées sont interdépendantes comme le souligne Musgrave lui-même. Pourtant l'auteur préconise une séparation des trois fonctions en trois administrations distinctes. Musgrave relègue hors de l'Etat ce qui fait la spécificité de l'Etat comme organe politique. Les arbitrages et les priorités ont été définis lors des élections par l'ensemble des citoyens. L'Etat n'est qu'un organe d'application de ces choix.

Tous ces auteurs laissent de coté l'explication de l'émergence des préférences sociales et des objectifs de l'Etat. Ils les considèrent comme exogènes et donnés.

1.4 Les moyens d'actions de l'Etat

Les philosophes politiques se posent plus souvent la question non pas de l'efficacité mais de la justice sous forme d'une théorie contractualiste et non utilitariste: quel contrat social serait le plus juste ? Dans la théorie économique de l'économie publique ce critère de la justice est peu abordé sinon pour être reléguée hors du champ de l'économie. Cependant à la suite des travaux de K. Arrow, A. Sen, et T. Piketty la question de la justice sociale et des décisions collectives revient au cœur de l'économie publique.

1.4.1 L'approche utilitariste

Dans l'approche utilitariste, l'Etat doit maximiser le bien-être social et son action est jugée sur la base de son impact sur le bine-être ou l'utilité des individus.

Harsanyi (1955) apporte une contribution essentielle à la question d'un bien-être social «juste» et de la définition d'une théorie utilitariste de la justice. Le théorème de Harsanyi établit que, si les préférences individuelles sont rationnelles (au sens de Von Neumann-Morgenstern) et si les préférences «éthiques» des agents sont également rationnelles, si enfin on suppose que lorsque qu'un choix entre plusieurs possibilités laisse indifférents tous les individus alors la société est indifférente, si donc on admet ces trois postulats, la fonction de bien-être social a une forme précise: elle est la somme pondérée des utilités individuelles. En effet, Harsanyi suppose que chaque agent a une fonction d'utilité individuelle qui reflète ses préférences telles qu'elles se manifestent en réalité. Les préférences «éthiques» définissent une fonction de bien-être social individuelle: elles expriment ce que l'individu préfère sur le seul fondement de considérations impersonnelles et impartiales: «les préférences d'un individu satisfont ces conditions d'impartialité si elles indiquent quelle situation sociale il choisirait dans l'ignorance de ce que serait sa position personnelle dans la nouvelle situation choisie». Ces préférences définissent donc une fonction de bien-être social cardinale égale à la moyenne pondérée des utilités de tous les individus dans la société. Cette définition des préférences éthiques est très proche de la procédure du contrat social exposée par Rawls: pour chaque choix social les individus «se mettent à la place» des autres individus pour évaluer leur bien-être. Si les différentes positions sociales sont équiprobables, alors la pondération de tous les individus est la même et l'on retrouve la simple somme utilitariste comme fonction de bien-être social. Cela implique une neutralité par rapport aux inégalités d'utilité ou de bien-être, le bien-être social pouvant augmenter même si l'utilité de certains baisse alors que d'autres voient leur utilité augmenter (de façon plus importante). L'utilitarisme suppose donc implicitement que les agents sont altruistes ou capables d'éppprouver de la sympathie i.e. de se mettre à la place de tout autre individu de la société pour évaluer son propre bien-être.

1.4.2 La théorie de la justice

C'est véritablement Rawls (1971) dans son ouvrage "La Théorie de la Justice" qui donne les fondements d'une théorie de la justice qui s'éloigne de l'approche utilitariste pour renouer avec la tradition philosophique de l'approche contractualiste (Locke, 1690; Rousseau, 1762). L'approche utilitariste considère qu'il faut maximiser un bien-être global sans se soucier du degré d'inégalité qui pourrait en résulter. Une situation où le plus grand nombre maintient son niveau de revenu mais où une minorité s'enrichit indéfiniment maximise ainsi une utilité collective mais correspond à une société que l'on pourrait qualifier d'«injuste». Rawls propose de faire le chemin inverse à la démarche utilitariste, il propose de définir les objectifs de justice avant de déterminer les moyens économiques d'y arriver et non de partir d'un bien-être individuel pour en déterminer l'optimum social.

Rawls est, avec Harsanyi, l'inventeur du concept de voile d'ignorance (Rawls parlant plutôt de position originelle). Les deux auteurs ont indépendamment inventé pendant les années 1950 ce concept afin de déduire des principes de justice susceptibles d'être acceptés par les membres d'une société. Le voile d'ignorance est une situation fictive dans laquelle les individus doivent définir les principes et les institutions devant réguler le fonctionnement de la société dans laquelle ils seront appelés à vivre. En tant qu'outil conceptuel, le voile d'ignorance doit permettre au théoricien de déterminer quelle société serait choisie par des individus impartiaux. Pour cela, les individus placés sous voile d'ignorance sont dépourvus de toute identité sociale : ils sont dans l'ignorance des détails sur eux-même (talents, position sociale...). Les individus, sous voile d'ignorance, sont donc placés sur un parfait pied d'égalité, ce qui laisse supposer qu'ils s'accorderont tous sur les principes et les institutions devant être adoptés. La question cruciale est dès lors la suivante : quel choix sera fait par des individus placés sous voile d'ignorance ? Plus précisément, à quel(s) critère(s) satisfera la société (définit par ses institutions et ses principes constitutifs) choisit par les individus ?

La majeure partie de l'ouvrage de Rawls est consacrée à fournir une réponse à cette question et à y apporter plusieurs arguments. Rawls aboutit à une réponse prenant la forme de deux principes ordonnés.

1) Chaque membre de la société est détenteur du même socle de droits et de libertés basiques compatibles, socle dans lequel on trouve notamment un certain nombre de libertés politiques constitutives d'une société démocratique.

2) Les inégalités économiques et sociales doivent satisfaire à deux conditions : a/ d'abord, elles doivent être attachées à des positions et des situations ouvertes à tous les membres de la société dans des conditions d'égalité d'opportunité ; b/ ensuite, elles doivent être telles qu'elles bénéficient essentiellement aux individus les plus désavantagés. Autrement dit si l'on traite de manière inégalitaire les individus alors le principe de justice a pour but d'améliorer la situation des plus démunis. Il s'agit d'avoir des règles et normes sociales qui permettent l'épanouissement de tous les individus et donc d'abord des plus démunis. (A nouveau pour l'utilitarisme, le juste est ce maximise le bien-être social indépendamment de la répartition de ce bien-être entre individus).

Le premier principe l'emporte sur le second (lorsque les conditions matérielles nécessaires sont assurées), le principe 1) l'emporte sur le principe 2).Le système de Rawls est un système normatif et idéal. Que se passe-t-il, une fois le voile de l'ignorance levé? L'économie politique part d'une vision positive de l'économie réelle et donne les outils de compréhension des conflits et des arbitrages politiques.

1.5 La nouvelle économie politique

Le terme d'économie politique est chargé de sens multiples, parfois contradictoires et flous. Il apparaît pour la première fois chez les mercantilistes, pour distinguer l'économie au sens grec d'économie domestique de l'économie au niveau national, outil de gestion du prince. "Economie" vient du grec "oikos" qui signifie maison et "nomos" qui signifie gérer. Economie est donc l'art de gérer sa maison. Le premier usage du terme d'économie politique est ainsi attribué au mercantiliste Antoine de Montchrétien (1575-1621), dans son ouvrage Traité de l'économie politique, en 1615. Avec les physiocratie qui est une école de pensée économique, politique et juridique, née en France à la fin des années 1750 – considérant que la richesse vient de la terre et que seules les activités agricoles sont productives – le terme garde son sens de gestion publique mais s'enrichit d'une référence à une science de l'organisation économique, de la production et de la redistribution. Chez A. Smith en 1776 ou dans l'ouvrage de John Stuart Mill en 1848, Principes d'économie politique, il désigne la science économique en général, avec l'idée implicite que la politique influence les variables économiques. Ce n'est que progressivement, au milieu du XIXe siècle, que le terme d'économie politique est remplacé par le terme plus simple d'économie. La science économique moderne s'est alors distinguée de l'économie politique, terme conservé par le courant marxiste.

Avec la division des Sciences Politiques et Economiques en deux disciplines distinctes, les économistes ont fait abstraction des facteurs politiques et institutionnels. Ceci s'explique par le développement, à partir de la fin du XIX siècle, de la théorie mathématique des prix bien adaptée pour décrire le fonctionnement et la concurrence sur les marchés mais certainement peu utile pour étudier le « Politique ». Ainsi l'économie s'est développée autour d'une méthode analytique bien précise alors qu'il semble que la science politique a plutôt utilisé des méthodologies descriptives. Aujourd'hui avec le développement de la théorie des jeux, cette séparation entre l'économique et le politique a moins de sens (Roger Myerson [1997]).

La nouvelle économie politique, telle que nous l'entendons et telle qu'elle se développe depuis les années soixante, est nouvelle dans le sens où elle renoue avec les fondements de l'analyse économique pour examiner les comportements d'optimisation des hommes politiques, des fonctionnaires ou des électeurs. On entend donc par économie politique, au sens large, une analyse économique qui intègre les réalités politiques dans son champ de recherche et qui, plus précisément, considère les variables politiques non plus comme exogènes mais comme endogènes au modèle économique. L'économie politique ouvre la « boîte noire » de l'Etat par opposition à une approche traditionnelle, qui considère les variables politiques comme exogènes. Cette approche inclut aussi l'analyse plus spécifique de la bureaucratie qui consiste à remettre en cause l'hypothèse d'un Etat bienveillant et omniscient, les hommes politiques maximisant leur propre bien-être.

2 L'économie du bien-être

Le cadre d'analyse des microéconomistes en général et des économistes des finances publiques en particulier est celui de l'économie du bien-être. Celle-ci concerne la désirabilité sociale de propositions gouvernementales alternatives. La théorie de l'économie du bien –être sert à distinguer les circonstances selon lesquelles les marchés peuvent fonctionner correctement (à définir) et selon lesquelles les marchés ne sont pas suffisants pour atteindre les objectifs voulus. Il s'agit donc d'une théorie normative qui ne cherche pas à rendre compte du fonctionnement effectif de l'Etat mais qui formule plutôt des jugements de valeurs sur l'Etat idéal de la société et comment il doit être atteint. L'économie du bien-être représente donc une certaine morale.

2.1 Critère et optima de Pareto

Le critère de Pareto se propose de comparer les différentes façons d'allouer les ressources disponibles parmi les individus composant l'économie. Ainsi, une répartition Q' est, selon ce critère, strictement préféré à une répartition Q si le passage de Q à Q' n'entraîne de baisse d'utilité pour aucun individu, l'un d'entre eux au moins voyant son utilité augmenter.

Ce critère ne permet pas de comparer entre elles toutes les répartitions possibles, le passage de l'une à l'autre se traduisant en règle générale par une amélioration de certains et une détérioration pour d'autres. Ainsi, le cas où un individu disposerait à lui tout seul de toutes les ressources de l'économie n'est pas comparable, selon le critère de Pareto, à celui où ces ressources seraient réparties de façon égalitaire entre tous les individus. Le critère de Pareto et donc essentiellement conservateur dans le sens où il introduit un biais en faveur du statu quo.

Un optimum de Pareto est une répartition des ressources telle qu'il n'existe pas d'autre répartition qui lui soit strictement préférée selon le critère de Pareto. Autrement dit, à un optimum de Pareto, on ne peut améliorer la situation de certains sans détériorer celle d'autres. Ainsi, le cas où un individu détient toutes les ressources alors que tous les autres détiennent une quantité de ressources négligeable peut être un optimum de Pareto, s'il n'est pas possible d'améliorer la situation des démunis sans détériorer celle de celui qui détient tout. Le critère de Pareto est donc pauvre d'un point de vue éthique.

2.2 Caractérisation des situations optimales

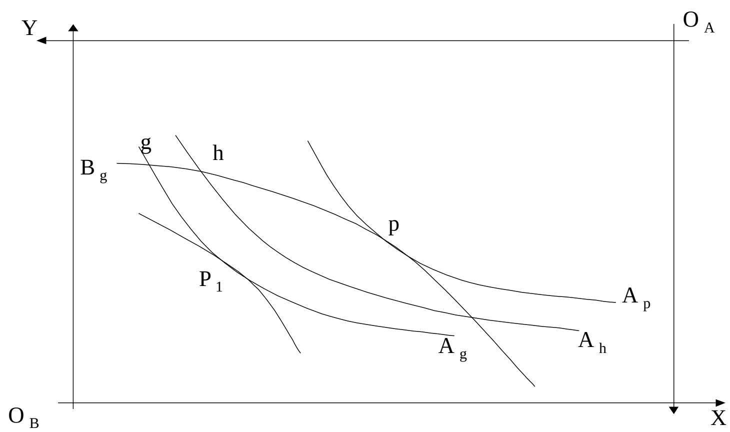
2.2.1 Une économie d'échange

Considérons une économie composée de deux agents économiques qui consomment deux types de biens offerts en quantité limitée. Le problème est bien un problème d'allocation des ressources c'est-à-dire des deux biens entre l'individu A et l'individu B.

La boite d'Edgeworth (économiste du XIX siècle) permet de représenter graphiquement l'allocation des ressources entre les deux individus.

La taille du rectangle détermine les quantités disponibles des deux biens X et Y. Chaque point de la boite d'Edgeworth représente une allocation des deux biens entre les deux individus.

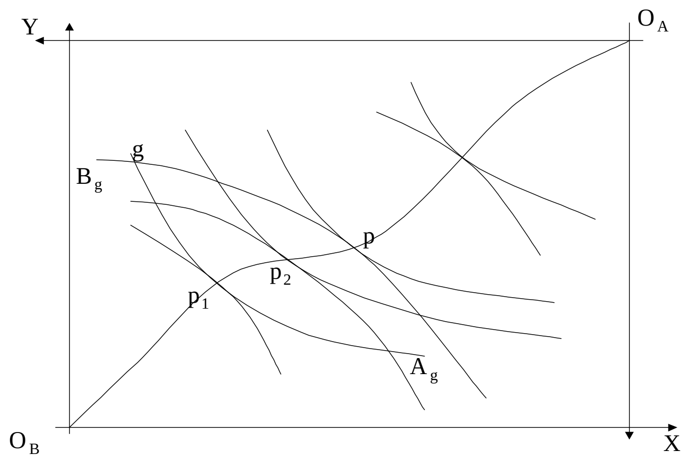
Nous avons deux systèmes d'axes d'ordonnées O_A et O_B, le premier permet de représenter les courbes d'indifférence dans l'espace des biens X et Y pour l'individu A et le second système les courbes d'indifférences de l'individu également dans l'espace des deux biens. Une courbe d'indifférence représente l'ensemble des paniers de consommation pour lequel un individu est indifférent (même niveau d'utilité). Pour chaque individu, plus la courbe d'indifférence est éloignée de l'origine plus son niveau d'utilité est important (car il peut consommer d'autant plus de X et de Y qu'il est loin de l'origine).Au point g, on se trouve sur la courbe d'indifférence



Ag de l'individu A et sur la courbe d'indifférence Bg de l'individu B. Le point g se trouve simultanément sur une courbe d'indifférence pour l'individu A et l'individu B. A cette condition seulement, l'allocation est dite réalisable.

La question est alors de savoir s'il est possible de réallouer les deux biens entre les deux individus tel que A soit sur une courbe d'indifférence plus élevée mais sans détériorer la situation de l'individu B. Par exemple le point h est possible car on reste sur la courbe d'indifférence de l'individu B mais on se trouve sur une courbe d'indifférence plus haute pour l'individu A. On peut continuer le processus jusqu'au point p. A ce point l'individu B n'est toujours pas lésé mais l'utilité de A est encore plus élevée relativement au point h. Par cotre, à partir de p il n'est pas possible d'augmenter la satisfaction de A sans diminuer celle de B. Le point p correspond donc à une allocation des ressources qui est optimale au sens de Pareto. A ce point, il n'y a aucun gaspillage de ressources. Le fait de passer du point g au point h est une amélioration au sens de Pareto. On dit également que p est Pareto-supérieur à g. On pourrait aussi considérer une hausse de l'utilité de l'individu B (laissant inchangée celle de l'individu A) jusqu'au point p_1. p et p_1 sont deux allocations optimales au sens de Pareto qui ne sontpas comparables selon le critère de Pareto.

On pourrait également considérer le cas où d'un changement d'allocation qui permet d'améliorer la situation des deux individus.Au point p_2 les deux individus ont un niveau d'utilité plus élevé



qu'au point g car chacun se trouve sur une courbe d'indifférence plus haute. Le point p_2 est Pareto-efficace, on peut augmenter la satisfaction de l'un sans diminuer celle de l'autre. En fait, il existe un ensemble de points Pareto-efficaces qui sont tous les points de tangence entre les courbes d'indifférence des deux individus. La courbe qui relie ces points (et qui passe par les deux origines) est appelée la courbe des contrats.

La pente de la tangente, en valeur absolue, d'une courbe d'indifférence indique le taux auquel un individu désire échanger un bien ou un autre. La pente (en valeur absolue) d'une courbe d'indifférence est donc donnée par le taux marginal de substitution (combien de bien X je suis prêt à abandonner pour consommer une unité supplémentaire de bien Y).

Rappel : La pente de chaque courbe d'indifférence est dY/dX. Par définition de la courbe d'indifférence on a $dU^i(X,Y) = 0$

$$dU(X,Y) = \frac{\partial U^i}{\partial X} dX + \frac{\partial U^i}{\partial Y} dY = 0$$

$$\frac{dY}{dX} = -\frac{\partial U^i/\partial X}{\partial U^i/\partial Y} = -TMS^i_{XY}$$

A l'optimum on a

$$TMS^A_{XY} = \frac{\partial U^A/\partial X}{\partial U^A/\partial Y} = \frac{\partial U^B/\partial X}{\partial U^B/\partial Y} = TMS^B_{XY}$$

Si cette condition est vérifée les échanges sont mutuellement avantageux.

2.2.2 Une économie de production

Au lieu de considérer que les quantités des deux biens sont offertes en quantité fixe, envisageons maintenant le cas où les quantités produites sont variables et dépendent des conditions de production (le prix des facteurs de productions, les technologies de production).

Le raisonnement et la construction d'un point optimal de production est similaire au raisonnement que nous avons fait pour obtenir un point optimal de consommation. Il s'agit de représenter donc la boite d'Edgeworth dans laquelle les systèmes d'ordonnées sont donnés par les facteurs de production (par exemple le capital et le travail). Il s'agit alors de représenter les isoquantes de production i.e. les quantités variables d'utilisation des facteurs de production qui permettent d'obtenir le même niveau de production pour le bien X d'une part et le bien Y d'autre part.

Par définition d'une isoquante de production,on a $dF^i(L,K) = 0$ ou $F^i(.)$ est la fonction de production du bien $i = \{X, Y\}$ et L et K sont les deux facteurs de production. On a

$$dF^i(L,K) = \frac{\partial F^i(.)}{\partial K} dK + \frac{\partial F^i(.)}{\partial L} dL = 0$$

On en déduit le Taux Marginal de Substitution Technique (TMST)

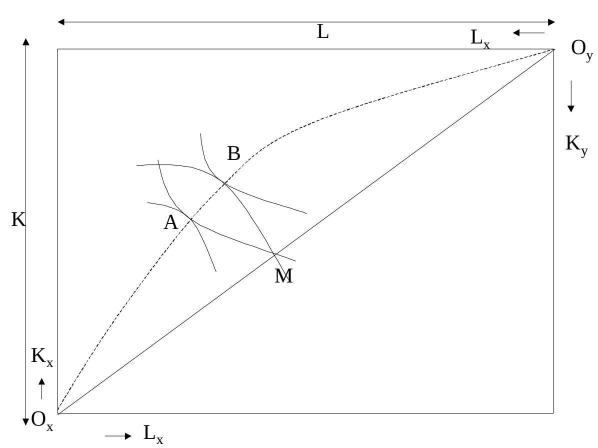
$$\frac{dK}{dL} = -\frac{\partial F^i(.)/\partial L}{\partial F^i(.)/\partial K} = -TMST^i$$

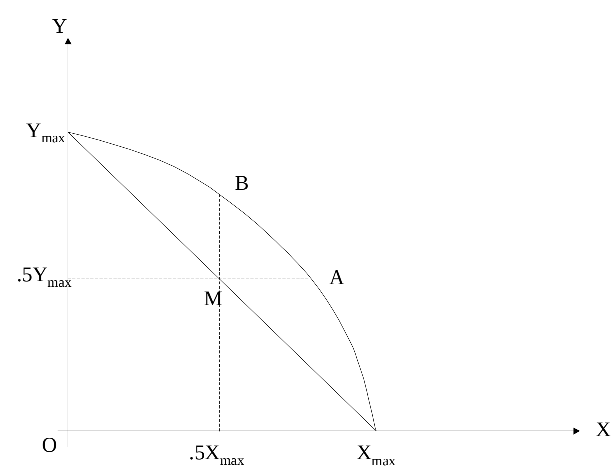
Les points optimaux de production sont donnés par les points de tangence entre les isoquantes de production de X et de Y. Au point de tangence des isoquantes les tangentes sont de même pente ce qui signifie que les Taux Marginal de Substitution Technique sont égaux pour la production de X et de Y. Nous avons donc :

$$TMST^X = \frac{\partial F^X/\partial L}{\partial F^X/\partial K} = \frac{\partial F^Y/\partial L}{\partial F^Y/\partial K} = TMST^Y$$

Si cette condition est vérifiée il n'y a aucun gaspillages de resources (facteurs de production).

L'ensemble de ces points permet alors de définir la courbe des possibilités de production. La FPP représente donc le montant maximum de production de X qu'il est possible d'obtenir étant donné un certain montant de production de Y (et inversement).





Dans la boite d'Edgeworth, ci-dessus, nous avons considéré que la production de bien X est intensive en capital (il faut plus de capital relativement au travail pour produire une unité de bien X que pour produire une unité de bien Y). Avec une courbe des contrats au-dessus de la diagonale, la frontière des possibilités de production est concave par rapport à l'origine. En effet, considérons le point M (comme médian) se situant sur la diagonale dans la boite d'Edgeworth et qui correspond au niveau de production $0.5Xmax$ et $0.5Ymax$. A partir de ce point, on peut envisager soit le point A soit le point B selon que l'on décide de réallouer les facteurs de production en maintenant constant la production de X ou de Y. Dans les deux cas, la production d'au moins un bien augmente et on se trouve donc nécessairement au-dessus du segment AB. Donc la FPP est concave par rapport à l'origine.

La pente de la tangente, le long de la FPP est donnée par le Taux Marginal de Transformation (TMT). Le TMT en valeur absolue est croissant dans la production de X. Il indique combien d'unité de Y, nous devons renoncer à produire pour produire une unité supplémentaire de X. En fait, il est possible d'exprimer le TMT en fonction des coûts marginaux de production et plus le TMT qui représente le coût d'opportunité de production du bien X en terme de bien Y est donné pat $TMT_{XY} = CmX/CmY$.

Une condition nécessaire pour avoir une allocation Pareto-efficace dans une économie de production est la suivante : $TMS^A_{XY} = TMS^B_{XY} = TMT_{XY}$. En raison des hypothèses de convexité que nous avons retenu, c'est également une condition suffisante. Les taux marginaux de substitution des deux individus sont égaux et doivent être égaux au taux marginal de transformation. Autrement dit le taux auquel les biens X sont transformés en bien Y (compte tenu des technologies de production) doit être égal au taux auquel chaque individu est prêt à substituer des bien X contre des biens Y.

2.2.3 Les théorèmes de l'économie du bien-être

Le premier théorème de l'économie du bien-être

Nous avons donné les conditions nécessaires pour obtenir une allocation optimale au sens de Pareto. Le problème est de savoir comment aboutir à une telle allocation. Remarquons d'abord que le critère de Pareto porte exclusivement sur la répartition des ressources. En particulier, sa mise en œuvre ne fait nullement intervenir les prix. Or ceux-ci en fournissant un taux de change entre les différends biens (ou facteurs de production) devraient intervenir de façon décisive dans l'affectation des ressources tout du moins en concurrence parfaite. Ainsi, il peut être utile de mettre en relation les équilibres concurrentiels avec les optima de Pareto.

Théorème: *Si tous les agents se comportent de façon concurrentielle i.e. sont preneurs de prix, s'il existe un marché pour chaque bien et si chaque agent dispose de toute l'information nécessaire sue les caractéristiques de tous les biens alors tous équilibre concurrentiel est un op-*

timum de Pareto.

Ce théorème est extrêmement général dans le sens où le nombre d'hypothèses requises pour l'obtenir est très limité. Le théorème signifie simplement qu'une économie de marché permet de répliquer un optimum de Pareto (i.e. une allocation efficace de ressources et sans gaspillage) sans avoir besoin d'une instance centralisatrice. Il corrobore la «main indivisible» d'Adam Smith : chaque individu en poursuivant égoïstement son intérêt personnel contribue à la poursuite de l'intérêt général.

La preuve de ce théorème est en fait très compliquée et fait appel à des techniques mathématiques relativement récentes. Néanmoins, il est possible de donner une preuve heuristique de ce théorème. Considérons d'abord le cas des deux individus. Le programme de chacun est de maximiser son utilité sous sa contrainte budgétaire. Dans une économie de concurrence pure et parfaite, tous les agents prennent les prix comme donné (i.e. chaque agent est atomistique et ne possède aucun pouvoir de marché qui lui permettrait de modifier les conditions de marché à son avantage). Notons p_X et p_Y les prix des biens X et Y auquel fait face le consommateur. Ainsi, l'agent i maximise $U^i(X,Y)$ sous la contrainte budgétaire $p_X X + p_Y Y \leq R_i$ où R_i est le revenu disponible de l'agent i. En utilisant le Lagrangien, les conditions du premier ordre de ce programme sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^i}{\partial X} - \lambda p_x &= 0 \\ \frac{\partial U^i}{\partial Y} - \lambda p_Y &= 0 \\ \lambda \left[R_i - p_x X - p_Y Y \right] &= 0 \end{aligned}$$

Comme le Lagrangien λ associé à la contrainte budgétaire de l'agent i est strictement positif, nous avons pour chaque agent :

$$\frac{\partial U^i / \partial X}{\partial U^i / \partial Y} = TMS^i_{XY} = \frac{p_X}{p_Y}$$

Le TMS entre les deux biens pour chaque individu doit être égal au rapport des prix, ce qui implique que les TMS des deux individus sont égaux (ce qui est la condition nécessaire d'une allocation Pareto-optimale dans une économie d'échange).

Les producteurs maximisent leurs profits sous la contrainte technologique. Comme les consommateurs, les producteurs sont preneurs de prix (prennent les prix de vente des deux biens produits comme donné). Le programme du producteur du bien X est donc le suivant :

$$\text{Max } p_X X - C(X)$$

où $C(X)$ – avec $C'(.) > 0$ et $C''(X) \geq 0$ – représente le coût de production du bien X (qui dépend en fait des coûts des facteurs de production. La contrainte technologique est représentée par la fonction de production F. Le producteur du bien Y maximise le même type d'expression qui représente le profit.

Les conditions du premier ordre sont

$$\begin{aligned} p_X - C'(X) &= 0 \\ p_Y - C'(Y) &= 0 \end{aligned}$$

Cela implique

$$\frac{C'(X)}{C'(Y)} = \frac{p_X}{p_Y}$$

Or nous avons que le TMT est égal au rapport des coûts marginaux i.e. $TMT_{XY} = C'(X)/C'(Y)$ et donc $TMS_{XY}^A = TMS_{XY}^B = TMT_{XY}$.

Et donc dans une économie concurrentielle où les consommateurs maximisent leurs utilités (sous leurs contraintes budgétaires) et les entreprises leurs profits (sous leurs contraintes technologiques), les prix de marché permettent la réalisation d'une allocation qui est optimale au sens de Pareto.

On peut raisonner aussi en termes de disposition marginale à payer et de coût marginal. A l'équilibre, chaque consommateur égalise disposition marginale à payer pour un bien et le prix de ce bien. Pour maximiser le profit, chaque entreprise doit à l'équilibre égaliser le coût marginal et le prix du bien. Puisque le coût marginal et la disposition marginale sont égaux au même prix, ils sont égaux entre eux. Puisque l'égalité entre coût marginal et disposition marginale à payer est une condition nécessaire d'un optimum de Pareto dans une économie de production, tout équilibre concurrentiel est un optimum.

EXEMPLE D'EXERCICE: VOIR TD1.

Le second théorème de l'économie du bien-être

Ainsi si les marchés fonctionnement correctement et sans entrave, les ressources sont allouées efficacement. Le rôle de l'Etat devrait être alors limité à la protection des droits de propriété pour que la concurrence puisse fonctionner. Cependant, l'allocation des ressources (optimale) qui résulte de l'équilibre concurrentiel peut être très insatisfaisant d'un point de vue éthique. En fait, l'allocation d'équilibre peut être très inégalitaire et dépend de l'allocation initiale des ressources qui elle-même peut être très inégalitaire. En général, il existe plusieurs Optima de Pareto et on peut donc penser que l'Etat souhaite intervenir pour tenter d'atteindre un sous-ensemble d'optima de Pareto qu'il juge équitable.

Le second théorème de l'économie du bien-être pourrait éventuellement laisser plus de place à l'Etat en ce qui concerne la sélection des optima de Pareto. Le théorème est le suivant :

Théorème : *Si les hypothèses du premier théorème sont vérifiées, et s'il y a convexité des préférences et des ensembles de production, alors tout optimum de Pareto peut être obtenu comme le résultat d'un équilibre concurrentiel pour des dotations initiales adéquates.*

Ce théorème signifie donc que toute allocation Pareto-optimale peut être décentralisée. Il s'agit en quelque sorte de la réciproque du premier théorème. Le premier stipule en effet que si on obtient un équilibre concurrentiel, alors cet équilibre est un optimum de Pareto et le second affirme qu'une allocation Pareto-optimale peut être obtenu comme un équilibre concurrentiel à condition d'avoir les conditions initiales correspondantes ce qui peut impliquer un système de prélèvements et transferts entre agents (sans coûts). On laisse ensuite fonctionner le marché i.e. le rôle d'allocation des prix.

Comme il existe potentiellement plusieurs allocation Pareto-optimale et que celles-ci ne peuvent être classées selon le critère de Pareto (puisque toutes sont optimales), des jugements de valeurs explicites sur la désirabilité de telle ou telle allocation sont nécessaires pour justifier l'intervention de l'Etat dans une économie concurrentielle.

Les transferts forfaitaires ne sont pas des transferts qui dépendent de l'activité économique (production, investissement consommation. . .) car celle-ci est du domaine du fonctionnement du marché. Les transferts forfaitaires sont associés à une redistribution des richesses initiales et ce remaniement des conditions initiales devrait amener une fois que le marché a fonctionné à une allocation finale des ressources efficace et plus égalitaire. Il faudrait donc théoriquement redistribuer les ressources initiales i.e. les richesses initiales des individus mais aussi redistribuer selon les aptitudes. Le problème est que les aptitudes (l'intelligence, la productivité, les capacités d'adaptation. . .) ne sont des caractéristiques observables par l'Etat. Ce que celui-ci peut observer ce sont les revenus et donc en pratique la plupart des taxes et des transferts sont liés aux activités économiques. Cela entràîne des distortions (et donc des pertes d'efficacité) car cela change les comportements de consommation et de production.

EXEMPLE D'EXERCICE.

Une conception néo-utilitariste de la justice

On appelle justice des jugements de valeurs que la théorie économique normative porte sur différends états de l'économie. Plus précisément, l'économie de la justice correspond à cette partie de la théorie normative qui traite des principales conceptions de la répartition idéale ou du partage idéal des ressources. Nous allons aborder, l'une de ces conceptions seulement : l'approche néo-utilitariste.

De ce point de vue, se prononcer sur la justice c'est exprimer une préférence de nature éthique sur les états de l'économie définis exclusivement par les niveaux respectifs d'utilité atteints par les différends individus concernés. Cette approche considère l'existence d'un observateur idéal qui est aussi appelé un planificateur social bienveillant. Cet agent est par ailleurs parfaitement informé et rationnel comme les sont les consommateurs et producteurs. En d'autres termes ce planificateur complètement altruiste a des préférences qu'il est possible de représenter par une fonction d'utilité.

Remarque : Il s'agit de la théorie ordinale de l'utilité. Si on suppose que les préférences sont un préordre (relation complète, réflexive et transitive), on peut alors représenter les préférences par une fonction d'utilité sans avoir besoin de quantifier différents niveaux d'utilité. Dans le cas qui nous intéresse, on dira donc qu'une certaine allocation est préférée par le planificateur à une autre sans avoir à préciser de combien. Cependant, l'approche cardinale (ou quantifiable) de l'utilité continue d'être utilisée pour mesurer le bien-être des consommateurs et des producteurs.

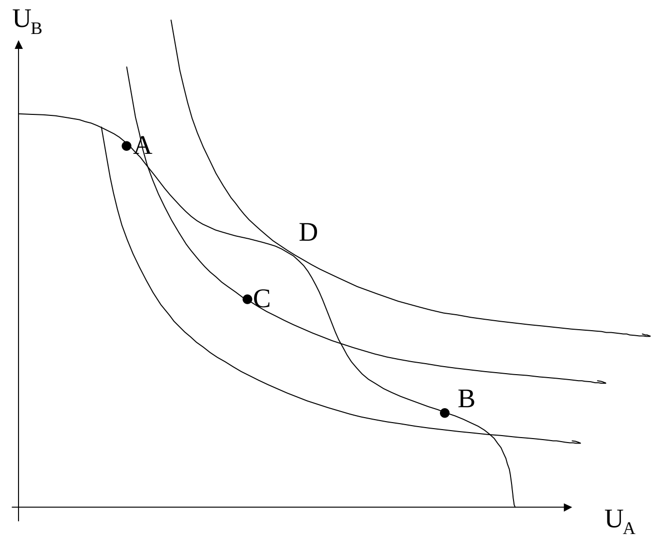
Ainsi, l'approche néo-utilitariste de la justice postule l'existence de cet agent idéal auquel est associée une fonction de bien-être social (dans la tradition de Bergson et Samuelson) qui dépend de l'utilité de tous les individus qui compose la société i.e. $W(U^1; U^2; ....; U^n)$ si la société est composée de n individus.

Lorsque nous avons deux individus, nous pouvons représenter graphiquement cette fonction de bien-être social par un ensemble de courbe d'indifférences définies par rapport à un système d'axes qui représentent les niveaux d'utilité des deux individus. Il est important de noter que les niveaux d'utilité des deux individus, dans la fonction de bien-être social, sont non seulement comparables mais mesurables. Par conséquent, nous avons d'une information plus riche lorsque l'on veut poursuive un objectif éthique en plus de l'objectif d'efficacité.

Une autre caractéristique de la fonction de bien-être sociale est que toutes les dérivées partielles par rapport aux utilités individuelles sont positives. Si les dérivées secondes sont négatives, alors les fonctions de bien-être social se représentent graphiquement par la convexité des courbes d'indifférence. Cette convexité a une interprétation en terme de justice sociale. En effet, cela signifie que pour qu'une situation soit jugée aussi juste qu'une autre, il faut que la diminution du bien-être de celui qui était initialement le plus défavorisé soit compensée par une augmentation au moins aussi forte en valeur absolue du bien-être de celui qui était le plus favorisé. Certaines conceptions de justice pourront exiger une augmentation strictement plus forte. Enfin, en vertue de l'analyse de Harsanyi, on impose parfois la condition d'anonymat qui exclut que le bien-être social ou la justice puisse dépendre de l'identité de celui qui a tel ou tel niveau d'utilité. Cela signifie, que si on permute les utilités de deux individus, on considérera, que la situation est inchangée. Graphiquement, lorsque la société est composée de deux individus, les courbes d'indifférence sont symétriques par rapport à la première bissectrice.

La frontière des possibilités d'utilité peut être de la forme suivante :

Tous les points situés sur la frontière sont des allocations Pareto-optimale. Cette frontière



est obtenue à partir de la courbe des contrats dans la boite d'Edgeworth. Le point C est une allocation réalisable mais n'est pas Pareto-optimal. Le point A correspond à une allocation où l'individu B à un niveau d'utilité plus important relativement à celui de l'individu A (qui correspond à un point au nord-est dans la boite d'Edgeworth). Au point B l'individu A est en meilleure situation qu'au point A. Le point D est optimal et correspond à un niveau de justice sociale plus élevé qu'en A ou B.

Il peut être utile de représenter la fonction de bien-être social utilitariste *généralisée* de la façon suivante : $W = \left[\sum_{i=1}^{n} \left(U^i\right)^\alpha\right]^{1/\alpha}$

Il s'agit en fait d'une fonction CES des utilités individuelles où $\alpha < 1$ peut s'interpréter traduit le jugement de valeur qui caractérise la sensibilité à l'inégalité et donc la conception de la justice du planificateur social. Notons que l'élasticité de substitution est donnée par $1/(1-\alpha)$ qui est donc d'autant plus faible que α est faible.

Si $\alpha = 1$, on a $\partial W/\partial U^i = 1$, alors et toutes les variations individuelles d'utilité ont une valeur identique, quel que soit le niveau initial d'utilité de l'individu considéré. Dans ce cas particulier, on a précisément la fonction de bien-être social proposée par Bentham. Graphiquement les courbe d'indifférence sont droites qui forment un angle de 45° avec les axes (la variation du bien-être d'un individu doit être compensée par une variation de même valeur en sens inverse pour l'autre individu pour que la justice sociale soit maintenue au même niveau).

Si $-\infty < \alpha < 1$, on a $\partial W/\partial U^i > 0$ et $\partial^2 W/\partial U^{i2} < 0$ alors le bien-être social est une fonction croissante concave des niveaux d'utilité individuelles. Autrement dit la variation d'utilité d'un individu a un impact d'autant plus important que son niveau de bien-être est faible. Plus α diminue, plus l'aversion pour l'inégalité est importante et cette aversion se traduit par la convexité plus ou moins forte des courbes d'indifférence du planificateur social.

Si α tends vers moins l'infini, la fonction de justice sociale s'écrit $W = Min\left\{U^1; U^2; ....; U^n\right\}$. La pondération des utilités est telle que seul compte celle de l'individu dont le niveau de bien-être est le plus faible. Un état social n'est supérieur à un autre que si c'est le bien-être du plus défavorisé qui augmente. Ce type de fonction n'exige que l'identification du plus dévaforisé et par conséquent seule l'ordinalité des niveaux d'utilité est suffisante. Il s'agit de la fonction de bien-être social de Rawls (1971).

3 Les externalités.

3.1 La nature des externalités

3.1.1 Définition et incidences économiques

On appelle effet externe ou externalité tout effet indirect d'une activité de consommation ou d'une activité de production sur une fonction de production ou une fonction d'utilité.

Ainsi, une externalité existe lorsque la fonction de production ou de consommation d'un agent économique entre tout ou en partie d'un autre agent qui ne participe pas à la décision. Parler d'effet indirect signifie que l'effet est créé par une autre personne que celle qui est affectée et surtout que l'effet n'agit pas par les prix. En d'autre termes il existe une interdépendance qui ne passe pas par un marché, i.e. il y a un effet externe dès qu'il existe un marché manquant.

3.1.2 Exemples et typologie.

Les externalités peuvent provenir tout autant d'activités de production que de consommation.

a) Des externalités de production.

• En ce qui concerne la production, les exemples les plus connus d'externalités négatives sont les nuisances causées par certaines activités industrielles. On pense ici à l'environnement (pollution de l'eau ou de l'air, détérioration du paysage). En effet, la pollution occasionnée par le fonctionnement d'une firme peut affecter d'autres entreprises ou des consommateurs.

• Des externalités de production apparaissent quand certaines actions d'une entreprise bénéficient à d'autres agents, sans que ceux-ci aient à payer pour les avantages procurés.

L'exemple de l'apiculteur et du verger est un exemple classique. Le verger fournit des fleurs à butiner et contribue ainsi à la production de miel sans que le propriétaire du verger soit rétribué. L'externalité de production est réciproque puisque les abeilles fécondent les fleurs sans que l'apiculteur ne demande des paiements.

• Des économies externes de production sont aussi susceptibles d'apparaître lorsque une entreprise améliore la viabilité d'une route qui dessert l'une de ces usines ou qu'elle améliore la qualification professionnelle de ses salariés par la formation continue. Ces mesures profitent à l'entreprise mais souvent aussi à d'autres. Certains utiliseront la route pour leur propre usage, et d'autres entreprises bénéficieront dans le futur de la qualification professionnelle acquise par les salariés. Ils ne dédommagent alors pas l'entreprise pour les frais engagés.

• Le bénéfice induit par l'éducation scolaire ou les programmes de santé (vaccination obligatoire) sont des exemples fréquemment utilisés en ce qui concerne les externalités de production positives.

• Un autre exemple d'économies externes de production : les activités de RetD (Recherche et Développement). Quand une firme met au point un nouveau procédé de production, d'autres entreprises peuvent bénéficier des progrès techniques réalisés, éventuellement avec un certain décalage dans le temps qui correspond au temps nécessaire pour que l'innovation se banalise.

b) Des externalités de consommation.

• Il y a des économies externes de consommation quand ce sont les décisions d'un consommateur qui profitent à d'autres agents sans compensation monétaire.

Pour les externalités négatives liées à la consommation, on peut avant tout citer les nuisances provoquées par les comportements individuels (tabagisme, alcoolisme, trafic automobile). Inversement, l'acte volontaire et individuel de se faire vacciner contre la grippe renforce le bien-être de la société dans sa globalité puisque le risque d'épidémie diminue à chaque fois qu'une personne fait ce choix. Ce comportement a donc pour conséquence un effet externe positif.

• Evoquons maintenant le cas où l'utilité à disposer d'un bien de consommation dépend du nombre de consommateur qui en disposent. On parle alors d'externalité de réseaus. Ex réseaux sociaux où l'utilité d'être membre d'un certain réseau est d'autant plus grande que le nombre de membres du même réseau est important.

• Il existe aussi des effets (négatifs) d'encombrements. En prenant le métro aux heures de pointe, on réduit l'espace dont les autres peuvent disposer et on leur rend le voyage moins confortable.

c) Des exemples plus complexes.

• Comme il existe une très grande diversité de situations il peut être difficile d'effectuer une typologie complète des externalités.

On se contentera ici de remarquer qu'il existe des externalités bilatérales ou multilatérales, locales ou globales (portée géographique).

• Les marchés et les effets externes structurent l'espace économique. Ce sont des notions très complémentaires. On aimerait donc savoir pourquoi certaines relations sont internalisées par le marché et d'autres non, i.e. pourquoi existe-t-il des marchés manquants ? Par exemple si les fumeurs achetaient le droit de fumer aux non fumeurs, l'externalité disparaîtrait. En effet, l'allocation de la fumée se ferait à travers le système de prix.

Dans un premier temps nous allons nous intéresser non pas à l'existence d'effets externes mais sur leurs conséquences. En effet, la présence d'externalité remet en cause l'optimalité parétienne de l'équilibre. La question naturelle est alors comment restaurer cette propriété d'efficacité de l'équilibre ? Cette question nous amènera à étudier la possibilité d'une intervention publique.

3.2 Inefficacité de l'équilibre concurrentiel en présence d'externalités

3.2.1 Le cas d'une externalité de consommation

• Considérons une économie d'échange avec 2 biens x et y et deux agents 1 et 2. Leurs utilités respective sont:

$$U_1(x_1, y_1, x_2) = x_1^{1/2} y_1^{1/2} - x_2$$
$$U_2(x_2, y_2) = x_2^{1/2} y_2^{1/2}$$

Ainsi, il existe une externalité de consommation (par exemple la voiture du voisin). La consommation du bien x par l'agent 2 entraîne une perte d'utilité pour le consommateur 1.

Nous supposons que les dotations initiales sont:

$$e_1 = (1, 0) \quad \text{et} \quad e_2 = (0, 1)$$

Le consommateur 1 possède 1 unité de de bien x et 0 unités de bien y (et inversement pour le consommateur 2).

Un équilibre concurrentiel avec externalité est un vecteur de prix $P = (p_x, p_y)$ et une allocation $E = (x_1, x_2, y_1, y_2)$ tel que:

1) Pour $i = 1$ et 2, (x_i, y_i) maximise l'utilité du consommateur i sous sa contrainte budgétaire, i.e.

$(x_1^\star, y_1^\star)$ solution de $\max\limits_{x_1, y_1} U_1(x_1, y_1, x_2^\star)$ s.c. $p_x x_1 + p_y y_1 \leq p_x$.
$(x_2^\star, y_2^\star)$ solution de $\max\limits_{x_2, y_2} U_2(x_2, y_2)$ s.c. $p_x x_2 + p_y y_2 \leq p_y$.

2) Les marchés sont équilibrés, i.e.,

$$x_1^\star + x_2^\star = 1 \quad \text{et} \quad y_1^\star + y_2^\star = 1 \tag{1}$$

Remarque fondamentale: Le vecteur de prix P n'est plus un signal exhaustif. Le consommateur 1 observe le niveau de l'externalité et le traite de manière paramètrique (paramètre de la maximisation). Les prix ne parviennent plus à rendre compte de toute l'information pertinente (car il manque $x_2^\star$).

• On commence par résoudre le programme du consommateur 2 à l'aide du Lagrangien suivant:

$$\mathcal{L} = x_2^{1/2} y_2^{1/2} + \lambda(p_y - p_x x_2 - p_y y_2)$$

D'après les C.P.O.:

$$\frac{1}{2}x_2^{-1/2}y_2^{1/2} - \lambda p_x = 0$$
$$\frac{1}{2}x_2^{1/2}y_2^{-1/2} - \lambda p_y = 0$$

D'où:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{y_2}{x_2} \tag{2}$$

Autrement dit le TMS pour l'agent 2 – le rapport des productivités marginales – est égal au rapport des prix.

D'après la contrainte budgétaire de l'agent 2 on a

$$p_x x_2 + p_y y_2 = p_y$$

D'où (avec TMS=rapport des prix) :

$$p_x x_2 + p_x x_2 = p_y$$

Ainsi:

$$x_2 = \frac{1}{2}\frac{p_y}{p_x}$$

D'où, d'après (2):

$$y_2 = \frac{1}{2}$$

i.e.

$$x_2 = \frac{1}{2}\frac{p_y}{p_x} \quad \text{et} \quad y_2 = \frac{1}{2}$$

- On résout maintenant le programme du consommateur 1 à l'aide du lagrangien suivant:

$$\mathcal{L} = x_1^{1/2}y_1^{1/2} - x_2 + \lambda(p_x - p_x x_1 - p_y y_1)$$

D'après les C.P.O.:

$$\frac{1}{2}x_1^{-1/2}y_1^{1/2} - \lambda p_x = 0$$
$$\frac{1}{2}x_1^{1/2}y_1^{-1/2} - \lambda p_y = 0$$

D'où, par analogie avec la résolution précédente:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{y_1}{x_1}$$

La contrainte budgétaire de l'agent 1 est :

$$p_x x_1 + p_y y_1 = p_x$$

On obtient donc

$$x_1 = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad y_1 = \frac{1}{2}\frac{p_x}{p_y}$$

• Remarquons que les demandes sont les mêmes que dans l'économie concurrentielle sans externalité. Ce n'est dû qu'à la manière simple dont nous avons introduit les externalités. En effet, dans notre exemple, $\partial U_1/\partial x_1$ et $\partial U_1/\partial y_1$ ne dépendent pas de x_2. De manière générale, les fonctions de demande peuvent dépendre directement du niveau de l'externalité.

L'équation (1) devenant:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{p_y}{p_x} = 1$$

on obtient:

$$\frac{p_y}{p_x} = 1$$

Loi de Walras: Si le marché est à l'équilibre sur le marché du bien x, il l'est aussi forcément pour le marché du bien y et donc l'une des deux conditions d'équilibre est redondante. Il suffit donc de déterminer le rapport des prix d'équilibre.

En choisissant de normaliser le prix du bien x à l'unité (i.e., $p_x = 1$) on obtient:

$$P^\star = (1,1) \quad E^\star = (\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \quad U_1^\star = 0 \quad U_2^\star = \frac{1}{2}$$

Remarquons qu'à l'équilibre concurrentiel nous avons:

$$\frac{\partial U_2/\partial x_2}{\partial U_2/\partial y_2}(E^\star) = \frac{\partial U_1/\partial x_1}{\partial U_1/\partial y_1}(E^\star) = \frac{p_x^\star}{p_y^\star} = 1 \tag{3}$$

• Montrons maintenant que cet équilibre $E^\star$ n'est pas un optimum de Pareto.

Si $E^\star$ est un optimum de Pareto, il est solution du programme (CN mais pas CS):

$$\max_{x_1,x_2,y_1,y_2} U_1(.)$$

sous les trois contraintes:

$$U^2(.) \geq U^{2\star} = 1/2$$

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

$$y_1 + y_2 \leq 1$$

Ce programme se résout à l'aide du lagrangien suivant:

$$\mathcal{L} = U_1(x_1,y_1,x_2) + \mu(U_2(x_2,y_2) - \frac{1}{2}) + \lambda_1(1 - x_1 - x_2) + \lambda_2(1 - y_1 - y_2)$$

Notons que le multiplicateur de Lagrange μ exprime le poids du consommateur 2 dans l'objectif.

Les quatre premières CPO sont donc:

$$\frac{\partial U^1}{\partial x_1} - \lambda_1 = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1} - \lambda_2 = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial U^1}{\partial x_2} + \mu\frac{\partial U^2}{\partial x_2} - \lambda_1 = 0 \tag{6}$$

$$\mu\frac{\partial U^2}{\partial y_2} - \lambda_2 = 0 \tag{7}$$

Ainsi, d'après (4) et (6) puis (5) et (7) on obtient:

$$\frac{\partial U^1}{\partial x_1} = \frac{\partial U^1}{\partial x_2} + \mu\frac{\partial U^2}{\partial x_2}$$

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1} = \mu\frac{\partial U^2}{\partial y_2}$$

i.e:

$$\frac{\partial U^1}{\partial x_1} - \frac{\partial U^1}{\partial x_2} = \mu\frac{\partial U^2}{\partial x_2}$$

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1} = \mu\frac{\partial U^2}{\partial y_2}$$

D'où:

$$\left[\frac{\partial U^1}{\partial x_1} - \frac{\partial U^1}{\partial x_2}\right] / \frac{\partial U^1}{\partial y_1} = \frac{\partial U^2}{\partial x_2} / \frac{\partial U^2}{\partial y_2} \tag{8}$$

En utilisant les formes fonctionelles, on a

$$\frac{y_1}{x_1} + \frac{2y_1^{1/2}}{x_1^{1/2}} = \frac{y_2}{x_2}$$

Cette equation plus les trois équations provenant du programme de maximisation permettent de trouver en principe les valeurs optimales de x_1, x_2, y_1, et y_2.

On constate que $E^\star$ n'est pas Pareto optimal car il ne satisfait pas cette condition d'optimalité (8). En effet on a vu qu'il satisfait (3). En présence d'externalité, l'équilibre concurrentiel n'est pas un optimum de Pareto.

En ne peut pas résoudre dans cet exercice (sauf numériquemnt) les polynomes résultant des 4 équations en questions. On peut cempendant avec un exemple montrer que l'équilibre concurrentiel n'est pas un optimum de Pareto. Supposons que l'on souhaite laisser inchangé le niveau de bien-être de l'individu à 1/2. Compte tenu de l'effet externe négatif de x_2 sur le bien-être du consommateur 1, prenons par exemple $x_2 = 1/3$ (au lieu de 1/2 à l'équilibre concurrentiel) ce qui implique que $x_1 = 2/3$. Etant donné que l'on souhaite avoir $x_2^{1/2} y_2^{1/2} =$

$1/2$ (ou $x_2y_2 = 1/4$), cela implique aussi que $y_2 = 1/4x_2 = 3/4$ (au lieu de $1/2$ à l'équilibre concurrentiel). Cela implique finalement que $y_1 = 1/4$. On en déduit l'utilité du consommateur 1 avec cet exemple: $x_1^{1/2}y_1^{1/2} - x_2 = (2/3)^{1/2}(1/4)^{1/2} - (1/3) = \left(\sqrt{6}-2\right)/6 = \sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)/6 > 0$. On obtient donc avec cet exemple un niveau de bien strictement positif pour l'individu 1 alors qu'il était nul à l'équilibre concurrentiel (et en laissant inchangé le niveau de bien-être de l'individu 2 à 1/2). Conclusion: l'équilibre concurrentiel n'est pas un optimum de Pareto. Mais l'exemple présenté ici n'est pas à priori non plus l'optimum de Pareto (dans la mesure où l'on pourrait encore augmenter le bien-être de l'individu 1). L'optimum est donné par les 4 équations susmentionnées.

• Avec la relation (8), on parle de TMS social. En effet, on retrouve l'égalité des TMS mais le TMS de l'agent 1 est calculé en tenant compte du fait que lorsque l'on augmente la consommation de bien x du consommateur 2, cela baisse celle du bien 1 mais cela a aussi un impact négatif sur l'utilité du consommateur 1.

A l'équilibre concurrentiel, l'agent 1 ne consomme pas assez de bien x alors que l'agent 2 en consomme trop.

• Notre exemple illustre un résultat qui se généralise. En présence d'effets externes, le mécanisme du marché concurrentiel ne permet pas d'atteindre un optimum de Pareto.

En effet, dans leurs décisions, les individus ne tiennent compte que des avantages et des coûts privés, et non des avantages et des coûts sociaux (ou collectifs) qui y sont associés.

3.2.2 Le cas de la pollution

• Elle peut être modélisée de très nombreuses manières selon que la pollution émise par une entreprise affecte la technologie d'une autre firme ou la satisfaction des consommateurs. On peut même imaginer que ce n'est pas l'activité de la firme qui engendre la pollution mais la consommation d'un bien (comme par exemple l'utilisation de produits nettoyants).

Pour s'en rendre compte, développons ici l'exemple de déchets ménagers qui polluent une rivière.

• Considérons un consommateur deux biens 1 et 2 et deux entreprises 1 et 2. On suppose que l'entreprise 2 subit un effet externe via la consommation de x_1 du bien 1 par le consommateur.

La firme 1 produit la quantité y_1 à partir de la quantité ℓ_1 de travail qui est son seul input:

$$y_1 = f_1(\ell_1)$$

La fonction $f_1(.)$ est supposée concave.

La quantité produite de bien 2 par la firme 2 dépend elle de la quantité de travail ℓ_2 utilisée par la firme mais également de la quantité de bien 1 consommée et qui génère donc des déchets:

$$y_2 = f_2(\ell_2, x_1)$$

La fonction $f_2(.)$ est supposée concave.

Le consommateur a une fonction d'utilité qui dépend de ses consommations x_1 et x_2 de bien 2:

$$U(x_1, x_2)$$

Il dispose d'une quantité de travail ℓ qu'il peut allouer entre les deux entreprises, i.e.:

$$\ell_1 + \ell_2 \leq \ell$$

• Dans cet exemple, l'optimum de Pareto est la solution du programme d'un planificateur:

$$\max_{E=(x_1,x_2,\ell_1,\ell_2)} U(x_1, x_2)$$

sous les trois contraintes:

$$x_1 \leq f_1(\ell_1)$$

$$x_2 \leq f_2(\ell_2, x_1)$$

$$\ell_1 + \ell_2 \leq \ell$$

On travail donc avec le lagrangien:

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2) + \mu_1(f_1(\ell_1) - x_1) + \mu_2(f_2(\ell_2, x_1) - x_2) + \lambda(\ell - \ell_1 - \ell_2)$$

où μ_1, μ_2 et λ sont les multiplicateurs de Lagrange.

Les quatre premières CPO sont donc:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} - \mu_1 + \mu_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} - \mu_2 = 0 \tag{10}$$

$$\mu_1 \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} - \lambda = 0 \tag{11}$$

$$\mu_2 \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} - \lambda = 0 \tag{12}$$

D'après (11) et (12) on a:

$$\mu_1 = \lambda / \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} \quad \text{et} \quad \mu_2 = \lambda / \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2}$$

D'où

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} / \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1}$$

D'après (10):

$$\mu_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2}$$

D'après (9):

$$\mu_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} + \mu_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2}\frac{\partial f_2}{\partial x_1}$$

On obtient ainsi:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \left[\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2}\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right] / \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} / \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} \tag{13}$$

D'après cette condition, le TMS social entre les deux biens doit être égal au TMT social (TMT qui correspond au TMT avec une fonction qui contient une externalité).

Une méthode plus directe et de constater que les contraintes sont saturées et donc d'exprimer l'utilité en fonction d'une seule variable par exemple l_1.

$$\max_{\ell_1} U(f_1(l_1), f_2(l - l_1, f_1(l_1)))$$

En dérivant par rapport à l_1 on obtient

$$\frac{\partial U}{\partial x_1}\frac{\partial f_1}{\partial l_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2}\frac{\partial f_2}{\partial l_2}\frac{\partial l_2}{\partial l_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2}\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\frac{\partial f_1}{\partial l_1} = 0$$

Sachant que $\partial l_2 / \partial l_1 = -1$, on obtient

$$\frac{\partial f_1}{\partial l_1}\left[\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2}\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right] = \frac{\partial U}{\partial x_2}\frac{\partial f_2}{\partial l_2}$$

Cela donne (13).

Quand le consommateur substitue une unité de bien 1 au bien 2 on observe:

- un effet direct via: $\partial U / \partial x_1$.

- un effet indirect via $\partial f_2 / \partial x_1 \times \partial U / \partial x_2$.

Le TMS social est égal au TMT.

Remarques:

1) Le TMT est bien le rapport des coûts marginaux. Quel est le coût additionnel de produire une unité supplémentaire de bien i? On a $dy_i = (\partial f_i / \partial l_i)\, dl_i = 1$ ce qui implique que $dl_i = 1/(\partial f_i / \partial l_i)$. En notant w le salaire, le coût marginal en termes de travail est donc $C_m(y_i) = w/(\partial f_i / \partial l_i)$ et donc la transformation de bien 1 en bien 2 est $(\partial f_2 / \partial l_2) / (\partial f_1 / \partial l_1)$

2) Les conditions du premier ordre sont suffisantes si le domaine des réalisables est convexe. Cette propriété n'est pas garantie dans le cadre général mais elle l'est ici car on a supposé que f_1 et f_2 sont concaves.

3) Les multiplicateurs μ_1, μ_2 et λ s'interprètent en termes de valeurs sociales des biens; μ_1 celle du bien 1, μ_2 celle du bien 2 et λ celle du travail.

• Définissons maintenant l'équilibre concurrentiel de propriété privée avec externalités.

Chaque agent, quand il résout son programme individuel, considère non seulement les prix (et les revenus) comme des donnés mais également les niveaux de l'externalité. L'externalité n'est pas internalisée par les prix. L'agent représentatif détient les entreprises, donc en particulier celle qui subit l'externalité.

Ecrivons ici simplement les conditions à la marge (condition marginale):

• Firme 1 : $\partial f_1/\partial \ell_1 = w/p_1$. On a effet $p_i = C_m(y_i) \Rightarrow w/\left(\partial f_i/\partial l_i\right)$

• Firme 2 : $\partial f_2/\partial \ell_2 = w/p_2$

On a effet $p_i = C_m(y_i) \Rightarrow w/\left(\partial f_i/\partial l_i\right)$

• Consommateur : $\dfrac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2} = \dfrac{p_1}{p_2}$.

Ici, attention à ne pas oublier que le profit comme le niveau de l'externalité sont traités paramétriquement.

On obtient ainsi une condition à la marge:

$$\frac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2} = \frac{\partial f_2/\partial \ell_1}{\partial f_1/\partial \ell_1}$$

i.e.

$$TMS = TMT$$

Cette condition concerne cette fois les taux privés et non les taux sociaux comme (13).

• En général l'équilibre concurrentiel ne peut pas être un optimum de Pareto.

Pourquoi ?

Parce que dans ce cas les décisions des agents sont trop décentralisées. il manque quelque chose pour que les agents se coordonnent.

Dans notre exemple, comme la consommation de bien 1 cause une externalité négative, on s'attend à ce que la production de bien 1 soit trop importante à l'équilibre avec externalité.

Ainsi, les choix individuels conduisent le plus souvent à une surproduction des biens ayant des effets externes négatifs, et à une sous-production des biens ayant des effets externes positifs, par rapport à la production optimale pour la collectivité.

Les effets externes peuvent donc justifier une intervention de l'Etat pour corriger cette défaillance du marché. Par la réglementation et la fiscalité, l'Etat cherche ainsi à internaliser les effets externes, c'est à dire à réintégrer les coûts et les avantages sociaux dans le calcul économique individuel.

Par exemple, l'Etat peut rendre la scolarisation et la vaccination obligatoire, imposer des taxes sur les activités polluantes, mettre en prison les chauffards alcooliques ou interdire le tapage nocturne.

Ces interventions visent à corriger les signaux incomplets que constituent les coûts et les avantages privés. Si elles conduisent les individus à réintégrer dans leurs choix l'impact positif ou négatif de leur comportement sur la collectivité, elles rapprochent cette dernière de l'optimum.

3.3 Les modalités de l'intervention publique

3.3.1 La création d'un marché de droit

• L'idée de cette section est d'essayer d'internaliser les externalités en créant les marchés manquants. Cela consiste à créer le nombre de marchés appropriés qui permet de retrouver le cadre d'hypothèse du modèle d'équilibre général de base.

La vraie question est celle de la viabilité de ces marchés.

a) Le cas d'une externalité de consommation.

Reprenons l'exemple que nous avons considéré auparavant où:

$$U_1(x_1, y_1, x_2) = x_1^{1/2} y_1^{1/2} - x_2$$

$$U_2(x_2, y_2) = x_2^{1/2} y_2^{1/2}$$

Le consommateur 1 dispose d'une unité du bien x et le consommateur 2 d'une unité de bien y.

Il faut indiquer les dotations de chacun des consommateurs en droits de consommer le bien x. On considère qu'initialement les droits sont distribués au consommateur 1. Pour consommer une unité de x il faut disposer d'une unité de droit et donc $d_1 + d_2 = 1$ où d_1 et d_2 les quantités de droits demandées par les agents 1 et 2. Le prix du droit à consommer est q.

• Le consommateur 1 maximise donc $U^1(.)$ sous les contraintes:

$$p_x x_1 + p_y y_1 + q d_1 \leq p_x + q$$

$$x_1 = d_1$$

$$x_2 = 1 - d_1$$

où (p_x, p_y, q, x_2, y_2) sont considérés par l'agent 1 comme donnés. On peut penser au consommateur 1 qui a une certaine dotation en air pur et exprime une demande d'air pur, la différence entre les deux étant de l'air pur à disposition du fumeur qu'il peut choisir de "polluer" en fumant.

On travaille donc avec le lagrangien (en utilisant néanmoins les contraintes d'égalité):

$$\mathcal{L} = U^1(x_1, y_1, \underbrace{1 - x_1}_{x_2}) + \lambda(p_x + q(1 - x_1) - p_x x_1 - p_y y_1)$$

D'où les CPO suivantes

$$\frac{\partial U^1}{\partial x_1} - \frac{\partial U^1}{\partial x_2} - \lambda(p_x + q) = 0$$

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1} - \lambda p_y = 0$$

$$\left[\frac{\partial U^1}{\partial x_1} - \frac{\partial U^1}{\partial x_2}\right] / \frac{\partial U^1}{\partial y_1} = \frac{p_x + q}{p_y}$$

• Le consommateur 2, lui, maximise $U^2(x_2, y_2)$ sous les contraintes:

$$p_x x_2 + p_y y_2 + q d_2 \leq p_y$$

$$x_2 = d_2$$

On travaille donc avec le lagrangien:

$$\mathcal{L} = U^2(x_2, y_2) + \lambda(p_y - p_x x_2 - p_y y_2 - q x_2)$$

Les CPO sont données par

$$\frac{\partial U^2}{\partial x_2} - \lambda(p_x + q) = 0$$

$$\frac{\partial U^2}{\partial y_2} - \lambda p_y = 0$$

La résolution de ce programme (similaire au précédent) conduit à:

$$\frac{\partial U^2}{\partial x_2} / \frac{\partial U^2}{\partial y_2} = \frac{p_x + q}{p_y}$$

On obtient ainsi:

$$\left[\frac{\partial U^1}{\partial x_1} - \frac{\partial U^1}{\partial x_2}\right] / \frac{\partial U^1}{\partial y_1} = \frac{\partial U^2}{\partial x_2} / \frac{\partial U^2}{\partial y_2}$$

• L'équilibre concurrentiel avec des droits de propriétés nous permet bien de retrouver la condition d'optimalité parétienne (8) obtenue précédemment. Cette condition est bien indépendante de la distribution initiale des droits.

b) Le cas de la pollution.

Reprenons l'exemple de la section précédente en considérant la mise en place d'un marché de droits à la pollution qui consiste à organiser un système de transfert entre le consommateur et la firme subissant la pollution.

• Le consommateur paie la firme. Il maximise donc $U(x_1, x_2)$ sous la contrainte:

$$\begin{aligned} p_1x_1 + p_2x_2 + qd_1 &\leq R = wl \\ x_1 &= d_1 \end{aligned}$$

où R est le revenu du consommateur et q le prix du droit à consommer x_1.

Le lagrangien s'écrit donc:

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2) + \lambda(R - p_1x_1 - p_2x_2 - qx_1)$$

D'où les deux CPO:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda(p_1 + q) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{p_1 + q}{p_2} \tag{14}$$

• La firme 2 vend le droit à polluer c'est à dire à consommer du bien 1. D'où le programme (maintenant elle décide x_1):

$$\max_{y_2, l_2, x_1} p_2y_2 - w\ell_2 + qd_1$$

sous les contraintes:

$$y_2 \leq f_2(\ell_2, x_1)$$

$$d_1 = x_1$$

La contrainte étant saturée, le programme devient

$$\max_{l_2, x_1} p_2f_2(\ell_2, x_1) - w\ell_2 + qx_1$$

D'où les deux CPO:

$$-w + p_2\frac{\partial f_2}{\partial l_2} = 0$$

$$q + p_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = 0$$

On a donc

$$p_2 = w(\frac{\partial f_2}{\partial l_2})^{-1}$$

$$p_2 = -q(\frac{\partial f_2}{\partial x_1})^{-1}$$

D'où:

$$q = -w \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\frac{\partial f_2}{\partial l_2})^{-1}$$

- Concernant la firme 1. Elle maximise

$$\max_{y_1, \ell_1} p_1 y_1 - w\ell_1$$

sous la contrainte:

$$y_1 \leq f_1(\ell_1)$$

La contrainte étant saturée, cela revient à maximiser

$$\max_{\ell_1} p_1 f_1(\ell_1) - w\ell_1$$

Nous avons déja vu (section II.2) que

$$\partial f_1 / \partial \ell_1 = w/p_1$$

D'où:

$$p_1 = w(\frac{\partial f_1}{\partial l_1})^{-1}$$

Ainsi:

$$\frac{p_1 + q}{p_2} = \left[w(\frac{\partial f_1}{\partial l_1})^{-1} - w(\frac{\partial f_2}{\partial l_2})^{-1} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right] / w(\frac{\partial f_2}{\partial l_2})^{-1} = (\frac{\partial f_1}{\partial l_1})^{-1} / (\frac{\partial f_2}{\partial l_2})^{-1} - \frac{\partial f_2}{\partial x_1}$$

Ainsi, d'après (14):

$$\frac{\partial f_2}{\partial l_2} / \frac{\partial f_1}{\partial l_1} = \left[\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right] / \frac{\partial U}{\partial x_2}$$

Ceci correspond à la condition (13) qui caractérise l'optimum de Pareto et qui donc peut être obtenue de manière concurrentiel avec un marché des droits de pollution.

Remarques

1) L'équilibre sur le marché du droit à polluer c'est à dire l'ajustement de la demande de droits du ménage et l'offre de la firme détermine un niveau optimal de pollution.

2) On peut aussi imaginer d'inverser le sens du transfert, c'est à dire renoncer au principe du pollueur-payeur. La firme pourrait acheter au ménage le droit de bénéficier d'une rivière propre. C'est alors le ménage qui a l'avantage du droit de propriété. Les programmes deviennent alors:

• Le consommateur maximise $U(x_1, x_2)$ sous la contrainte:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq R + q(\bar{x} - x_1)$$

où $\bar{x}$ est le niveau maximal de pollution, i.e., le consommateur peut polluer $\bar{x}$ mais ne consomme que x_1 et revend le reste à la firme 2.

• L'entreprise 2 maximise $p_2y_2 - w\ell_2 - q(\bar{x} - x_1)$.

Cela ne change rien au résultat si les profits sont redistribués aux ménages. En effet, la répartition des droits de propriété a des conséquences sur la distribution mais pas sur l'efficacité de l'allocation.

Ici, il n'y a qu'un seul ménage donc cela n'a pas d'importance. Mais dans des cas moins simples avec hétérogénéité des ménages il faut se soucier des conséquences distributives des politiques mises en place.

3) L'avantage du système concurrentiel est que le "laissez faire" permet de profiter des avantages d'une allocation marchande, notamment du fait qu'elle est peu exigeante en termes d'information.

4) La nature concurrentielle peut être contestable quand la pollution n'est pas impersonnelle (plutôt une sanction).

c) Le théorème de Coase (1960).

• En résumé, dans certains cas lorsque le nombre d'agents économiques concernés est faible ou que les individus sont bien organisés, le problème d'allocation soulevé par les externalités peut être résolu par un marchandage entre les parties en présence. Le théorème de Coase (1960) montre que les parties en présence peuvent négocier une solution qui permettra d'internaliser l'externalité et de satisfaire les conditions d'allocation optimale. Il faut cependant que certaines conditions préalables soient satisfaites. En effet, l'internalisation des coûts ne peut provenir que d'une négociation bilatérale entre le pollueur et le pollué.

• Les conditions nécessaires à l'application de ce théorème sont que:

- la source de l'externalité est clairement identifiée et il est matériellement possible de prévenir les dommages.

- les droits de propriété sont clairement définis.

- les coûts de transaction ne sont pas trop élevés (en tout le cas pas plus élevés que les coûts pour atteindre l'optimum social)

• L'intervention de l'Etat ne serait donc pas nécéssaire quand les droits de propriété sont clairement établis. Remarquons pour terminer cette section que la répartition initiale des droits de propriété n'a pas d'influence sur la solution optimale atteinte par la négociation. Par contre, elle a une influence sur la répartition du bénéfice conséquente à la correction.

3.3.2 La taxe pigouvienne

• L'idée dans cette section est de mettre en place un système de taxation qui s'attaque au support de l'externalité. L'objectif est de faire supporter aux agents à l'origine de l'effet externe le véritable coût de leur action.

En effet, en 1920, Pigou préconise de réintroduire par une taxe dans le système de prix le coût marginal associé à la pollution, d'où le terme générique de "taxe pigouvienne" utilisé de nos jours. Le but recherché est d'internaliser les coûts externes.

• Dans le cas de notre exemple de pollution cela consisterait à taxer le consommateur au taux t sur sa consommation de bien 1 et redistribuer le fruit T de cette taxe de manière forfaitaire.

• Ainsi, le consommateur maximise $U(x_1, x_2)$ par rapport à x_1 et x_2 sous la contrainte:

$$(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 \leq R + T$$

Le lagrangien s'écrit donc:

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2) + \lambda(R + T - (p_1 + t)x_1 - p_2x_2)$$

Les CPO s'écrivent donc:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda(p_1 + t) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

D'où:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{p_1 + t}{p_2}$$

• Pour les firmes nous avons

$$p_1 = w(\frac{\partial f_1}{\partial l_1})^{-1} \quad \text{et} \quad p_2 = w(\frac{\partial f_2}{\partial l_2})^{-1}$$

Ainsi, à l'équilibre nous avons:

$$\frac{p_1 + t}{p_2} = \frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} / \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} + \frac{t}{p_2}$$

L'optimum est
$$\frac{\partial f_2}{\partial l_2}/\frac{\partial f_1}{\partial l_1} = \left[\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2}\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right]/\frac{\partial U}{\partial x_2}$$

• Si le législateur cherche à rétablir l'optimalité au sens de Pareto, il lui faut et il lui suffit de choisir t tel que:
$$t = -p_2\frac{\partial f_2}{\partial x_1}$$

En prenant le bien 2 comme numéraire, i.e. $p_2 = 1$, on obtient:
$$t^\star = -\frac{\partial f_2}{\partial x_1}$$

On retrouve l'optimum
$$\frac{\partial U}{\partial x_1}/\frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2}/\frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} - \frac{\partial f_2}{\partial x_1}$$

REMARQUES:

1) Il y a nécessité de recourir à des transferts forfaitaires pour redistribuer le produit de la taxe. Ceci pour éviter les distorsions générées par la redistribution si celle-ci dépendait de x_1 ou x_2.

2) Il existe un problème informationnel. En effet, pour fixer le montant du taux de taxe, le gouvernement doit disposer de l'information sur les entreprises et sur le choix optimal de l'agent. En effet, comment connaitre $\frac{\partial f_2}{\partial x_1}$? Ce problème ne se pose pas si les agents ont la possibilité de négocier directement un échange de droits.

• En résumé, la taxe pigouvienne est égale au cout marginal de l'externalité. Additionnée au coût marginal privé, cela donne le coût marginal social qui oriente le choix des consommateurs..

Cette taxe est à l'origine du principe du pollueur/payeur.

Pour être opérante, la taxe pigouvienne doit s'inscrire dans un contexte spécifique. Il faut connaître l'externalité et la valeur marginale du dommage.

3.3.3 Incitation à la dépollution

• L'idée de cette section est de mettre en oeuvre une activité de dépollution ou de retraitement des déchets.

Notons z le montant de pollution et supposons que:
$$z = g(x_1, \ell_3) \quad \text{avec} \quad \frac{\partial g}{\partial x_1} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial g}{\partial \ell_3} < 0$$

Le montant ℓ_3 à la quantité de travail qui peut être affectée à la dépollution. On suppose aussi que $g(x_1, 0) = x_1$.

Ici nous avons changé de modèle car la technologie est modifiée. Il faut donc recalculer l'allocation optimale au sens de Pareto.

• Dans ce nouvel exemple, l'optimum de Pareto est la solution du programme d'un planificateur:

$$\max_{(x_1,x_2,\ell_1,\ell_2,\ell_3)} U(x_1,x_2)$$

sous les trois contraintes:

$$x_1 \leq f_1(\ell_1)$$

$$x_2 \leq f_2(\ell_2, g(x_1,\ell_3))$$

$$\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 \leq \ell$$

Le lagrangien:

$$\mathcal{L} = U(x_1,x_2) + \mu_1(f_1(\ell_1) - x_1) + \mu_2(f_2(\ell_2, g(x_1,\ell_3)) - x_2) + \lambda(\ell - \ell_1 - \ell_2 - \ell_3)$$

où μ_1, μ_2 et λ sont les multiplicateurs de Lagrange.

Les cinq premières CPO sont donc:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} - \mu_1 + \mu_2 \frac{\partial f_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial x_1} = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} - \mu_2 = 0 \tag{16}$$

$$\mu_1 \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} - \lambda = 0 \tag{17}$$

$$\mu_2 \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} - \lambda = 0 \tag{18}$$

$$\mu_2 \frac{\partial f_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial \ell_3} - \lambda = 0 \tag{19}$$

D'après (15) et (16):

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} - \frac{\partial f_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial x_1}$$

D'après (17) et (18):

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} / \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1}$$

Ainsi, la caractérisation des optima de Pareto est obtenue à l'aide de l'équation:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} / \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} - \frac{\partial f_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial x_1} \tag{20}$$

Par ailleurs, d'après (18) et (19):

$$\frac{\partial f_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial \ell_3} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} \tag{21}$$

On a ici deux conditions d'optimalité.

• L'activité de dépollution peut être prise en charge par la firme 2 par exemple. En effet elle peut y avoir un intérêt. Son programme s'écrit alors:

$$\max_{\ell_2,\ell_3} p_2 f_2(\ell_2, z) - w(\ell_2 + \ell_3)$$

sous la contrainte:

$$z = g(x_1, \ell_3)$$

Le profit de la firme 2 se réécrit donc:

$$\Pi_2 = p_2 f_2(\ell_2, g(x_1, \ell_3)) - w(\ell_2 + \ell_3)$$

En considérant x_1 comme une donnée, les CPO de la maximisation de ce profit sont:

$$p_2 \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} - w = 0$$

$$p_2 \frac{\partial f_2}{\partial z} \frac{\partial g}{\partial \ell_3} - w = 0$$

D'où:

$$\frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} = \frac{\partial f_2}{\partial z} \frac{\partial g}{\partial \ell_3} \tag{22}$$

et on retrouve (21).

• Par ailleurs nous avons déjà vu pour la firme 1 et pour le consommateur qu'à l'équilibre concurrentiel:

$$p_1 \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} - w = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

On obtient ainsi:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} / \frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} \tag{23}$$

Ainsi, l'équilibre concurrentiel n'est pas Pareto optimal puisque si (21) et (22) coïncident ce n'est pas le cas de (23) et (20).

• Comment restaurer la Pareto optimalité ?

Il faut s'attaquer au support de l'externalité. Pour cela nous pouvons subventionner l'activité de dépollution ou taxer l'activité de pollution de celui qui est à l'origine de la pollution à savoir le consommateur. Il suffit d'un seul instrument car on taxe et subventionne le même type de bien.

• Une subvention à la dépollution est nécessaire lorsque cette activité est assurée par un troisième agent ?

Supposons qu'une agence de bassin (ou d'eau) reçoit une subvention s par unité dépolluée. Son programme consiste alors à maximiser:

$$s(x_1 - z) - w\ell_3$$

où $x_1 - z$ est le nombre d'unité dépollué i.e. la pollution initiale x_1 moins la pollution z après dépollution (avec la même technologie que prcédemment). Ce programme se résout sous la contrainte:

$$z = g(x_1, \ell_3)$$

• L'agence maximise donc:

$$\Pi = s(x_1 - g(x_1, \ell_3)) - w\ell_3$$

La CPO de l'agence est donc:

$$-s\frac{\partial g}{\partial \ell_3} - w = 0$$

i.e.

$$w = -s\frac{\partial g}{\partial \ell_3}$$

Or pour les firmes 1 et 2 on sait que (conditions standard déjà vues) que:

$$w = p_1\frac{\partial f_1}{\partial \ell_1}$$

$$w = p_2\frac{\partial f_2}{\partial \ell_2}$$

D'où:

$$p_2\frac{\partial f_2}{\partial \ell_2} = -s\frac{\partial g}{\partial \ell_3}$$

On obtient la condition (21) qui est nécessaires pour caractériser les allocations Pareto optimales en posant:

$$s = -p_2\frac{\partial f_2}{\partial z}$$

Il faut de plus que la relation (20) soit vérifiée. Il est donc nécessaire dans le même temps de taxer le consommateur au taux t de sorte que:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1}/\frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2}/\frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} - \frac{\partial f_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial x_1}$$

Comme

$$\frac{\partial U}{\partial x_1}/\frac{\partial U}{\partial x_2} = \frac{p_1 + t}{p_2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f_2}{\partial \ell_2}/\frac{\partial f_1}{\partial \ell_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

on doit ainsi avoir pour obtenir un équilibre Pareto optimal:

$$s = -p_2\frac{\partial f_2}{\partial z} \quad \text{et} \quad t = -p_2\frac{\partial f_2}{\partial z}\frac{\partial g}{\partial x_1}$$

On a deux externalités, une négative, la pollution, une positive, la dépollution crée par l'agence de bassin. On a donc besoin de deux instruments pour rétablir l'optimalité parétienne.

Conclusion.

• En présence d'externalité, l'équilibre concurrentiel n'est plus optimal au sens de Pareto.

• La solution à ce problème est de rendre marchand les effets externes, c'est à dire créer des marchés de droits de propriétés. Cette solution se heurte à deux problèmes principaux:

- l'existence possible de non convexité susceptible d'empêcher le fonctionnement de ce marché. S'il n'existe pas d'équilibre, cela signifie qu'il n'existe pas de marché (par exemple si l'agent tient absolument à respirer de l'air pur).

- le comportement concurrentiel supposé n'est pas toujours très réaliste.

• Une autre solution envisageable est la taxation pigouvienne. Elle ne présente pas les mêmes inconvénients mais elle pose d'autres problèmes:

- un problème informationnel; problème d'autant plus accru que les agents n'ont pas toujours intérêt à révéler l'information.

- il existe des coûts liés à l'intervention publique.

• Il n'existe donc pas de solution parfaite pour corriger les externalités.

Dans une économie décentralisée, on peut penser que les marchés se créent là où ils sont nécessaires lorsque cela n'est pas très coûteux. L'objectif de l'Etat doit donc être de favoriser ces créations en réglementant ou en organisant la circulation de l'information.

Dans une économie centralisée, la mise en place du marché a un coût, qualifié de coût de transaction.

• Ainsi, une approche au cas par cas (taxes/subvention vs permis) est donc nécessaire à l'aide d'une analyse coûts/bénéfices.

3.3.4 C. Gollier sur la COP21: Entretien avec la Tribune

LA TRIBUNE - Vous défendez la nécessité d'un prix mondial, unique, du carbone. N'est-ce pas un peu théorique et utopique ? D'autres solutions ne sont-elles pas envisageables ?

CHRISTIAN GOLLIER - Le point de départ, c'est tout simplement le principe du pollueur-payeur. Si j'utilise ma voiture plutôt que les transports en commun, j'intègre dans mon choix le prix de l'essence consommée, mais pas les dommages environnementaux que je vais provoquer pendant mon trajet. Des dommages qui concernent toute la planète. Le meilleur moyen d'inciter les gens à ne pas provoquer ces dommages, c'est de leur en faire payer le prix. Et pour que cela fonctionne, puisqu'il s'agit d'un sujet qui concerne toute la planète, il faut que tout le monde paie.

Tous les économistes sont peu ou prou d'accord avec l'idée d'un prix du carbone. Mais beaucoup contestent celle d'un prix unique à travers le monde. L'argument de vos détracteurs, c'est que les pays pauvres ne peuvent assumer un prix élevé du carbone, déconnecté de leur niveau de vie...

Ce qu'il faut bien comprendre, c'est que la lutte contre le changement climatique ne peut fonctionner si la pollution est plus taxée ici que là. C'est pourquoi il faut un prix mondial, qui peut être atteint via l'instauration d'un marché de droits à polluer. Comment répartir ces droits ? Dans l'idéal, à moyen-long terme, dix ou vingt ans, le mécanisme devrait être fondé sur un principe éthique : un droit d'émissions de carbone équivalent pour chaque habitant de la planète. Ce pourrait être un permis d'émissions attribué gratuitement, équivalent à cinq tonnes de CO2 par an et par individu. Pourquoi certains auraient-ils plus le droit de polluer que d'autres ?

Oui, mais s'il aboutit à un prix unique dans le monde, de 30 euros la tonne de carbone, puisque cela semble être l'objectif, comment les pays pauvres pourront-ils faire face à un tel coût de l'énergie ? Selon l'économiste Olivier Godard, il faudrait effacer intégralement les inégalités économiques de développement pour qu'un prix unique maximise le bien-être mondial...

Absolument pas. Je ne crois pas qu'Olivier Godard ait tout compris. Le système que je propose est parfaitement juste pour les pays pauvres. Quel est le mécanisme ? L'émission de carbone, dans beaucoup de ces pays, est - c'est un ordre de grandeur - de deux ou trois tonnes par an et par habitant. Or, des droits d'émissions leur seraient attribués gratuitement, comme partout ailleurs, à hauteur de cinq tonnes pour chaque personne. Les trois tonnes non « consommées » pourraient être revendues sur le marché, cela constituerait un revenu non négligeable pour ces économies. Sans que les incitations à moins polluer disparaissent : si des efforts sont faits pour ramener les émissions de deux à une tonne par habitant, c'est autant de revenu supplémentaire, via la vente des droits.

Avec ce système, les Américains devraient payer beaucoup, avec des émissions bien supérieures aux cinq tonnes que vous évoquez, autour de 20 tonnes...

C'est bien le problème. Voilà pourquoi je pense que cet idéal n'est atteignable qu'à long terme. Dans l'immédiat, l'allocation des permis d'émissions devrait faire l'objet d'une négociation internationale.

Est-il plausible de convaincre le monde entier d'intégrer ce système ? Qui le gérerait, du reste ?

Il pourrait être géré par une organisation internationale, attribuant les droits à polluer. Quant à convaincre tout le monde, c'est bien sûr difficile. Mais il est envisageable, dans un premier temps, de constituer des coalitions climatiques, regroupant des pays acceptant de jouer le jeu de la lutte contre le changement climatique. Du coup, les industries opérant ailleurs, dans les pays refusant ce prix du carbone, seraient de fait avantagées. Il est possible de contrer cela : il faudrait que les pays vertueux taxent à l'importation les produits provenant des zones non coopératives. L'économiste William Nordhaus estime qu'une taxe de 5 % sur ces produits suffirait à égaliser les conditions de production dans le monde : les industriels opérant dans les zones sans prix du carbone n'auraient plus d'avantage sur ceux présents dans les pays vertueux. Bien sûr, ce devrait être coordonné avec l'Organisation mondiale du commerce, je ne propose pas là de revenir à des politiques protectionnistes régressives...

Pour donner un prix au carbone, le marché de droits à polluer est-il plus efficace qu'une taxe ?

En théorie, c'est équivalent. Mais une taxe suppose une procédure plus lourde, un nombre de votes considérable dans tous les parlements. Au niveau européen, il aurait fallu l'accord de tous les pays, alors que le marché de droits à polluer qui a été instauré n'a nécessité qu'une majorité qualifiée.

Justement, ce marché européen ne fonctionne plus depuis le début de la crise, le prix du carbone y ayant chuté...

Il ne fonctionne plus, mais pas pour des raisons techniques. Devant l'effondrement des prix lié à la crise de 2008, on aurait pu imaginer des achats de droits par la BCE, par exemple, pour faire remonter les cours. Mais l'abandon de ce marché a été une décision politique, liée à l'absence totale d'engagement de la part des autres zones économiques. On ne peut pas taxer l'industrie européenne si les mêmes productions sont exonérées ailleurs, en Chine par exemple.

4 Les biens publics

4.1 Définition et caractéristiques des biens publics

Deux caractéristiques fondamentales les types de biens que nous avons considéré pour décrire une économie concurrentielle. La première est appelée principe de rivalité : elle signifie que deux agents e peuvent bénéficier simultanément de l'usage d'un même bien. Ainsi, une pomme mangée par un individu ne pourra être mangée par un autre individu. Les consommateurs sont donc rivaux pour la consommation d'un tel bien. La deuxième caractéristique s'appelle le principe d'exclusion par le prix elle exprime qu'un agent ne pourra disposer du bien que s'il en paie le prix (celui qui consomme la pomme est celui qui l'a payé).

Les biens qui vérifient le principe de rivalité sont appelés biens privés. Généralement il vérifie aussi le principe d'exclusion mais pas toujours : lorsque les biens alimentaires sont distribués gratuitement à des personnes sans ressources, il s'agit de biens privés qui ne satisfont pas au principe d'exclusion par les prix.

Les biens pour lesquels le principe de rivalité ne s'applique pas sont des biens publics. La défense (représente 16% du budget de l'Etat et 3% du PIB), la justice (1.5% du budget et 3%du PIB), l'éducation nationale ou le réseau routier sont des exemples caractéristiques de biens publics. Le fait que je bénéficie de la sécurité apportée par une armée nationale, des garanties d'un système judiciaire ou des services de l'école publique ou du réseau routier n'empêche pas mon voisin d'en bénéficier également : il n'y a donc pas de rivalité entre nous.

Certains biens publics satisfont en outre trois conditions : l'impossibilité d'exclusion, l'obligation d'usage et l'absence d'effets d'encombrements. Dans ce cas, il s'agit de biens publics purs. Si l'une de ces conditions (ou plus) n'est pas vérifiée alors on parle de biens publics mixtes.

Il y a impossibilité d'exclusion lorsque la nature du bien public fait qu'il n'est pas possible d'en réserver l'usage à certains agents. La défense du territoire ou un feu d'artifice dans une localité sont des biens publics pour lesquels il est impossible matériellement d'obtenir que certains individus n'en bénéficient pas. De même l'éclairage public des rues ou un programme de dépollution de l'air vérifient la condition d'impossibilité d'exclusion. Pour d'autres biens publics certains individus peuvent être effectivement exclus. Cette exclusion peut être faite en prélevant un prix comme c'est en général le cas pour les biens privés (péage autoroutier, ticket d'entrée dans une piscine municipale) ; elle peut être nominative (maison de retraite réservée aux anciens salariés d'un service public, mutuelle, centrale d'achat) ou fondées sur des critères tel que la situation familiale pour obtenir une place dans une crèche.

L'obligation d'usage est la deuxième caractéristique de biens publics purs. Il y a obligation d'usage lorsque le fait de disposer du bien public ne relève pas d'une décision des agents eux-mêmes. L'obligation d'usage apparaît par exemple pour la défense du territoire ou même l'éclairage public dans la mesure où à partir du moment où ce bien existe on en bénéficie qu'on le veuille ou non. Par contre, il n'y a pas obligation d'usage pour le feu d'artifice : on peut très bien décider de rester chez soi (et éventuellement de fermer les volets s'il est visible de chez soi). De même, l'école publique ou le réseau routier ne vérifient pas le principe de l'obligation d'usage : je peux préférer une école privée et prendre le train.

Enfin, il y a des effets d'encombrements (ou de congestion) lorsque la satisfaction qu'un consommateur retire d'un bien public dépend du nombre d'usagers qui en bénéficie également. Il n'y a pas d'effets d'encombrement pour la défense du territoire national puisque l'efficacité de la défense de l'intégrité territoriale ne dépent pas du nombre d'habitants. C'est peut-être moins clair si l'on considère que l'on doit intégrer dans l'activité de défense la création par exemple d'abris antiatomiques auquel cas le nombre de personnes à protéger est un élément essentiel du bien public. La justice n'est pas non plus exempte d'effets d'encombrement que révèlent les délais qui s'écoulent entre le dépôt d'une requête et son jugement par un tribunal. L'école publique et le réseau routier peuvent aussi présenter des effets d'encombrement lorsque les classes sont surchargées et que les embouteillages réduisent la fluidité du trafic routier. Les effets d'encombrements sont des exemples d'effets externes dans la mesure où la satisfaction d'un agent dépend directement des décisions des autres agents.

Plusieurs remarques peuvent être utiles. Premièrement, plusieurs «choses» qui ne sont pas considérées comme des biens et services peuvent avoir un caractère de bien public. Par exemple, l'honnêteté. Si tous les agents sont honnêtes lorsqu'ils effectuent des transactions commerciales, alors la société toute entière en bénéficie dans la mesure où cela permet de diminuer les coûts de transaction associés aux échanges (pas besoin d'avoir une vérification). Cette réduction des coûts de transaction est caractérisée par le principe de non-exclusion et de non-rivalité. De la même façon la redistribution des revenus par un système d'impôt et de transfert appliqué au niveau national a un caractère de bien public (non-exclusion, non-rivalité mais possibilité d'effets d'encombrement car les coûts d'administration et de gestion de la redistribution des revenus devraient être plus élevés si le nombre de personnes et plus grand).

Les biens privés ne sont pas nécessairement fournis exclusivement par le secteur privé. Il peut y avoir des biens privés produit publiquement (par le gouvernement). C'est le cas des services médicaux par exemple ou du logement. De la même façon un bien public n'est pas nécessairement produit par le secteur public (un mécène qui fait une donation pour la construction d'un musé).

4.2 Fourniture optimale de biens publics

4.2.1 La production optimale de bien publics purs

- Considérons une économie avec n consommateurs et deux biens: un bien public et un bien privé.

On note x_i et y_i respectivement les quantités de bien privé et de bien public de l'agent i.
La fonction d'un consommateur i est donné par $U^i(x_i, y_i)$
$w = \sum_{i=1}^n w_i$ correspond aux dotations totales en bien privés.

- La quantité totale de bien public est notée y et on doit avoir pour le cas d'un bien public pur $y_i = y \ \forall i$
- Le bien public est produit à partir d'une fonction de production $y \leq g(z)$ avec $g'(.) > 0$ et $g''(.) \leq 0$ et où z représente la quantité de bien privé consacrée à la production du bien public.

On cherche à caractériser les allocations de ressources Pareto-optimales. Les optimum de Pareto sont solutions du programme

$$max \sum_{i=1}^{n} \alpha_i U^i(x_i, y)$$

sous les contraintes

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + z \leq w$$

$$y \leq g(z)$$

Le lagrangien est donné par

$$L = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i U^i(x_i, y) + \lambda(w - \sum_{i=1}^{n} x_i - z) + \mu(g(z) - y)$$

Les CPO sont données par

$$\alpha_i \frac{\partial U^i}{\partial x_i} - \lambda = 0 \text{ pour } i = 1, 2, ..., n$$

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \frac{\partial U^j}{\partial y} - \mu = 0$$

$$-\lambda + \mu g'(z) = 0$$

Avec la première condition on obtient

$$\alpha_i = \lambda \left(\frac{\partial U^i}{\partial x_i}\right)^{-1} \text{ pour } i = 1, 2, ..., n$$

En substituant dans la seconde condition, on obtient

$$\mu = \lambda \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial U^j / \partial y}{\partial U^j / \partial x_j}$$

Finalement avec la troisième condition, il vient

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial U^j/\partial y}{\partial U^j/\partial x_j} = \frac{1}{g'(z)}$$

La condition d'optimalité, appelée condition Bowen-Lindhal-Samuelson (BLS), dans le cas d'un bien public continu est que la somme des TMS – donc la somme des dispositions marginales à payer le bien public en termes de bien privés – doit être égal au TMT du bien privé en bien public – donc au coût marginal du bien public en termes de biens privés. On a $y = g(z)$ et $dy = g'(z)dz$. Le coût additionnel (en termes de biens privés) de produire une unité supplémentaire de bien y, i.e. $dy = 1$ est $dz = 1/g'(z)$. Avec une fonction de production de 1 pour 1 du bien public, le TMT est égal à 1.

4.2.2 La production optimale de biens publics mixtes

Biens publics sans obligation d'usage

Dans le cas d'un bien public sans obligation d'usage, la quantité de bien public consommée par un individu i, à savoir y_i, n'est pas nécessairement égale à la quantité totale de bien public disponible (et peut être en particulier nulle). La contrainte de consommation de bien public est donc $y_i \leq y$.

Les optimum de Pareto sont solutions du programme

$$max \sum_{i=1}^{n} \alpha_i U^i(x_i, y)$$

sous les contraintes

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + z \leq w$$

$$y \leq g(z)$$

$$y_i \leq y \text{ pour } i = 1, 2, ...n$$

On note q_i, pour $i = 1, 2, ...n$, le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de consommation du bien public pour le consommateur i.

Le Lagrangien est donné par

$$L = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i U^i(x_i, y_i) + \lambda(w - \sum_{i=1}^{n} x_i - z) + \mu(g(z) - y) + \sum_{i=1}^{n} q_i(y - y_i)$$

Les CPO sont données par

$$\alpha_i \frac{\partial U^i}{\partial x_i} - \lambda = 0 \text{ pour } i = 1, 2, ..., n$$

$$\alpha_i \frac{\partial U^i}{\partial y_i} - q_i = 0 \text{ pour } i = 1, 2, ..., n$$

$$-\lambda + \mu g'(z) = 0$$

$$-\mu + \sum_{i=1}^{n} q_i = 0$$

Les contraintes sont saturées. En effet, λ est strictement positif selon la première condition. On a donc μ et $g'(z)$ qui sont strictement positifs ce qui implique que la somme des q_i – en réalité chaque q_i selon la seconde condition – est positif. En utilisant les deux premières conditions, on obtient

$$\frac{\partial U^i/\partial y_i}{\partial U^i/\partial x_i} = \frac{q_i}{\lambda}$$

Avec la qautrième CPO, on a

$$\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial U^i/\partial y_i}{\partial U^i/\partial x_i} = \frac{\mu}{\lambda}$$

La troisième CPO implique que $\mu/\lambda = 1/g'(z)$. On obtient donc

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial U^i/\partial y_i}{\partial U^i/\partial x_i} = \frac{1}{g'(z)}$$

Autrement dit, un bien public mixte sans obligation d'usage conduit à une condition d'optimalité (BLS) qui est la même que pour un bien public pur. La raison est simplement que l'absence d'obligation d'usage n'empêche pas les différents individus de consommer le bien public (dans son intégralité).

Biens publics avec effets d'encombrement

Les effets d'encombrement peuvent être assimilés à des externalités dans la mesure où la satisfaction d'un consommateur dépend négativement de la consommation du même bien public par d'autres agents. En général les biens publics caractérisés par des effets d'encombrement sont également caractérisés par l'absence d'obligation d'usage.

On suppose que chaque agent i a une fonction d'utilité $U^i(x_i, y_i, c_i(\mathbf{y}_{-i}))$ qui dépend négativement de c_i, lequel est une fonction du vecteur des quantités consommées de biens publics par les autres agents, à savoir $\mathbf{y}_{-i} \equiv (y_1, y_2, ...y_{i-1}, y_{i+1}, ...y_n)$. On a $\partial U^i/\partial c_i < 0$ et $\partial c_i/\partial y_j > 0$ quelque soit $j \neq i$.

On cherche à caractériser les allocations de ressources Pareto-optimales. Les optimum de Pareto sont solutions du programme

$$max \sum_{i=1}^{n} \alpha_i U^i(x_i, y_i, c_i(\mathbf{y}_{-i}))$$

sous les contraintes

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + z \leq w$$

$$y \leq g(z)$$

$$y_i \leq y \text{ pour } i = 1, 2, ...n$$

Le Lagrangien est donné par

$$L = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i U^i(x_i, y_i, c_i(\mathbf{y}_{-i})) + \lambda(w - \sum_{i=1}^{n} x_i - z) + \mu(g(z) - y) + \sum_{i=1}^{n} q_i(y - y_i)$$

Les conditions du premier ordre sont données par

$$\alpha_i \frac{\partial U^i}{\partial x_i} - \lambda = 0 \text{ pour } i = 1, 2, ..., n$$

$$\alpha_i \frac{\partial U^i}{\partial y_i} - q_i + \sum_{j \neq i} \alpha_j \frac{\partial U^j}{\partial c_j} \frac{\partial c_j}{\partial y_i} = 0 \text{ pour } i = 1, 2, ..., n$$

$$-\lambda + \mu g'(z) = 0$$

$$-\mu + \sum_{i=1}^{n} q_i = 0$$

De nouveau, comme pour les cas précédent les contraintes sont saturées et nous avons $\sum_{i=1}^{n} q_i > 0$. Cependant, étant donné les effets d'encombrement, il est possible (selon les poids de pondération du planificateur) que certains consommateurs ne consomment pas toute la quantité de bien public disponible auquel cas on a $q_i = 0$ et donc $y_i < y$ pour certains consommateurs.

En utilisant les deux premières conditions, on obtient

$$\frac{\lambda \left(\partial U^i / \partial y_i\right)}{\partial U^i / \partial x_i} + \sum_{j \neq i} \alpha_j \frac{\partial U^j}{\partial c_j} \frac{\partial c_j}{\partial y_i} = q_i$$

A nouveau avec la première CPO, on a

$$\lambda \left[\frac{\partial U^i / \partial y_i}{\partial U^i / \partial x_i} + \sum_{j \neq i} \frac{\frac{\partial U^j}{\partial c_j} \frac{\partial c_j}{\partial y_i}}{\partial U^j / \partial x_j} \right] = q_i$$

En sommant sur les i on obtient et en utilisant $\sum_{i=1}^{n} q_i = \mu$ et le fait que $\mu / \lambda = 1/g'(z)$, on obtient finalement

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial U^i / \partial y_i}{\partial U^i / \partial x_i} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \neq i} \frac{\frac{\partial U^j}{\partial c_j} \frac{\partial c_j}{\partial y_i}}{\partial U^j / \partial x_j} = \frac{1}{g'(z)}$$

Il s'agit d'une condition BLS modifiée, le second terme de gauche étant négatif ce qui implique que la somme des dispositions à payer pour le bien public (les TMS) doit être d'autant plus importante que les effets d'encombrement sont importants (pour un niveau donné de bien public).

Pour obtenir une allocation optimale, il faut que le planificateur exclue des consommateurs qui ne consomment pas tout le bien public. Un système d'exclusion peut être mis en place par les prix (mais cela induit un problème d'équité), par un processus aléatoire (par exemple de file d'attente) ou par les revenus (par exemple pour l'attribution des logements sociaux).

Biens de club

Dans le cas d'importants effets d'encombrement associés à la consommation d'un bien public avec possibilité d'exclusion, il peut être optimal de répartir la population totale en plusieurs groupes chacun disposant de son propre bien public. On parle alors de biens de club.

Nous allons présenter à titre d'exemple un exercice sur l'évaluation d'un nouveau projet pour résoudre un problème d'effets d'encombrements. Considérons un village localisé sur une île au milieu d'un fleuve. La population du village est égale à n. Sur chacune des berges se trouve une ville: la ville A sur la rive droite et la ville B sur la rive gauche. Le village dispose d'un pont qui le relie à la ville A et tous les habitants peuvent y exercer une activité salariée. Ce pont est sujet à encombrement: si n_A individus traversent le pont, le temps de traversée est de $\alpha n_A^2/2$. Chaque villageois dispose d'un revenu non salarial R_0 et peut répartir une unité de temps par jour entre ses loisirs, son transport et son travail. La durée quotidienne de travail est égale à τ et le salaire dans la ville A est égal à w_A. Si n_A individus exercent une activité salariée, alors le temps de loisir d'un individu salarié est de $1 - \tau - \alpha n_A^2$ (compte tenu de l'aller-retour de transport) et son revenu est donc $R_0 + w_A$. On suppose que $1 > \tau + \alpha n^2$ et $w_A > 1$.

Les préférences de chaque habitant de l'île sont données par une fonction d'utilité parfaitement linéaire à savoir $U(C, T) = C + T$ où C et T désignent respectivement la valeur de la consommation (égale au revenu) et le temps de loisir.

Montrons dans un premier temps que tous les habitant de l'île décident effectivement de travailler. Supposons que n_A individus décident de travailler en ville avec $n_A < n$ et considérons la décision des $n - n_A$ individus restants. Si cet individu ne travaille pas son temps de loisir est $T = 1$ et sa consommation est $C = R_0$. Son utilité est donc $U = R_0 + 1$. Si cet individu décide de travailler alors $C = R_0 + w_A$ et son utilité est

$$U = R_0 + w_A + 1 - \tau - \alpha n_A^2$$

Comme $1 - \tau - \alpha n_A^2 \geq 0$ pour tout $n_A \leq n$ et $w_A > 1$, on a que tous les individus travaillent i.e. $n_A = n$. A l'équilibre le niveau d'utilité de chaque individu est donc

$$U^* = R_0 + w_A + 1 - \tau - \alpha n^2$$

Considérons maintenant que le village envisage la possibilité de construire un deuxième pont, identique au premier, et le reliant à la ville B. Le salaire dans cette ville est w_B. Le coût de construction du pont est c et il est financé, le cas échéant, en prélevant une taxe forfaitaire c/n à chaque habitants du village. Le temps de traversée du deuxième pont (le cas échéant) est $\alpha n_B^2/2$ et le temps de travail dans la ville B est également égal à τ. Calculez le nombre d'habitants n_A et n_B travaillant dans chacune des villes si le pont est construit. Déterminez sous quelle condition est-il avantageux de construire le pont.

Nous savons que tous les habitants travaillent puisqu'ils préfèrent toujours travailler dans la ville 1 à ne pas travailler. La question est donc de savoir ou ils vont effectivement travailler. Il y peut y avoir trois cas: 1/ Soit ils travaillent tous dans la ville A; 2/ Soit ils travaillent tous dans la ville B; 3/ Soit ils se répartissent entre les deux villes.

- Cas 1: $n_A = n$ et $n_B = 0$

Dans ce cas un individu qui travaille dans la ville A a une utilité

$$U_1(n) = R_0 + w_A - \frac{c}{n} + 1 - \tau - \alpha n^2$$

Si un de ces individus travaillait dans la ville B, son utilité serait (en négligeant la durée de son trajet)

$$U_2(1) = R_0 + w_B - \frac{c}{n} + 1 - \tau$$

Pour que $n_A = n$ soit un équilibre, il faut que $U_1(n) \geq U_2(1)$, ou

$$\alpha n^2 \leq w_A - w_B$$

Dans ce cas, on a l'utilité individuelle à l'équilibre $\tilde{U} = U_1(n)$

- Cas 2: $n_A = 0$ et $n_B = n$

Ce cas est symétrique au précédent et cela correspond à une situation d'équilibre si

$$\alpha n^2 \leq w_B - w_A$$

Dans ce cas, on a l'utilité individuelle à l'équilibre $\tilde{U} = U_2(n) = R_0 + w_B - \frac{c}{n} + 1 - \tau - \alpha n^2$.

- Cas 3: $n_A > 0$, $n_B > 0$ et $n_A + n_B = n$

Pour que cela soit une situation d'équilibre il faut que chaque individu soit indifférent entre travailler dans la ville A et travailler dans la ville B (sinon certains individus changeraient de ville). On doit donc avoir

$$R_0 + w_A - \frac{c}{n} + 1 - \tau - \alpha n_A^2 = R_0 + w_B - \frac{c}{n} + 1 - \tau - \alpha n_B^2$$

$$w_A - w_B = \alpha \left(n_A^2 - n_B^2\right)$$

Or nous avons $n_B = n - n_A$ et donc

$$n_A = \frac{n}{2} + \frac{w_A - w_B}{2\alpha n}$$

$$n_B = \frac{n}{2} + \frac{w_B - w_A}{2\alpha n}$$

C'est une situation d'équilibre si $n_A > 0$ et $n_B > 0$, soit $\alpha n^2 > w_A - w_B$ et $\alpha n^2 > w_B - w_A$, ou

$$\alpha n^2 > |w_A - w_B|$$

Le niveau d'utilité atteint par les individus est donc

$$\tilde{U} = U_1 = U_2 = R_0 + \frac{w_A + w_B}{2} - \frac{c}{n} + 1 - \tau - \frac{\alpha n^2}{4} - \frac{(w_A - w_B)^2}{4\alpha n^2}$$

Les trois conditions obtenues pour les trois types d'équilibre sont à la fois exclusive et exhaustives. Il existe donc toujours un équilibre unique.

Le pont ne devrait pas être construit si $\alpha n^2 \leq w_A - w_B$ puisque personne n'utilisera le nouveau pont. Dans le cas où $\alpha n^2 \leq w_B - w_A$, tout le monde utilisera le nouveau pont si celui-ci est construit. Il est profitable de le produire si $U_2(n) \geq U^*$ ou

$$c \leq n(w_A - w_B)$$

Dans ce cas, tout le monde change de ville en raison d'un gain de salaire (agrégé) assez élevé pour couvrir le coût de construction du pont.

Dans le cas où $\alpha n^2 > |w_A - w_B|$, le bénéfice ne se mesure pas en termes de salaire (en tout cas pas uniquement) mais en gain de temps Par exemple pour ceux qui travaillent dans la ville A, tout se passe comme si leurs salaires passaient de w_A à $w_A - (c/n)$ mais le temps de transport est réduit de αn^2 à αn_A^2. Le bénéfice est donc donné par $\tilde{U} - U^* = \alpha\left(n^2 - n_A^2\right) - c/n$, ou

$$\tilde{U} - U^* = \frac{1}{4}\left[3\alpha n^2 + 2(w_B - w_A) - \frac{(w_B - w_A)^2}{\alpha n^2}\right] - \frac{c}{n}$$

Et donc il sera avantageux de construire le pont si

$$c < \frac{n}{4}\left[3\alpha n^2 + 2(w_B - w_A) - \frac{(w_B - w_A)^2}{\alpha n^2}\right]$$

4.3 Equilibre concurrentiel et biens publics

4.3.1 Equilibre avec souscription

Nous considérons une économie à n agents avec deux types de biens: un privé et un bien public pur. Chaque agent a une dotation en biens privés noté w_i et supposons que chaque consommateur souscrit volontairement à la production du bien public pour un montant z_i.

La production du bien public est donc

$$y = g\left(z_i + \sum_{i=1, j\neq i}^{n} z_j\right)$$

Le consommateur i choisit sa consommation de bien privé x_i et sa contribution à la production de bien public z_i de façon à maximiser son utilité $U^i(x_i, y)$ sous les contraintes

$$x_i + z_i \leq w_i$$

$$y \leq g\left(z_i + \mathbf{z}_{-i}\right)$$

où $\mathbf{z}_{-i}$ est le vecteur (ou la somme) des contributions en excluant celle de l'individu i.

Les contraintes étant saturées, cela revient à maximiser l'expression suivante par rapport à z_i

$$\phi_i\left(z_i, \mathbf{z}_{-i}\right) = U^i(w_i - z_i, g\left(z_i + \mathbf{z}_{-i}\right))$$

Un équilibre avec souscription volontaire est un n-tuple $(z_1^*, z_2^*, ..., z_n^*)$ tel que

$$\forall i = 1, 2, ..., n \text{ on a } \phi_i\left(z_i^*, \mathbf{z}_{-i}^*\right) \geq \phi_i\left(z_i, \mathbf{z}_{-i}^*\right) \;\; \forall z_i$$

C'est l'équilibre de Nash du jeu de souscription. Chaque individu considère les contributions des autres comme données et contribue au bien public jusqu'au point où son sacrifice marginal (en termes de biens privés) est égal à son gain marginal compte tenu de ce que font les autres. Il ne tient donc pas compte du fait que sa souscription profite à l'ensemble des agents.

La condition du premier ordre est donnée par

$$-\frac{\partial U^i}{\partial x_i} + \frac{\partial U^i}{\partial y} g'(z) = 0$$

$$\frac{\partial U^i / \partial y}{\partial U^i / \partial x_i} = \frac{1}{g'(z)}$$

Cette condition est différente de celle de BLS. En effet, l'agent i contribue à la production de bien public jusqu'à ce que le coût marginal en termes bien privé $1/g'(z)$ de bien public (compte tenu de la souscription des autres) soit égal à son TMS. Il ne tient pas compte du fait que la production qu'il finance profite aussi à d'autres agents. Ce raisonnement est vrai pour chaque consommateur et donc l'ensemble des consommateurs contribue moins que ce qui serait souhaitable pour l'optimalité paretienne. On aboutit donc à une insuffisance de la production de bien public.

L'insuffisance de la production de bien public par le mécanisme de souscription volontaire peut devenir particulièrement dramatique quand le nombre d'agents est grand.

Comme exemple d'application, supposons qu'il y a n agents identiques avec une fonction d'utilité de type Cobb-Douglass. Tous les individus ont la même dotation en biens privés w. La contribution au bien public (en termes de biens privés) d'un individu i est notée z_i. La contrainte budgétaire de chaque agent est donc $x_i + z_i = w$. Par ailleurs, le bien public est produit avec une fonction de production de 1 pour 1: le montant du bien public produit est donc égale à la somme des contributions individuelles, i.e., $y = \sum_{j=1}^{n} z_j$. Chaque agent choisit z_i de façon à maximiser son utilité donnée par $U^i = x_i y$, ou

$$U^i = (w - z_i) \left(z_i + \sum_{j \neq i} z_j \right)$$

La condition du premier ordre est donnée par

$$w - z_i - \sum_{i=1}^{n} z_j = 0$$

Tous les individus étant identiques, on se concentre sur l'équilibre symétrique ou les individus contribuent pour le même montant au bien public. La CPO devient

$$w - (n+1)z = 0 \Rightarrow z^n = w/(n+1)$$

La production de bien public à l'équilibre de Nash, non-coopératif, est donc $y^n = nw/(n+1)$ et l'utilité est donc $U^n = [nw/(n+1)]^2$.

Caractérisons l'optimum de Pareto ou l'équilibre coopératif. Il s'agit de définir un prélèvement commun z de façon à maximiser la somme des utilités $\sum_{i=1}^{n} U^i$, ou

$$\sum_{i=1}^{n} U^i = (nz) \sum_{i=1}^{n} x_i = (nz)[nw - nz] = n^2 z(w - z)$$

En calculant la CPO, on trouve immédiatement que $z^c = w/2$ et donc $y^c = nw/2$ et $U^c = n[w/2]^2$.

On a sous-production de bien public à l'équilibre de Nash de souscription volontaire. En faisant le rapport y^c/y^n on obtient que $y^c/y^n = (n+1)/2$ ce qui implique que la sous-production est d'autant plus importante que le nombre d'agents est important.

En fait il est possible de soutenir l'équilibre coopératif dans un jeu indéfiniment répété où chaque agent évalue de son propre point de vue le bénéfice de la déviation de l'équilibre coopératif et à celui de la continuation de la coopération. Notons, z_i et $\mathbf{z}_{-i}$ la contribution au bien public de l'individu i en période t et le vecteur de contribution des autres individus en période t. Chaque individu cherche à maximiser la valeur actualisée de ses niveaux d'utilité donnée par

$$V^i = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^t U_t^i \left(z_{it}; \mathbf{z}_{-it}\right)$$

où $\delta < 1$ est le facteur d'escompte. Plus δ est proche de 1, plus la patience est forte. A chaque période, les individus doivent choisir le montant de leurs contributions individuelles. Même si il n'y a aucun lien entre chaque période (on répète simplement le jeu), on considère que le choix d'une contribution de l'agent i à la période t dépend de l'histoire des contributions antérieures.

Supposons en effet que les individus adoptent des stratégies de déclic (*trigger strategy*): Chaque agent choisit le niveau de contribution coopératif y^c à la période 0 ainsi que pour toute période t si à toutes les périodes pécédentes tous les agents ont choisis z^c; sinon l'agent choisit z^n pour toutes les périodes futures.

Formellement, on peut écrire

$$z_{it} = \left\{ \begin{array}{ccc} & z^c \quad \text{si} \quad t = 0 & \\ y^c \quad \text{si} & (z_{j0}, z_{j1}, ..., z_{jt-1}) = (z^c, z^c, ..., z^c) & \text{pour } j = 1, 2, ..., n \\ & z^n \quad \text{sinon} & \end{array} \right.$$

Ce sont des stratégies de représailles car la déviation entraîne une rupture de la coopération.

Supposons que tous les agents décident de coopérer à chaque période. La valeur actualisée des niveaux d'utilité est donc

$$V^C = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t U^C = U^C \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t = \frac{U^C}{1-\delta}$$

Si un agent décide de dévier à une certaine période, il y a un retour à l'équilibre non-coopératif pour toute les périodes futures. Le jeu étant infini la période de déviation est la période 0 et la punition d'un retour non-coopératif pour toutes les périodes futures commence en $t = 1$. En notant U^D le gain statique de l'agent qui dévie à une certaine période (alors que tous les autres agents coopèrent), on a le gain actualisé du choix de dévier aujourd'hui qui est donné par

$$V^D = U^D + \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t U^N = U^D + \frac{\delta U^N}{1-\delta}$$

Déterminons, le niveau de contribution optimal de celui qui dévie et le gain U^D qui en résulte pendant la période de déviation. On suppose que tous les agents ont coopéré au cours des périodes précédentes et qu'ils coopèrent donc tous au cours de la période courante, à l'exception de l'individu i qui envisage de dévier. On a donc $z_j = z^c = w/2$ pour tout $j \neq i$. L'individu qui décide de dévier choisit donc z_i de façon à maximiser

$$U^i = (w - z_i) \left(z_i + (n-1) \frac{w}{2} \right)$$

La condition du premier ordre est donnée par

$$w - z_i - \left(z_i + (n-1)\frac{w}{2}\right) \leq 0$$

On trouve le niveau optimal de contribution de l'agent qui dévie, i.e.,

$$z^D = Max\left\{0; \frac{(3-n)w}{4}\right\}$$

Supposons que $n \geq 3$. Dans ce cas, la contribution de l'individu qui dévie est égale à 0 et son utilité est donc $U^D = w^2\left[(n-1)/2\right]$. Il s'agit du gain statique maximal de déviation qui est plus grand que $U^C = w^2(n/4)$.

Sous quel condition aucun individu n'a intérêt à dévier de la coopération à aucune périodes. Pour cela, on doit avoir $V^C \geq V^D$, ou

$$\frac{U^C}{1-\delta} \geq U^D + \frac{\delta U^N}{1-\delta}$$

En simplifiant nous obtenons – ce que l'on appelle le *Folk Theorem* – que le taux d'escompte doit être suffisamment grand ou

$$\delta \geq \frac{U^D - U^C}{U^D - U^N}$$

En subsituant, les différentes valeurs des niveaux d'utilité, on a

$$\delta \geq \frac{\left[(n-1)/2\right] - \left[n/4\right]}{\left[(n-1)/2\right] - \left[n/(n+1)\right]^2}$$

En simplifiant, nous obtenons

$$\delta \geq \bar{\delta}(n) \equiv \frac{n^3 - 3n - 2}{2\left[n^3 - n^2 - n - 1\right]}$$

On a également

$$\frac{d\bar{\delta}(n)}{dn} = \frac{n^4 - 4n^3 + 4n - 1}{2\left[n^3 - n^2 - n - 1\right]^2}$$

Plus le facteur d'escompte est élevé, plus il est facile de soutenir la coopération. Or $\bar{\delta}(n)$ est une fonction décroissante de n pour tout $n \geq 4$ dans la mesure où l'équilibre non-coopératif est d'autant plus sévère reletaivement à la coopération que le nombre d'agents est important, ce qui renforce la menace pour soutenir la coopération.

4.3.2 Equilibre de Lindhal

Lindhal (1919) a proposé un mécanisme qui permet d'atteindre un équilibre Pareto-optimal dans une économie concurrentielle. Il s'agit d'associer à chaque agent un prix personnalisé qui définit le prix que chaque agent doit payer pour chaque unité de bien public.

On normalise le prix du bien privé à 1 et le prix personnalisé du bien public pour l'agent i est noté p_i. Les prix personnalisés sont donnés et donc chaque agent exprime une demande concurrentielle de biens publics. Le programme de chaque agent est de maximiser son utilité $U^i(x_i, y)$ sous la contrainte

$$x_i + p_i y = w_i$$

Cela revient à maximiser $U^i(w_i - p_i y, y)$. On obtient que le TMS est égal au rapport des prix

$$\frac{\partial U^i/\partial y}{\partial U^i/\partial x_i} = p_i$$

A partir de cette condition et de la contrainte budgétaire, on obtient une demande concurrentielle de biens privés et publics de l'agent i en fonction du rapport des prix à savoir: $x_i^d(p_i)$ et $y_i^d(p_i)$.

Coté offre, la production de bien public est assurée par une entreprise concurrentielle a qui on annonce un prix unitaire de vente de bien public qui correspond à la sommes des prix personnalisés (ou somme des dispositions marginale à payer), i.e. $p = \sum_{i=1}^{n} p_i$. Cette entreprise maximise sont profit sous sa contrainte budgétaire

$$\pi = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i\right) y - z$$

$$y = g(z)$$

où z est la quantité de bien privés utilisée pour produire y unités de bien publics. La condition du premier ordre est

$$p = \frac{1}{g'(z)}$$

On obtient donc unde demande biens privés et donc une offre de bien publics $z^d(p)$ et $y^s(p)$ ou

$$\begin{aligned} z^d(p) &= g'^{-1}(p) \\ y^s(p) &= g\left(g'^{-1}(p)\right) \end{aligned}$$

Définition: *Un équilibre de Lindhal est un système de prix personnalisés* $(p_1^*, p_2^*, ..., p_n^*)$ *et l'allocation correspondante tels que*

$$y^s(p) = y_i^d(p_i) \text{ pour } i = 1, 2, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^d(p_i) + z^d\left(\sum_{i=1}^{n} p_i\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i$$

Autrement dit, on a équilibre entre offre et demande sur chaque marché (du bien public et privé) et les demandes de bien public des agents doivent être égale entre elles et égales à l'offre. Les agents payent cependant un prix différent pour le bien public (si leurs préférences sont différentes).

Théorème: *Tout équilibre de Lindhal est un optimum de Pareto.*

En effet, à partir du TMS individuel et de la condition d'optimalité de production du bien public, on pbtient la condition BLS

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial U^i/\partial y}{\partial U^i/\partial x_i} = \sum_{i=1}^{n} p_i = p = \frac{1}{g'(z)}$$

L'équilibre concurrentiel coïncide avec l'optimum de Pareto dans cette économie concurrentielle fictive où l'espace des biens a été artificiellement augmenté pour inclure $n+1$ biens, un bien privé et n biens publics personnalisés.

Mais dans la réalité il existe seulement un bien public. Dans une économie concurrentielle sans biens publics, habituellement les prix permettent d'égaliser l'offre et la demande. Nous n'avons rien dit comment les marchés arrivaient à ces prix d'équilibre (nous avons seulement montré que si les marchés sont en équilibre alors c'est un optimum de Pareto). En fait, pour résoudre ce problème de coordination des agents sur les prix d'équilibre. On fait appel au tâtonnement Walrasien. Tout se passe comme si on avait un commissaire priseur qui hausse le prix lorsque la demande et supérieure à l'offre et inversement jusqu'à converger au prix d'équilibre. Dans le cas envisagé ici avec un bien public et des prix personnalisés, on pourrait imaginer que le planificateur Walrasien augmente le prix personnalisé des agents qui demandent beaucoup de bien public relativement à ceux qui en demandent peu de façon à converger vers une situation où tout le monde demande la même quantité qui correspondrait en même temps à ce que l'entreprise veut offrir pour maximiser son profit.

Malheureusement, ce scénario est peu vraisemblable car il est peu probable que les consommateurs se prêtent au jeu qu'il leur est proposé. A l'équilibre de Lindhal, les consommateurs paient des prix différends pour consommer le bien public, or celui-ci en quantité ou en qualité est le même pour tous. Ainsi dans un tâtonnement qui devrait conduire à l'équilibre, le consommateur i va vite comprendre qu'il a intérêt à annoncer une demande de bien public plus faible qu'elle n'est réellement de façon à bénéficier d'un prix personnalisé plus faible. Les consommateurs risquent de tenter de masquer leurs véritables préférences pour contribuer le moins possible au financement du bien public.

Il s'agit d'un problème courant en économie publique à savoir trouver des mécanismes incitatifs qui incitent justement les agents à révéler leurs vraies préférences pour la consommation de biens publics. Ce problème est d'ailleurs d'autant plus important que le nombre de consommateurs est grand. Chaque agent pris individuellement aura d'autant plus tendance à cacher sa véritable demande pour le bien public qu'il pense qu'il pense que son propre comportement n'a qu'une importance négligeable sur la quantité de bien public qui sera retenue. Ce problème de passager clandestin risque de conduire à une situation très loin de la situation optimale.

4.3.3 Procédure de révélation de l'information

Dans un contexte où les préférences et la valorisation du bien public est une information privée, il peut être difficile (voire impossible) d'atteindre une production de bien public Pareto-optimale. Il faut donc trouver des mécanismes qui incitent les agents à révéler leurs vraies préférences. L'un des premiers mécanismes révélateurs a été imaginé par Vickrey (1961) pour les enchères. En particulier, il a montré qu'une enchère au deuxième incite les agents à révéler leurs préférences, i.e. combien sont-ils réellement prêts à payer pour obtenir le bien. C'est précisément ce mécanisme d'enchère au deuxième prix qui prévaut dans les enchères sur Ebay.

Supposons qu'un vendeur mette un objet aux enchères et qu'il y a I acheteurs potentiels ou enchérisseurs. La vraie valorisation de l'acheteur i pour l'objet est v_i. C'est une information privée. Le mécanisme d'enchères est le suivant. Tous les acheteurs potentiels font simultanément une offre. L'offre de l'agent i est notée s_i. Le gagnant, celui qui remporte l'objet, est celui qui a fait l'offre la plus élevée mais il ne paye que le montant de la seconde offre la plus élevée. Donc, si l'agent a fait l'offre s_i la plus élevée, il remporte l'objet mais paye $\max_{j\neq i} s_j$ et donc son utilité est $v_i - \max_{j\neq i} s_j$. Les autres enchérisseurs ont un gain nul.

Dans ce cas, on peut montrer que faire une offre correspondant à sa vraie valorisation de l'objet, i.e., $s_i = v_i$, est une stratégie dominante pour chaque agent.

Notons $r_i = \max_{j\neq i} s_j$ et montrons qu'un enchérisseur i n'a ni intérêt à faire une offre supérieure, ni inférieure à sa vraie valorisation de l'objet.

- **1er Cas:** Supposons que l'enchérisseur i fait une offre supérieure à sa vraie valorisation, i.e., $s_i > v_i$
  - Si $r_i \geq s_i > v_i$, l'agent i ne remporte pas l'objet, obtient une utilité nulle ce qu'il aurait obtenu en annonçant $s_i = v_i$.
  - Si $r_i < s_i$ alors l'agent i remporte l'objet et on doit distinguer deux cas
    - $r_i \leq v_i < s_i$, l'agent i remporte l'objet avec une utilité nette positive, i.e. $v_i - r_i > 0$, ce qu'il aurait obtenu en annonçant $s_i = v_i$
    - $v_i < r_i < s_i$, l'agent i remporte l'objet avec une utilité nette négative $v_i - r_i < 0$, alors que s'il avait fait une offre correspondant à sa vraie valorisation de l'objet $s_i = v_i$, il aurait perdu l'objet (car $s_i < r_i$) et aurait obtenu une utilité nulle
- **2ième Cas:** Supposons que l'enchérisseur i fait une offre inférieure à sa vraie valorisation, i.e., $s_i < v_i$
  - Si $r_i \leq s_i < v_i$, l'agent i remporte l'objet, obtient une utilité nette positive, i.e. $v_i - r_i > 0$, ce qu'il aurait obtenu en annonçant $s_i = v_i$

– Si $s_i < r_i$ alors l'agent i ne remporte pas l'objet et on doit distinguer deux cas

  * $s_i < v_i < r_i$, l'agent i remporte l'objet avec une utilité une utilité nulle ce qu'il aurait obtenu en annonçant $s_i = v_i$
  * $s_i < r_i < v_i$, l'agent i ne remporte pas l'objet avec une utilité nulle, alors que s'il avait fait une offre correspondant à sa vraie valorisation de l'objet $s_i = v_i$, il aurait remporté l'objet (car $s_i > r_i$) et aurait obtenu une utilité nette positive $v_i - r_i > 0$.

Par conséquent, faire une offre qui correspond à sa vraie valorisation de l'objet est une stratégie (faiblement) dominante dans une enchère au second prix.

Appliquons ce mécanisme pour la production d'un bien public (Vickrey-Clarke-Groves). Supposons une communauté avec I habitants. Le gérant (le maire) de la communauté propose d'ériger une statue (ou non). Le coût total est C. Supposons que les habitants ont un revenu exogène R. La vraie valorisation du bien public de la statue par l'habitant i est ϕ_i, i.e. sa disposition maximale à payer et qui est une information privée. Le maire invite chaque citoyen à soumettre le montant qu'il serait prêt à payer pour le bien public. Soit τ_i ce qu'annonce l'agent i. Le maire décide alors d'ériger la statue si la somme des dispositions à payer pour le bien public *annoncées* est supérieure au coût de production, i.e. $\sum_{i=1}^{n} \tau_i \geq C$.

Un mécanisme révélateur consiste à imposer une taxe personnalisée pour chaque agent qui correspond à la différence entre le coût du bien public et la somme des annonces des autres agents, i.e. $T_i = C - \sum_{j \neq i} \tau_j$ pour $i = 1, 2, ..., I$.

Donc pour l'individu, si le projet est abandonné (car la somme des valorisations annoncées est inférieure au coût) alors son utilité est $U^i = R$ et si le projet va à son terme (car la somme des valorisations annoncées est supérieure au coût), alors son utilité est $U^i = R + \phi_i + \sum_{j \neq i} \tau_j - C$. L'individu i souhaite donc que le bien soit produit si $\phi_i + \sum_{j \neq i} \tau_j - C \geq 0$ (tout en sachant que cela sera effectivement le cas si $\sum_{i=1}^{I} \tau_i \geq C$).

On peut montrer rapidement qu'avec ce type de taxe, annoncer sa vraie valorisation du bien public, i.e. $\phi_i = \tau_i$, est une stratégie dominante. En oubliant tous les cas d'indifférence entre annoncer sa vraie valorisation et une fausse évaluation, on:

- Soit τ_i tel que $\tau_i + \sum_{j \neq i} \tau_j < C$ alors que $\phi_i + \sum_{j \neq i} \tau_j \geq C$, alors le projet est abandonné, l'individu i a comme utilité $U^i = R$ alors qu'il aurait obtenu $U^i = R + \phi_i + \sum_{j \neq i} \tau_j - C > R$, s'il avait annoncé sa vraie valorisation.

- Soit τ_i tel que $\tau_i + \sum_{j \neq i} \tau_j > C$ alors que $\phi_i + \sum_{j \neq i} \tau_j < C$, alors le projet est poursuivi, l'individu i a comme utilité $U^i = R + \phi_i + \sum_{j \neq i} \tau_j - C < R$ ce qu'il aurait obtenu s'il avait annoncé sa vraie valorisation.

Donc annoncer sa vraie valorisation est une stratégie dominante, i.e. $\phi_i = \tau_i$, et le bien public est donc produit si $\sum_{i=1}^{n} \phi_i \geq C$.

L'intuition du mécanisme est très simple. Il faut que l'agent pivot – i.e. celui qui fait basculer la décision – paie l'ensemble du "coût" qu'il fait subir aux autres dans la mesure ou chaque agent paye une taxe qui est égale à la somme des surplus nets (éventuellement négatifs) des autres agents et cela ne dépend absolument pas de sa propre annonce.

Le problème de ce mécanisme est qu'il n'est pas à budget équilibré. Supposons que $C = 300$ et trois agents tel que que $(\phi_A, \phi_B, \phi_C) = (0, 150, 200)$. On a $\sum_{i=1}^{3} \phi_i \geq C$ et donc le bien public est produit avec ce mécanisme de révélation. Le vecteur des taxes est donné par $(T_A, T_B, T_C) = (-50, 100, 150)$ et donc la somme des taxes est égale à 200 ce qui est inférieur au coût de production du bien public.

On peut cependant trouver un mécanisme permettant de réduire la somme des transferts en rajoutant à chaque agent une fonction de taxe qui dépend toujours des annonces des autres agents. Cependant, la révélation de l'information entraîne toujours un coût et donc un surplus agrégé net positif pour les agents: il s'agit de la rente informationnelle. Par ailleurs, les taxes étant personnalisées il est difficile d'appliquer ce système lorsque de nombreux agents sont concernés par la production du bien public.

4.3.4 Le mécanisme de vote

Le vote majoritaire Une autre possibilité pour déterminer la production de bien public et les contributions individuelles consiste à organiser un vote.

Supposons que n agents (en nombre impair) conviennent de décider par une procédure de vote majoritaire d'une contribution individuelle permettant de financer la production d'un bien public. La fonction d'utilité de chaque agent est notée

$$U^i(x_i, y) = x_i + \theta_i \ln y$$

où x_i est la quantité consommée de bien privé et où $\theta_i \in [0, 1]$. Ce paramètre mesure comment l'agent i valorise la consommation de bien public par rapport à celle de biens privés. Les agents sont hétérogènes dans cette valorisation. Par ailleurs, chaque agent a une dotation en bine privé égale à w_i et le prix du bien privé est normalisé à 1. Notons également qu'il s'agit d'une fonction d'utilité quasi-linéaire ce qui implique qu'il n'y a pas d'effets revenu mais uniquement des effets substitution.

On considère une fonction de production de bien public à partir du bien privé qui est linéaire est de 1 pour 1, i.e. $g(z) = z$ où z est la quantité totale de bien privée consacrée à la production du bien public.

L'optimum de Pareto est donné par la condition BLS

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial U^i/\partial y}{\partial U^i/\partial x_i} = \frac{1}{g'(z)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\theta_i}{y} = 1 \Longrightarrow y^* = \sum_{i=1}^{n} \theta_i$$

Supposons que la constitution prévoit un financement égalitaire du bien public avec un prélèvement forfaitaire en termes de biens privés égal à t. Le montant total des prélèvements est donc égal à $T = nt$ qui correspond à la quantité totale de biens privés pour produire le bien public, ce qui implique $y = nt$.

L'utilité de l'individu i en fonction de t est donc

$$U^i(x_i, y) = w_i - t + \theta_i \ln(nt)$$

Le prélèvement forfaitaire préféré par l'individu i, i.e. celui qui maximise son utilité est donc

$$\frac{\partial U^i}{\partial t} = \frac{\theta_i n}{nt} - 1 = 0 \Longrightarrow t = \theta_i$$

On vérifie par ailleurs que la condition du second ordre est vérifiée

$$\frac{\partial^2 U^i}{\partial t^2} = -\frac{\theta_i}{t^2} < 0$$

La fonction d'utilité est donc concave en t et présente un maximum global. Cela implique que les préférences sont unimodales. L'utilité de l'individu i est croissante pour tout $t < \theta_i$ et décroissante pour tout $t > \theta_i$. Cet agent préfère donc un prélèvement $\hat{t}_i = \theta_i$ et donc une production de bien public $y = n\theta_i$.

Supposons maintenant qu'un vote majoritaire soit organisé pour déterminer t. Par ailleurs, définissons un équilibre comme il suit : un équilibre politique en démocratie directe est un politique (i.e. un choix du niveau de bien public) qui ne peut être préférée par une autre politique à la majorité simple.

Comme nous avons montré que les préférences des individus sont unimodales, on peut appliquer le théorème de l'électeur médian de Black (1948) qui stipule qu'à l'équilibre politique (appliqué à notre exemple), le niveau de bien public maximise l'utilité de l'électeur dont le paramètre de préférence pour le bien public est le médian de la distribution des paramètres. Il s'agit de l'électeur médian qui est défini ici par le fait que la moitié des autres consommateurs souhaite un prélèvement inférieur au niveau souhaité par cet individu et l'autre moitié un prélèvement supérieur.

Classons les individus par ordre de valorisation pour le bien public, à savoir: $\theta_1 < \theta_2 < .... < \theta_n$. L'individu médian est défini par l'indice $i = M$ où $M = (n+1)/2$ (si n est impair).

Imaginons qu'un niveau de prélèvement t_0 soit proposé avec $t_0 \neq \theta_M$ et supposons par exemple que t_0 soit plus petit que θ_M (un raisonnement symétrique s'applique dans le cas inverse). Dans ce cas il existe nécessairement un autre niveau de prélèvement qui sera préféré à t_0 par une majorité d'individus. En effet, considérons un prélèvement t_1 légèrement plus grand que t_0. D'après l'hypothèse d'unimodalité des préférences, tous les individus i tel que $\theta_i > t_0$ préfèrent t_1 à t_0. Comme $t_0 < \theta_M$, il y a au moins 50% des individus qui préfèrent t_1 à t_0. La proposition t_0 ne peut donc être retenue dans le cadre d'une procédure de vote majoritaire où des contre-propositions peuvent être émises. La seule proposition qui ne puisse être mise minorité est celle qui correspond au meilleur choix de l'agent médian, c'est-à-dire $t = \theta_M$.

A l'équilibre politico-économique, on a donc $\hat{t} = \theta_M$ et $\hat{y} = n\theta_M$. Cette décision n'est en général pas optimale la préférence médiane n'étant généralement pas égale à la préférence moyenne i.e. $n\theta_M \neq \sum_{i=1}^{n} \theta_i = y^*$.

Le vote majoritaire favorise les individus qui aiment beaucoup le bien public et défavorise ceux qui l'aiment peu par rapport à un équilibre de Lindhal car ici tout le monde paye le même niveau de contribution et non un prix qui dépend du poids que l'on accorde au bien public dans sa fonction d'utilité.

Cependant, une procédure de vote permet de révéler les préférences des agents au moins dans un cadre statique et permet d'éviter ainsi le problème de passager clandestin. En effet, si les individus doivent voter entre deux alternatives chacun votera pour l'alternative la plus proche de ses préférences de peur de faire basculer l'équilibre politique en faveur de l'alternative la moins bonne pour eux. Cependant, dans un cadre dynamique, on peut avoir des votes stratégiques.

Le paradoxe du vote Le vote est l'essence même d'un système démocratique avec un gouvernement qui exerce la souveraineté du peuple. Pour « gouverner », il faut à un moment ou à un autre faire des choix, trancher entre des alternatives. Si c'est le « peuple » qui dirige, ces choix devront être réalisés collectivement. Or ces choix collectifs ne sauraient être réalisés à partir d'autre chose que les choix des individus composant le peuple. Le premier problème incontournable à résoudre pour pouvoir parler de démocratie est donc l'agrégation de ces préférences individuelles en un choix collectif.

Or il y a bien certains principes minimaux que l'agrégation devrait respecter – toutes les procédures d'agrégation, y compris les votes.

- **1. Principe d'universalité :** Ce principe énonce qu'à partir du moment où le groupe des individus dont les préférences vont être érigées en choix collectif a été déterminé, on ne peut pas éliminer par commodité les préférences de certains individus.

- **2. Principe d'unanimité :** Ce principe énonce que si tous (pas seulement la majorité, mais bien TOUS) les individus préfèrent A à B (A et B étant des choix possibles dans l'ensemble des choix à agréger), alors le choix collectif devra aussi préférer A à B.

- **3. Principe de non-dictature** : Ce principe énonce que la préférence d'un seul individu ne peut être érigée en préférence collective si tous les autres sont d'avis contraire.

- **4. Principe d'indépendance vis-à-vis des états non pertinents** : Ce principe, quoique moins intuitif, n'en est pas moins incontournable. Il énonce que le choix collectif entre A et B ne doit dépendre que des choix individuels entre A et B et non d'un « état non pertinent » X totalement indépendant de A et B.

Exemple: Un groupe d'amis en vacances doit choisir démocratiquement s'il ira à la plage (A), au cinéma (X) ou faire le ménage (B). Imaginons que la procédure d'agrégation (qui peut être par exemple un vote) ait mené au choix collectif suivant: le groupe préfère aller à la plage (A) plutôt que faire le ménage (B). Après cela, ils apprennent brusquement que le cinéma est fermé (état indépendant non pertinent). On reprocède à la consultation et à l'agrégation des choix individuels, selon les mêmes règles que précédemment. Le principe d'indépendance énonce que si personne n'a changé d'avis quant à ses propres préférences, le résultat ne doit pas être différent. Si donc le résultat de cette deuxième consultation est que le groupe préfère faire le ménage plutôt qu'aller à la plage parce que le cinéma est finalement fermé, alors, le principe d'indépendance a été violé. On dit que la procédure d'agrégation était manipulable.

En réalité, une procédure manipulable fait en sorte que les consultés aient intérêt à ne pas révéler leurs véritables préférences. On peut croire a priori que ce principe n'est pas important, et que s'en passer fait partie des « vices acceptables » de la démocratie. Mais il n'en est rien. On sait que les procédures manipulables sont telles qu'on ne peut jamais reconstituer les vraies préférences non révélées. Il est donc impossible de tirer quelque information que ce soit du résultat d'une procédure d'agrégation manipulable. Or, comment pourrait-on parler de démocratie s'il est impossible de savoir dans quelle mesure le résultat d'une consultation révèle les préférences des acteurs, puisque la consultation démocratique a précisément pour but de les révéler?

- **5. Principe de transitivité** Si dans le résultat de la consultation, A est préféré à B et B est préféré à C, alors A doit être préféré à C. Sinon, bien évidemment, n'importe quoi est préféré à n'importe quoi et il n'y a plus moyen de parler de « choix », et donc par conséquent de « choix démocratique ».

Théorème d'impossibilité de Arrow (1951): *Il n'existe pas de procédure d'agrégation des choix individuels en choix collectifs qui respecte les 5 principes ci-dessus.*

Il s'agit d'une généralisation du paradoxe du vote identifiée par Condorcet (1785) à propos du vote majoritaire. Le paradoxe a pour origine fondamentale le problème de l'agrégation des préférences individuelles. Arrow a montré que la cohérence des choix individuels ne peut être préservée si l'on veut agréger de quelque manière que ce soit ces choix pour en déduire des choix sociaux.

Exemple : Paradoxe de Condorcet

Le premier exemple est connu sous le nom de paradoxe de Condorcet. Supposons que les individus doivent choisir entre trois alternatives : A, B et C. Trois individus doivent classer ces alternatives dans l'ordre croissant de leur préférence.

Monsieur X	Madame Y	Fiston Z
A	B	C
B	C	A
C	A	B

Remarquons qu'il y a une majorité des personnes qui préfère A à B, une majorité qui préfère B à C et une majorité qui préfère C à A. Le classement social ne respecte donc pas la transitivité. A cause de cette non-transitivité, il n'y a pas de solution qui puisse être considérée comme la meilleure. On peut dire que si le vote se déroule de façon séquentielle, l'ordre dans lequel le vote sera effectué influencera le résultat final.

Exercice: Exemple de manipulation des procédures de vote.

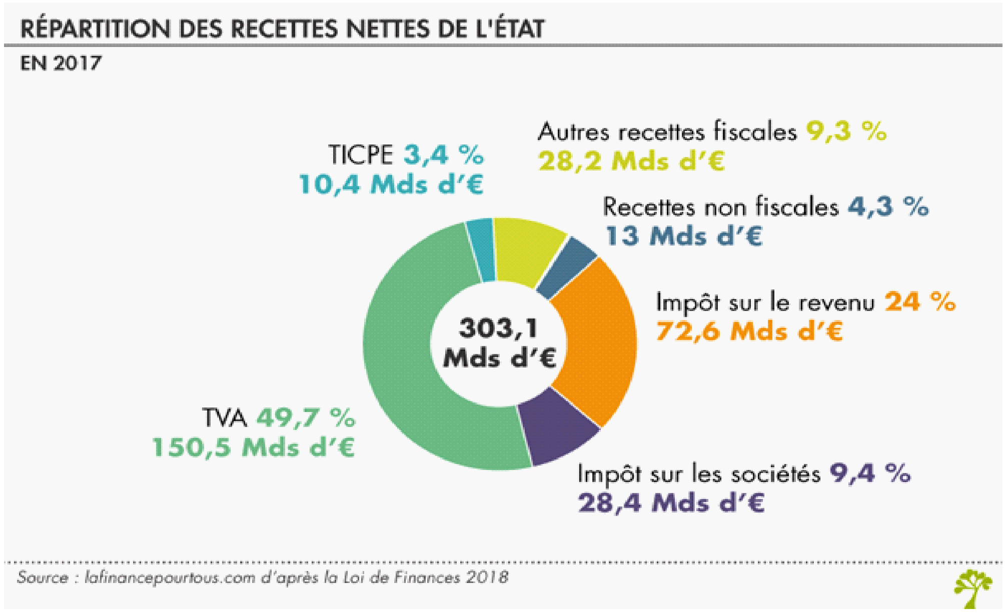
5 Fiscalité

5.1 Introduction: Fiscalité en France: Quelques Chiffres

Il y a eu au XXième siècle une transformation économique et sociale majeure avec un Etat minimal dans la société – limité à des fonction régaliennes – à un Etat en charge de l'éducation, de la santé et du système d'assurance social – ce que l'on appelle parfois l'Etat providence. Alors que le taux de taxe global était inférieur à 10% du revenu national avant la première guerre mondiale, il est compris entre 30 et 50% pour tout les pays riches.

- Les recettes de l'État proviennent de deux sources : les recettes fiscales c'est-à-dire les impôts, qui forment plus de 95 % des recettes totales et les recettes non fiscales Ce sont principalement les revenus du patrimoine de l'État les revenus de l'activité industrielle et commerciale de l'État, les rémunérations des services rendus (redevance audiovisuelle par exemple) et les emprunts contractés par l'État. Il existe trois formes de recettes fiscales
  - **Les impôts sur la consommation** c'est-à-dire la Taxe sur la Valeur Ajoutée (TVA) et la Taxe Intérieure de Consommations sur les Produits Énergétiques(TICPE) appliquée depuis le 1er janvier 2012 et qui remplace la Taxe Intérieure sur les Produits Pétroliers (TIPP).
  - **Les impôts sur le revenu :** l'impôt sur le revenu (IR) et CSG redistribuée aux organismes de sécurité sociale, l'impôt sur les sociétés (IS) et pour les revenus des personnes qui exercent une profession commerciale industrielle ou artisanale à leur compte, l'impôt sur les bénéfices industriels et commerciaux (BIC).
  - **Les impôts sur la propriété et le capital** composés de la taxe foncière (prélevée par les collectivités territoriales), des impôts sur les plus values (immobilières et mobilières), de l'ISF et des (enregistrement, donation, succession).
- Les dépenses de l'État sont classées en « missions ». La Loi de finances initiale pour 2018 prévoyait 30 missions.

- Le déficit budgétaire est le solde négatif du budget de l'État. Il y a déficit lorsque les dépenses excèdent les recettes. Dans le cas contraire, on parle d'un excédent. Un budget est en équilibre lorsque les recettes sont égales aux dépenses. Il ne faut pas confondre « déficit » et « dette ». Un déficit ne concerne qu'une seule année. Une dette est une accumulation de déficits sur plusieurs années. Voir notre mot de la finance déficit et dette publique. De même, il ne faut pas confondre " déficit budgétaire » et « déficit public ». Le premier ne prend en compte que le budget de l'État tandis que le second prend en



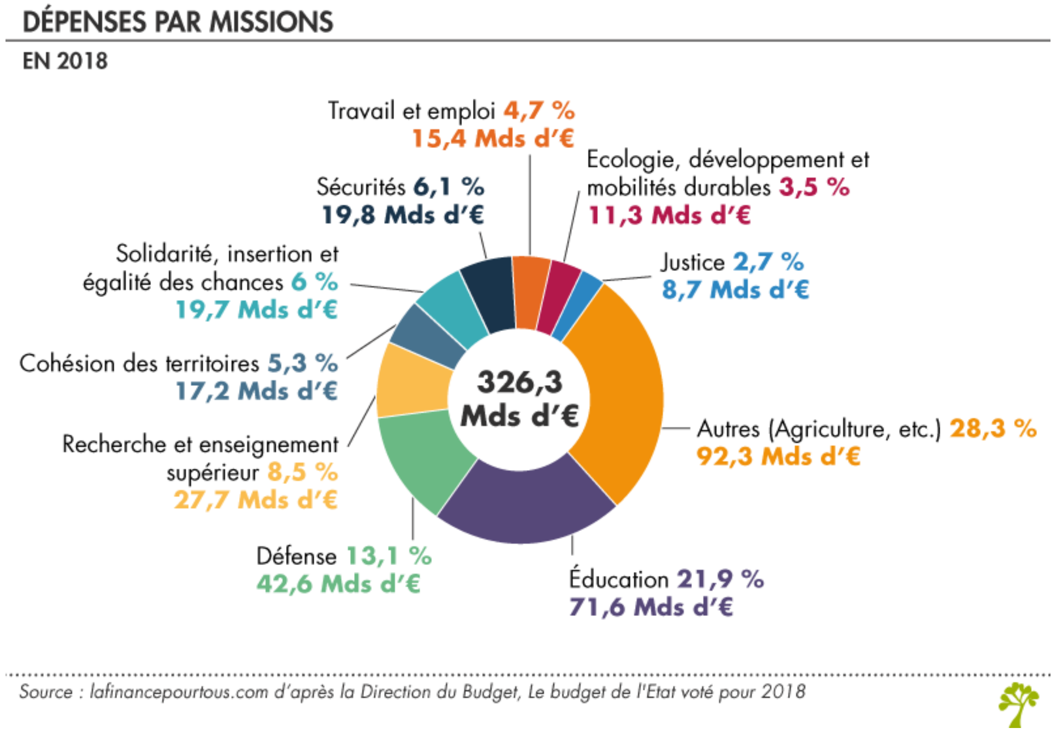
compte le déficit des collectivités territoriales, de la Sécurité sociale et de l'État.
Le déficit de l'État représente la majeure partie du déficit public. En tant que membre de l'Union européenne, la France s'est engagée comme les autres pays signataires du traité de Maastricht (1992) à respecter un certain nombre de critères économiques et financiers (appelés critères de convergence) dont un niveau de déficit public annuel qui ne doit pas dépasser 3 % du PIB à la fin du précédent exercice budgétaire. La France se situant en infraction avec cette règle, la Commission européenne a engagé à son encontre une procédure de déficit excessif en 2009. Néanmoins, la France a enfin quitté cette procédure fin juin 2018 après que la Commission européenne a constaté le passage du déficit français sous la barre des 3 % pendant deux années de suite (condition d'arrêt de la procédure), en 2017 et 2018 (avec un déficit estimé à 2,6 pour chacune des deux année). Pour l'année 2018, le déficit budgétaire de l'État s'est élevé à 76.1 milliards d'euros. Il est en constante diminution depuis 2009 (7.2% en 2009). Le projet de loi de finance révisé pour 2019 prévoit un déficit d'environ 100 milliards d'euros donc une hausse de nouveau avec un déficit supérieur à 3% du PIB.

- Depuis quinze ans, la dette publique s'est largement accrue. Elle est passée de 60 % du PIB en décembre 1996 à 97 % en décembre 2017 soit 2 218 milliards d'euros.

5.2 Taxation indirecte: Taxe sur la consommation

5.2.1 Les taux de TVA en France

Il y a trois taux de TVA en vigueur en France et un taux particulier:



- Le taux normal de la TVA est fixé à 20 % pour la majorité des ventes de biens et des prestations de services : il s'applique à tous les produits ou services pour lesquels aucun autre taux n'est expressément prévu.

- Le taux réduit de 10 % est notamment applicable aux produits agricoles non transformés, au bois de chauffage, aux travaux d'amélioration du logement qui ne bénéficient pas du taux de 5,5%, à certaines prestations de logement et de camping, aux foires et salons, jeux et manèges forains, aux droits d'entrée des musées, zoo, monuments, aux transports de voyageurs, au traitement des déchets, à la restauration.

- Le taux réduit de 5,5 % concerne l'essentiel des produits alimentaires, les produits de protection hygiénique féminine, équipements et services pour handicapés, livres sur tout support, abonnements gaz et électricité, fourniture de chaleur issue d'énergies renouvelables, fourniture de repas dans les cantines scolaires, billeterie de spectacle vivant et de cinéma, certaines importations et livraisons d'œuvres d'art, travaux d'amélioration de la qualité énergétique des logements, logements sociaux ou d'urgence, accession à la propriété.

- Le taux particulier de 2,1 % est réservé aux médicaments remboursables par la sécurité sociale, aux ventes d'animaux vivants de boucherie et de charcuterie à des non assujettis, à la redevance télévision, à certains spectacles et aux publications de presse inscrites à la Commission paritaire des publications et agences de presse.

La Corse et les départements d'outre-mer bénéficient de taux spécifiques.

5.2.2 La règle de l'élasticité inverse

Considérons une économie à un consommateur représentatif qui achète et consomme deux biens et offre de façon inélastique une certaine quantité de travail. Les préférences du consommateur sont données par la fonction d'utilité $U(x_0, x_1, x_2)$ où x_0 est l'offre de travail dont le prix (le salaire) est normalisé à 1. On suppose également que les prix de production des deux biens de consommations sont normalisés à 1. En notant t_1 et t_2 les taux de taxes à la conommsation le prix à la consommation du bien i est $q_i = 1 + t_i$. La contrainte budgétaire du consommateur est donc $q_1x_1 + q_2x_2 = x_0$ où q_1 et q_2 repésentent les prix à la consommation TTC des bies à la consommation. Le Lagrangien est $L^C = U(x_0, x_1, x_2) + \alpha\,(x_0 - q_1x_1 + q_2x_2)$. α le multiplicateur de Lagrange correspond à l'utilité marginale du revenu. Les CPO donne (en notant l'utilité marginale donc la dérivée de la fonction d'utilité avec l'indice inférieur correspondant) $U_0 = -\alpha$ et $U_i = \alpha q_i$ pour $i = 1, 2$.

Le gouvernement a pour objectif de choisir le sytème de taxes permettant de maximiser l'utilité indirecte du consommateur – donc en intégrant le comportement optimal du consommateur – sous sa propre contrainte budgétaire qui sépcifie que les recettes fiscales soient supérieures ou égales à un besoin de financement fixe et éxogène noté R. La contrainte budgétaire du gouvernment est $t_1x_1 + t_2x_2 = R$. Comme les prix de production sont égaux à 1, on a $t_i = q_i - 1$ et donc la contrainte budgétaire du gouvernement peut se re-écrire

$$q_1x_1 + q_2x_2 = R + x_1 + x_2$$

A partir du programme du consommateur, on peut en déduire des fonctions de demande en fonction des prix à la conommsation des différents biens. Faisons l'hypothèse drastique selon laquelle les demandes des deux biens sont indépendantes l'une de l'autre (ce qui implique en particulier l'absence d'effets de substitution). On considère la fonction de demande inverse i.e. $q_i \equiv q_i(x_i)$ et la contrainte budgétaire du consommateur donne $q_1(x_1)x_1 + q_2(x_2)x_2 = x_0$ l'offre de travail étant inélastique, le salaire étant égal à 1 et non taxé.

Choisir des taux de taxe optimaux de façon à maximiser l'utilité indirecte du consommateur revient (implicitement) à choisir les quantités consommées du fait de la relation univoque sur chaque marché entre le prix du bien TTC (et donc le taux de taxe puisque les prix à la production sont normalisés à 1) et la quantité consommée. L'objectif du gouvernement est donc

$$\underset{\{x_1,x_2\}}{Max}\, L = U(q_1(x_1) + q_2(x_2), x_1, x_2) + \lambda\,[q_1(x_1)x_1 + q_2(x_2)x_2 - R - x_1 - x_2]$$

La CPO par rapport au bien i est

$$U_i + U_0.\left[q_i(x_i) + x_iq_i'(x_i)\right] + \lambda\left[q_i(x_i) + x_iq_i'(x_i) - 1\right] = 0$$

On a $U_0 = -\alpha$ et $U_i = \alpha q_i$ pour $i = 1, 2$, et donc

$$\alpha q_i(x_i) - \alpha q_i(x_i) - \alpha x_i q_i'(x_i) + \lambda q_i(x_i) + \lambda x_i q_i'(x_i) - \lambda = 0$$

Or $q_i(x_i) = 1 + t_i$ et donc

$$-\alpha x_i q_i'(x_i) + \lambda t_i + \lambda x_i q_i'(x_i) = 0$$

On a donc

$$t_i = -\frac{(\lambda - \alpha) x_i q_i'(x_i)}{\lambda}$$

En divisant par $q_i(x_i) = 1 + t_i$, on a

$$\frac{t_i}{1 + t_i} = -\frac{(\lambda - \alpha)}{\lambda} \frac{x_i q_i'(x_i)}{q_i(x_i)}$$

Or l'élasticité prix de la demande (basée sur la demande inverse) est $1/\varepsilon^d = -\left[x_i q_i'(x_i)\right]/q_i(x_i)$, et donc

$$\frac{t_i}{1 + t_i} = \frac{(\lambda - \alpha)}{\lambda} \frac{1}{\varepsilon^d}$$

Notons que $\lambda > \alpha$, puisqu'en raison du fait que les taxes sont distortionnaires, l'utilité marginale du revenu α est plus faible est que le coût d'une unité supplémentaire de revenu pour le gouvernement donné par λ.

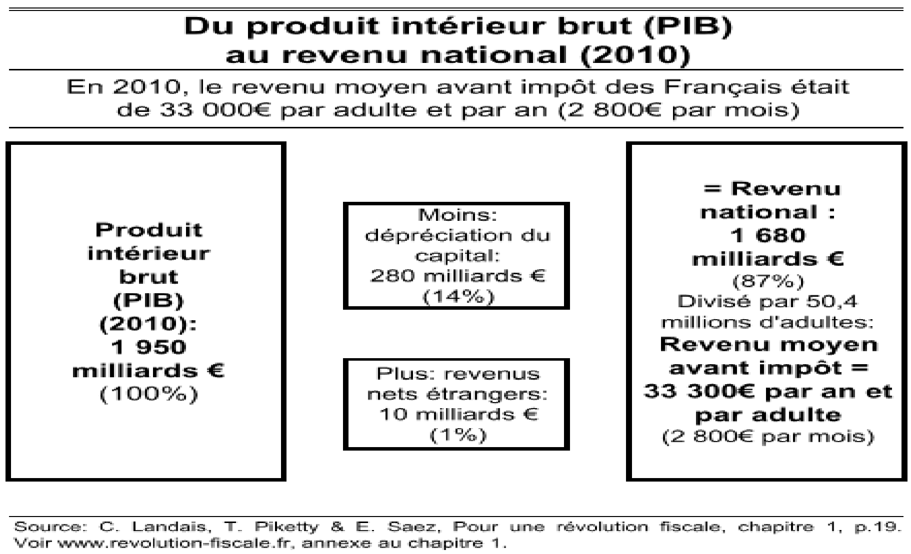
Cette règle stipule que la taxe optimale en proportion du prix à la consommation est inversement proportionnelle à l'élasticité de la demande. Autrement dit plus (moins) la demande est réactive à une hausse du prix à la consommation en raison d'une hausse du taux de taxe, moins (plus) le taux de taxe doit être faible. Cette interprétation ne vaut que dans la mesure où il n'y a pas d'effets substitution ou d'effets prix croisés. La règle d'élasticité inverse est donc une approximation (qui consiste à considérer que les effets prix croisés se compensent).

La règle d'élasticité inverse pose aussi des problèmes sur le plan éthique dans ce modèle à un agent représentatif. En effet, les biens dont l'élasticité de la demande est faible sont les biens de première nécessité qu'il faudrait donc taxer plus fortement que les biens de luxe dont l'élasticité de la demande peut être forte. Or plus le revenu d'un ménage est faible, plus la part consacrée aux biens de première nécessité est importante ce qui implique que les ménages à faibles revenus sont plus taxés que les ménages à hauts revenus.

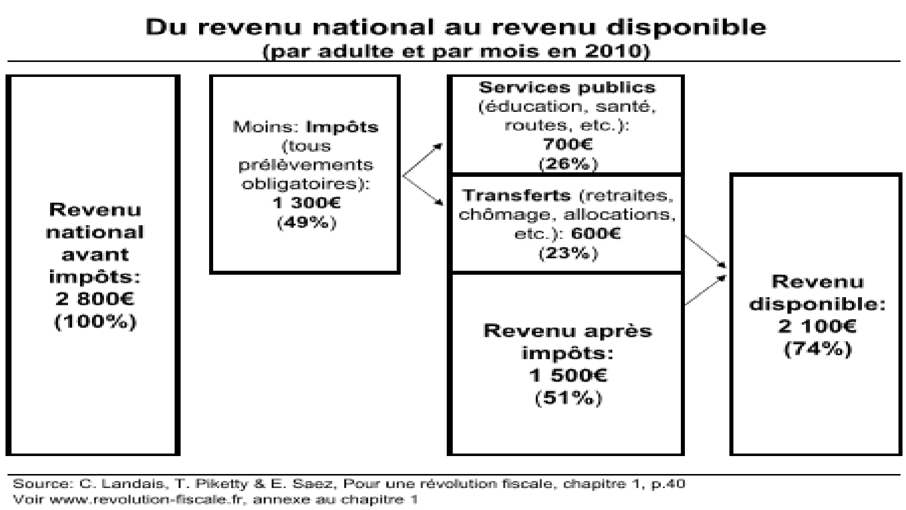
Il faudrait donc avoir un cadre d'analyse avec plusieurs agents ayant des niveaux de revenus différents et définir une fonction de bien-être social à partir des niveaux de bine-être individuels. On aurait alors un arbitrage entre le critère d'efficacité donné par la règle d'élasticité inverse – consistant à taxer fortement les biens dont la demande est peu élastique – et le critère d'équité consistant à taxer faiblement les biens qui surtout consommés par les agents à faibles revenus (et qui sont justement les biens dont la demande est faiblement élastique).

5.3 Taxation directe: Impôt sur le revenu

5.3.1 Bref descriptif chiffré du système fiscal français en 2010 (Landais, Piketty, Saez, 2011)



A partir du revenu national, on peut obtenir le revenu disponible par adulte (par mois)



Le taux de prélèvement obligatoire en France est de l'ordre de 50% du Revenu National

Les prélèvements obligatoires en France (2010)

	(en milliards d'euros)	(par adulte & par mois)	(en % du revenu national)
Revenu national	**1 680**	**2 800 €**	**100%**
Prélèvements obligatoires (total)	**817**	**1 350 €**	**49%**
Impôts sur le revenu	**146**	**240 €**	**9%**
dont: impôt sur le revenu (IRPP)	52	80 €	3%
dont: contribution sociale généralisée (CSG)	94	160 €	6%
Impôts sur le capital	**62**	**100 €**	**4%**
dont: impôt sur les bénéfices des sociétés (IS)	35	60 €	2%
dont: taxe foncière (TF), impôt sur la fortune (ISF) et droits de successions (DMTG)	27	40 €	2%
Impôts sur la consommation (TVA et autres impôts indirects)	**224**	**370 €**	**13%**
Cotisations sociales	**386**	**630 €**	**23%**
dont: cotisations maladie, famille, formation, etc.	164	270 €	10%
dont: cotisations retraite et chômage	221	370 €	13%

Source: C. Landais, T. Piketty & E. Saez, Pour une révolution fiscale, chapitre 1, p.43
Voir www.revolution-fiscale.fr, annexe au chapitre 1.

Comment se répartissent les revenus et le patrimoine en France toujours en 2010.

La répartition des revenus en France en 2010

Groupe	Nombre de personnes adultes	Revenu annuel par adulte	Revenu mensuel par adulte	Part dans le revenu total
Population totale	**50 millions**	**33 000 €**	**2 800 €**	**100%**
Classes populaires: Les 50% les plus pauvres	**25 millions**	18 000 €	1 500 €	**27%**
Classes moyennes: Les 40% du milieu	**20 millions**	35 000 €	3 000 €	**42%**
Classes aisées: Les 10% les plus riches	**5 millions**	103 000 €	8 600 €	**31%**
dont classes moyennes-aisées (9%)	*4,5 millions*	*73 000 €*	*6 100 €*	*20%*
dont classes très aisées (1%)	*0,5 millions*	*363 000 €*	*30 300 €*	*11%*

Lecture: en 2010, les classes populaires (les 50% les plus pauvres) ont un revenu moyen annuel avant impôts de 18 000 euros par adulte (1 500 euros par mois) et gagnent collectivement 27% du revenu total des ménages, etc.
Source: C. Landais, T. Piketty & E. Saez, Pour une révolution fiscale, chapitre 1, p.33.
Voir www.revolution-fiscale.fr, annexe au chapitre 1 (l'estimation de la répartition des revenus permanents est basée sur la répartition au sein de la population de 18 à 65 ans travaillant à au moins 80% du plein temps).

La répartition des patrimoines en France en 2010

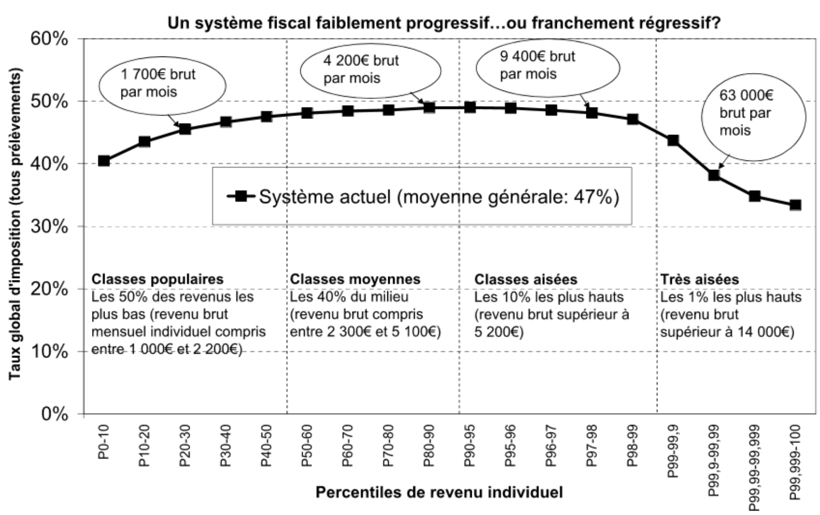
Groupe	Nombre de personnes adultes	Patrimoine moyen par adulte	Part dans le patrimoine total
Population totale	**50 millions**	**182 000 €**	**100%**
Classes populaires: Les 50% les plus pauvres	**25 millions**	14 000 €	**4%**
Classes moyennes: Les 40% du milieu	**20 millions**	154 000 €	**34%**
Classes aisées: Les 10% les plus riches	**5 millions**	1 128 000 €	**62%**
dont classes moyennes-aisées (9%)	*4,5 millions*	*768 000 €*	*38%*
dont classes très aisées (1%)	*0,5 millions*	*4 368 000 €*	*24%*

Lecture: en 2010, les classes populaires (les 50% les plus pauvres) ont un patrimoine moyen de 14 000 euros par adulte et détiennent collectivement 4% du patrimoine total des ménages.
Source: C. Landais, T. Piketty & E. Saez, Pour une révolution fiscale, chapitre 1, p.25.
Voir www.revolution-fiscale.fr, annexe au chapitre 1.

L'injustice du système fiscal français.

En considérant l'ensemble des prélèvements obligatoires, nous avons les résultats suivants:

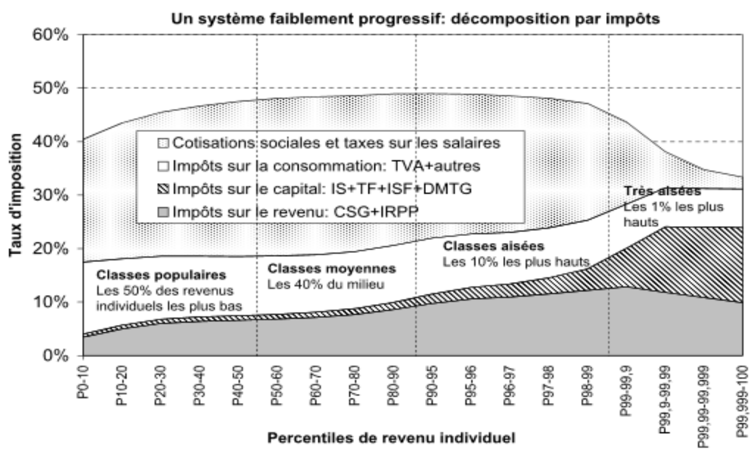
- Le système fiscal actuel est faiblement progressif jusqu'au niveau des « classes moyennes », puis devient franchement régressif au sein des 5% les plus riches (soit 2,5 millions de personnes sur 50,4 millions), et surtout à l'intérieur des 1% les plus riches (soit 0,5 million de personnes).



Lecture: le graphique montre le taux global d'imposition (incluant tous les prélèvements) par groupe de revenus au sein de la population 18-65 ans travaillant à au moins 80% du plein temps. P0-10 désigne les percentiles 0 à 10, càd les 10% des personnes avec les revenus les plus faibles, P10-20 les 10% suivants, ..., P99.999-100 désigne les .001% les plus riches. La moyenne générale d'imposition est de 47% en moyenne. Les taux d'imposition croissent légèrement avec le revenu jusqu'au 95e percentile puis baissent avec le revenu pour les 5% les plus riches.
Source: C. Landais, T. Piketty & E. Saez, Pour une révolution fiscale, chapitre 1, p.50
Voir www.revolution-fiscale.fr, annexe au chapitre 1 (où nous montrons aussi les chiffres pour la population adulte totale).

Plus précisément: les 50% des Français les plus modestes, gagnant entre 1 000€ et 2 200€ de revenu brut par mois, font face à des taux effectifs d'imposition s'étageant de 41% à 48%, avec une moyenne de 45%. Les 40% suivants dans la pyramide des revenus, gagnant entre 2 300€ et 5 100€ par mois, sont tous taxés à des taux de l'ordre de 48%-50%. Puis, à l'intérieur des 5% des revenus les plus élevés (gagnant plus de 6 900€), et surtout des 1% les plus riches (gagnant plus de 14 000€), les taux d'imposition se mettent très nettement à décliner, et ne dépassent guère les 35% pour les 0,1% des Français les plus aisés (50 000 personnes sur 50 millions).

Décomposition par impôts: comment s'explique cette régressivité?



Lecture: le graphique montre le taux global d'imposition (incluant tous les prélèvements comme dans le graphique précédant) et sa décomposition par groupe de revenus au sein de la population 18-65 ans travaillant à au moins 80% du plein temps. Groupes de revenus: P0-10 désigne les percentiles 0 à 10, càd les 10% des personnes avec les revenus les plus faibles, P10-20 les 10% suivants, ..., P99.999-100 désigne les .001% les plus riches.
Le graphique décompose les impôts en quatre grandes catégories : cotisations sociales (et autres taxes sur les salaires), les impôts sur la consommation (TVA et autres impôts indirects), les impôts sur le capital (impôt sur les bénéfices des sociétés (IS), taxe foncière (TF), impôt sur la fortune (ISF) et droits de successions (DMTG)), et les impôts sur le revenu (CSG et IRPP).
Source: C. Landais, T. Piketty & E. Saez, Pour une révolution fiscale, chapitre 1, p.51
Source: Voir www.revolution-fiscale.fr, annexe au chapitre 1 (où nous montrons aussi les chiffres pour la population adulte totale).

Nous décomposons les prélèvements obligatoires en quatre grandes catégories :

1/ Les cotisations sociales (et autres taxes sur les salaires), qui sont régressives : elles pèsent beaucoup plus lourdement sur les revenus bas et moyens que sur les hauts revenus. Cela s'explique par le fait que les cotisations sociales pèsent très peu sur les revenus du capital et sur les hauts salaires (plafonnement).

2/ Les impôts sur la consommation (TVA et autres impôts indirects), qui sont également régressifs. Cela provient du fait que les plus pauvres consomment la quasi-totalité de leur revenu, alors que les plus aisés peuvent en épargner une large part.

3/ Les impôts sur le capital (impôt sur les bénéfices des sociétés (IS), taxe foncière (TF), impôt sur la fortune (ISF) et droits de successions (DMTG)), qui sont progressifs. Cela s'explique par la très forte concentration des patrimoines: les plus pauvres ne possèdent presque rien, les plus aisés possèdent la quasi-totalité du capital immobilier et financier.

4/ Les impôts sur le revenu (CSG et IRPP), qui sont faiblement progressifs pour les revenus modestes et moyens, et franchement régressifs pour les hauts revenus.

L'injustice du système fiscal s'explique avant tout par l'échec de notre système d'impôts sur le revenu, qui en principe devrait compenser la régressivité des impôts sur la consommation et des cotisations sociales, et en réalité ne fait que renforcer la régressivité d'ensemble. En fait, l'une de ses particularités est de comporter deux impôts sur le revenu:

- L'impôt sur le revenu des personnes physiques (IRPP), qui est un impôt progressif, avec des taux allant de 5.5% à 41% suivant le revenu du foyer (et de 14% à 45% à partir de 2016, voir plus bas).

- La contribution sociale généralisée (CSG), qui est un impôt individuel et proportionnel taxant tous les revenus à un taux de 17.5%, et dont les recettes sont affectées aux dépenses sociales (maladie, famille, vieillesse).

Le résultat est qu'au lieu d'avoir un impôt progressif (qui augmente donc en % avec le revenu), le système fiscal est en réalité régressif et surtout à partir des très hauts revenus. La régressivité de notre système d'impôts sur le revenu (IRPP+CSG) s'explique par plusieurs facteurs:

– L'IRPP, mité par les niches fiscales et abaissé par tous les gouvernements successifs, ne rapporte plus aujourd'hui que la moitié de ce que rapporte la CSG

– La plupart des hauts revenus et des revenus du capital (intérêts, dividendes, plus-values, loyers) bénéficient d'exemptions particulières et de règles dérogatoires leur permettant d'échapper au barème de l'IRPP

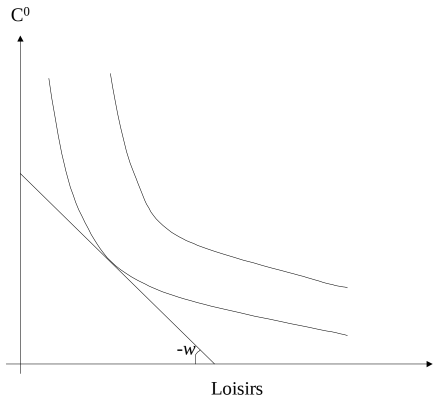
Intervalles des revenus net imposable 2017 (euros)	Taux d'imposition (%)
Jusqu'à 9 807 euros	0 %
De 9 807 à 27 086 euros	14 %
De 27 086 à 72 617 euros	30 %
De 72 617 à 153 783 euros	41 %
Au-dessus de 153 783 euros	45 %

5.3.2 Impôt optimal sur le revenu: présentation informelle

Le second théorème de l'économie du bien-être nous dit qu'il est possible d'atteindre n'importe quelle allocation efficace comme le résultat d'un équilibre concurrentiel à partir du moment où l'on peut faire des transferts forfaitaires (et sans coûts) entre les agents. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, les transferts forfaitaires sont associés à une redistribution des richesses initiales et ce remaniement des conditions initiales devrait amener une fois que le marché a fonctionné à une allocation finale des ressources efficace et plus égalitaire. Il faudrait donc théoriquement redistribuer les ressources initiales i.e. les richesses initiales des individus mais aussi redistribuer selon les aptitudes. Le problème est que les aptitudes (l'intelligence, la productivité, les capacités d'adaptation...) ne sont des caractéristiques observables par l'Etat.

Ce que celui-ci peut observer ce sont les revenus et donc en pratique la plupart des taxes et des transferts sont liés aux activités économiques. De surcroît, en pratique, les impôts sur les revenus du travail sont des impôts proportionnels et progressifs, qui peuvent donc avoir des effets désincitatifs sur l'offre de travail.

La théorie traditionnelle de l'offre de travail stipule un arbitrage entre consommation et loisir.



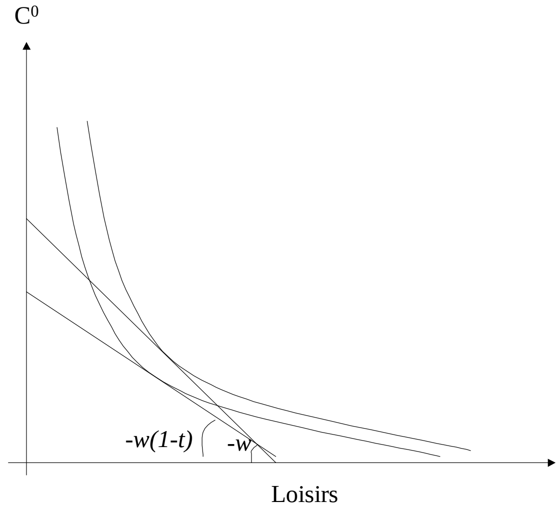
Les préférences de chaque agent en matière de consommation et de loisirs sont données par des courbes d'indifférence. Le long de chaque courbe d'indifférence, chaque agent renonce à consommer pour disposer de plus de temps libre, tout en maintenant inchangé son niveau d'utilité. Cet échange se fait cependant à un taux marginal de substitution décroissant.

Chaque agent doit donc maximiser son niveau d'utilité i.e. arbitrer entre consommation et loisir tout en satisfaisant sa contrainte budgétaire. Celle-ci est déterminée par la dotation en temps dont il dispose au cours d'une période donnée. Le prix d'une heure de loisir est le revenu que l'on aurait gagné si on l'avait consacré à travailler ou encore la consommation à laquelle on renonce en ne travaillant pas. Le prix du loisir ou son coût d'opportunité est donc le salaire réel. En notant $\bar{l}$ la dotation en temps de chaque consommateur, w le salaire réel et C la valeur de la consommation, la contrainte budgétaire peut s'écrire de la façon suivante : $\bar{l}w = lw + C$ où l est le temps consacré au travail. La contrainte budgétaire peut donc se réécrire de la façon suivante : $w(\bar{l} - l) = C$. On a donc une contrainte budgétaire qui est une droite et dont la pente en valeur absolue est donnée par le salaire réel. L'utilité est maximum au point de tangence entre la courbe d'indifférence et la contrainte budgétaire du consommateur.

Il s'agit alors de déterminer l'effet d'une hausse du salaire (ou d'une baisse du salaire à cause d'un impôt sur le revenu) sur l'offre de travail. Une hausse exogène de salaire modifie la contrainte budgétaire de chaque agent. On identifie alors deux effets : un effet revenu et un effet substitution. Lorsque le salaire augmente, le coût d'opportunité du loisir devient plus important et donc l'agent est incité à travailler plus et prendre moins de loisir; autrement dit chaque agent substitue du travail et de la consommation au loisir. Cependant, si le salaire augmente cela signifie que pour une même durée de travail chaque agent est plus riche et peut donc consommer plus et prendre plus de loisir. Autrement dit, on peut maintenir son niveau de consommation tout en travaillant moins et en ayant plus de loisir: c'est l'effet revenu (consommation). Ces deux effets sont de sens opposés et donc théoriquement on ne peut conclure si une hausse du salaire réel entraîne une hausse ou une baisse de l'offre de travail.

Nous devons donc avoir recours à des études empiriques sur la sensibilité (ou l'élasticité) de l'offre de travail à des modifications du salaire réel. En fait tout dépend de l'horizon temporel. Dans le court terme l'offre de travail semble relativement inélastique (les effets substitution et revenu se compensent). Dans le long terme (sur un siècle), l'effet revenu domine clairement. On a un niveau de vie aujourd'hui plus élevé tout en travaillant moins par rapport au début du siècle. Cependant dans le moyen terme, il semble que l'effet substitution domine ; autrement dit l'offre de travail augmente avec le salaire réel. Par ailleurs, il est nécessaire de faire une distinction entre l'offre de travail individuelle et agrégée. L'offre de travail agrégée est également croissante avec le salaire réel mais de façon beaucoup plus sensible i.e. elle est plus élastique. La raison est qu'au niveau agrégé on est en sous-emploi des capacités de production et en particulier de la force de travail. Une augmentation du salaire réel va inciter de nouveaux agents économiques (en particulier les femmes) à entrer sur le marché du travail.

Pour analyser les conséquences sur l'offre de travail de l'institution d'un impôt proportionnel, il suffit de considérer l'effet de cette mesure sur la contrainte de budget. En notant t le taux de cet impôt, nous pouvons écrire la contrainte budgétaire de la façon suivante: $(1-t)w(\bar{l}-l) = C$. Quel va être l'effet d'un impôt proportionnel sur l'offre de travail ? Encore une fois la réponse dépend de l'importance relative de l'effet substitution et de l'effet revenu. D'une part, en raison du taux de taxe sur le revenu le coût d'opportunité du loisir est plus faible (i.e. $w(1-t)$ au lieu de w) et donc chaque individu devrait consommer plus de loisir et travailler moins. Mais d'autre part, une taxe réduit le revenu disponible de chaque unité de travail et si l'on veut maintenir son niveau de consommation il faut travailler plus. L'importance relative de ces deux effets dépend des préférences de chaque individu.



Nous avons représenté un cas où l'effet revenu domine l'effet substitution. Remarquons également ici que l'impôt a modifié la pente de la contrainte budgétaire et que le niveau d'utilité atteint est plus faible qu'auparavant. Cependant, les impôts vont servir soit à redistribuer le revenu soit à financer la production de biens publics qui peuvent procurer une utilité additionnelle à chaque individu. Si par exemple, les recettes de l'impôt sont redistribuées sous formes de transferts aux individus, alors cela déplace la nouvelle contrainte budgétaire vers le haut. Ceci nous permet de comparer un impôt proportionnel à la mise en place d'un impôt forfaitaire. Un impôt forfaitaire sur le revenu ne va pas modifier la pente de la droite budgétaire mais simplement déplacer la nouvelle contrainte parallèlement à la contrainte budgétaire initiale. Dans ce cas, il n'y a aucun effet substitution puisque le prix relatif du loisir ou de la consommation reste le même. Le seul effet qui joue est l'effet revenu. Comme le loisir est un bien normal, si son prix augmente on en consomme moins et donc l'effet d'un impôt proportionnel sur le revenu est une hausse de l'offre de travail. On peut également montrer qu'un impôt forfaitaire correspondant à un impôt proportionnel pour obtenir le même montant de recettes fiscales est préférable en termes de bien-être. La raison est simplement qu'un impôt forfaitaire diminue les ressources de chaque agent mais ne modifie pas les prix relatifs sur le marché du travail ce qui laisse inchangées les conditions d'optimalité. De plus comme un impôt proportionnel par l'effet substitution qu'il engendre à un effet désincitatif sur l'offre de travail, la base fiscale est moins importante que dans le cas d'un impôt forfaitaire ce qui conduit à augmenter le taux de taxe.

Plusieurs études empiriques ont été menées pour déterminer dans le cas d'un impôt proportionnel sur le revenu si l'effet substitution l'emporte sur l'effet revenu ou l'inverse. Cela dépend essentiellement des préférences des individus et de leurs situations sociales (mariés ou célibataires, homme ou femme, l'âge...). Malgré la diversité des résultats empiriques (selon les périodes plus ou moins longue et la taille des échantillons), plusieurs résultats semblent robustes:

- Pour les hommes âgés entre approximativement 20 ans et 60 ans, l'effet d'un changement dans le salaire net sur le nombre d'heures travaillées est faible en valeur absolue et souvent non significatif. La plupart des élasticités estimées varient entre –0.2 et 0.

- Les estimations de l'offre de travail des femmes en fonction du salaire net varient considérablement, cependant il apparaît que cette offre est très sensible au revenu net en ce qui concerne les femmes mariées (et donc l'unité de décision pertinente de l'offre de travail et non l'individu mais le ménage). Les élasticités de l'offre de travail des femmes mariées par rapport au salaire net varient entre 0.2 et 1 selon les estimations.

Remarque : l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire net est définie comme n'importe quelle élasticité i.e. $\varepsilon = \left(\frac{dL}{L}\right) / \left(\frac{dw_n}{w_n}\right)$.

Dans ce dernier cas on a clairement un effet substitution dans le sens ou lorsque le salaire net augmente l'offre de travail des femmes augmente. Ainsi la base fiscale n'est pas exogène au taux de taxe mais dépend de celui-ci d'où la question du taux d'impôt optimal permettant de maximiser les recettes.

La relation entre base fiscale et taux de taxe est donnée par la courbe en cloche de la courbe de Laffer. Cette courbe de Laffer (du nom de l'économiste, 1974) est la représentation graphique de l'adage «trop d'impôts tue l'impôt» et qui a été le cheval de bataille de Reagan pour la campagne présidentielle en 1980. Lorsque l'on augmente l'impôt il faut donc prendre en compte le fait que la base fiscale se rétrécisse en raison des distorsions et de l'effet désincitatif que cela engendre. Il y a un effet taxe qui joue dans le sens de l'augmentation des recettes et un effet distorsion qui joue dans le sens de la diminution des recettes. Si ce dernier effet domine l'effet taxe alors une augmentation du taux d'imposition peut conduire à une baisse des recettes fiscales. Il existe donc un taux d'imposition optimal qui maximise le montant des recettes fiscales et cet impôt est donné par la solution de $\underset{t}{Max} = R = tL(w_n)$ où $w_n = w(1-t)$. Nous avons

$$\frac{\partial R}{\partial t} = L(w_n) + t\frac{\partial L(w_n)}{\partial w_n}\frac{\partial w_n}{\partial t} = 0$$

Comme $\partial w_n/\partial t = -w$, on a

$$t\frac{\partial L(w_n)}{\partial w_n} = \frac{L(w_n)}{w}$$

ou

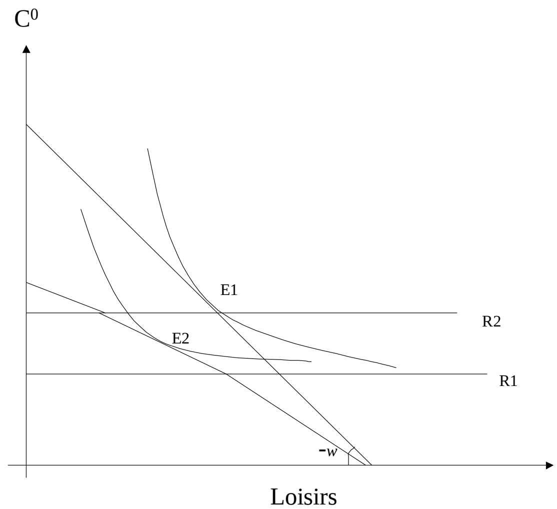
$$t = \frac{L(w_n)}{w}\left(\frac{\partial L(w_n)}{\partial w_n}\right)^{-1}$$

En dividant par $1-t$ des deux cotés (et en sachant que $w_n = w(1-t)$) on a Comme $dw_n = -wdt$, en subsituant dans le deuxième terme à gauche on a

$$\frac{t}{1-t} = \frac{L(w_n)}{w_n}\left(\frac{\partial L(w_n)}{\partial w_n}\right)^{-1} = \frac{1}{\varepsilon}$$

L'allure de la courbe de Laffer dépend donc étroitement de l'élasticité de l'offre de travail par rapport au salaire net. Plus l'élasticité est forte (l'élasticité mesurant la sensibilité de l'offre de travail à une variation du salaire net) et plus le taux de taxe correspondant au sommet de la courbe de Laffer sera faible.

la réalité des impôts et des prélèvements est beaucoup plus complexe et l'analyse que nous avons présentée ici correspond à une situation dans laquelle le taux d'imposition est linéaire or c'est un cas d'école dans la mesure où tous les systèmes d'imposition dans pratiquement tous les pays du monde reposent sur des taux d'imposition non-linéraires et linéaires par morceaux comme le cas de l'impôt progressif sur le revenu i.e. i.e. le taux d'imposition augmente avec le niveau de revenu. Pour simplifier l'analyse, considérons que le taux d'imposition est établit en distinguant trois tranches de revenus disons $[0, R1[$, $[R1, R2[$ et $R > R2$. Nous associons à ces tranches de revenus respectivement les taux t_1, t_2 et t_3. Graphiquement :



La contrainte de budget est une ligne brisée et convexe qui comprends trois segments dont les pentes en valeur absolue sont d'autant plus faible que le taux d'imposition est élevé. L'équilibre avant impôt correspond au point E1. Compte tenu de sa contrainte budgétaire après impôt l'individu maximise son utilité au point E2 où la pente en valeur absolue de la droite budgétaire est $w(1 - t_2)$. Nous avons représenté le cas où l'offre de travail diminue mais ceci n'est pas un résultat théorique général car comme dans le cas d'un impôt proportionnel nous pouvons avoir une baisse ou une hausse de l'offre de travail selon l'importance relative de l'effet revenu et de l'effet substitution. La différence ici est que l'effet substitution n'est pas déterminé par le taux absolu du niveau d'imposition mais par le taux marginal d'imposition autrement dit le taux qui s'applique à la dernière tranche du barème dans laquelle le revenu d'un individu se trouve située. L'effet substitution est d'autant plus fort que la nouvelle droite de budget diffère de la droite de budget initiale avant impôts, donc en terme d'accroissement de l'offre de travail il faudrait avoir un faible nombre de tranche de revenus et diminuer les taux dans la tranche la plus élevée car cet endroit que l'effet distorsion et désincitatif est plus important. Tout le problème est de savoir si le chômage est un problème de l'offre ou de la demande.

Remarque :

- le revenu de chaque individu est décomposé en tranche i.e. il ne s'agit pas d'un impôt différentié selon les personnes et les revenus mais d'un véritable impôt progressif avec un taux différentié par tranches de revenus. (La «peur» de sauter d'une tranche à l'autre est absurde car une augmentation du revenu brute conduit toujours à une augmentation du revenu net puisque les taux marginaux ne sont jamais supérieurs à 100%).
- Encore une fois, les résultats empiriques sont très divergents pour connaître l'impact d'un taux de taxe progressif sur le revenu sur l'offre de travail.
- Avec un impôt progressif le taux moyen et le taux marginal ne sont pas identiques ni constants

Toutefois, si on veut prendre effectivement en considération l'ensemble des incitants à rester sur (ou à quitter) le marché du travail, il est important d'ajouter les éléments de transferts qui sont observés dans les classes de revenus faibles (Cotisations sociales, CSG/RDS, allocations familiales, RSA, allocations de logement...).

Plusieurs études montrent que la courbe des taux marginaux français a le profil habituel de courbe en U. Ils sont très élevés au niveau de la transition du non-emploi vers les emplois à bas salaires (70-90% pour les premiers centiles), du fait de la perte très rapide des transferts sociaux ; ils sont ensuite plus faibles dans les tranches de revenus intermédiaires et élevés (40-50%) ; ils sont enfin plus importants pour les revenus très élevés. Dans tous les cas, les personnes subissant les taux marginaux les plus élevés sont les bas salaires. Dans certains cas très particuliers les taux d'imposition marginaux (implicites) peuvent être supérieurs à 100% notamment au niveau de la transition vers l'emploi des personnes peu qualifiées (et en particulier pour les femmes avec enfants). Tavailler implique la perte d'un ensemble de prestations sociales ce qui n'incite pas le retour au travail pour les personnes très peu qualifiées: trappe de pauvreté.

En fait cette courbe en U des taux marginaux peut être justifiée d'un point de vue théorique et en particulier du point de vue de la maximisation des recettes fiscales. Notons w_i le revenu brut de l'individu i et supposons que la variable w_i est distribuée selon une densité de probabilité $f(w_i)$ et une distribution $F(w_i)$. $f(w_i)$ mesure la part de la population ayant un salaire w_i et $F(w_i)$ la proportion d'individu ayant un salaire inférieur ou égal à w_i.

On peut montrer dans ce cas que le taux de taxation qui maximise les recettes vérifie, en chaque niveau de revenu, la condition suivante :

$$\frac{t'(w_i)}{1-t'(w_i)} = \left(1 + \frac{1}{\varepsilon\left(w_i\right)}\right) \frac{1-F(w_i)}{w_i f(w_i)}$$

Cette formule est très intuitive. Elle fait apparaître une règle d'élasticité inverse pour chaque niveau de revenu (ou de qualification). Il s'agit du premier terme de cette expression, lequle implique un taux marginal différentié par niveau de revenu si l'élasticité par rapport au revenu n'est pas constante. Le second terme $(1-F)/f$ mesure le poids relatif des agents dont le revenu est supérieur à w_i par rapport aux agents dont le revenu est exactement égal à w_i. Le taux marginal dépend positivement de ce facteur. L'idée est simple : un taux marginal élevé est désincitatif au niveau où il est imposé mais ne l'est pas pour les niveaux de revenus plus élevés qui sont néanmoins soumis à l'impôt. Il faut donc imposer des taux élevés dans les zones où la densité est faible relativement aux masses de revenus supérieures.

On peut ainsi justifier un profil de courbe en U. Toutes autres choses restant égales (et en particulier en considérant les élasticités revenus constantes) par ailleurs, les taux marginaux doivent être élevés tout en bas de la distribution des revenus (quand la masse des agents plus fortunés est grande), puis qu'ils doivent baisser à mesure que la densité augmente et que la masse d'agents plus fortunés diminue, et enfin qu'ils doivent à nouveau augmenter quand la densité des agents se remet à baisser (même si à mesure que le revenu augmente il y a de moins en moins d'individus ayant un revenu encore plus élevé).

Cette courbe en U peut être donc justifiée en particulier du point de vue de la maximisation des recettes fiscales mais nous avons vu qu'en France l'impôt sur le revenu est la fois peu productif est très concentré. L'existence de trappes de pauvreté est pour le moins désastreux du seul point de vue de l'efficacité car cela maintient un niveau de transferts importants et d'inactivité (et donc de non-création de richesses). Dans le même temps toute société devrait pouvoir garantir un niveau de vie décent à chaque individu par le bais de transferts mais ces transferts sont implicitement des taux d'imposition marginaux parfois très importants qui peuvent finalement désinciter fortement les (potentiellement) bas revenus à retourner sur le marché du travail. En terme d'équité il semble cependant qu'il ne faut pas surestimer les effets désincitatifs de l'impôt pour les hauts revenus et sous-estimer ceux pour les bas revenus de sorte que l'on peut taxer encore plus les hauts (ou très hauts) revenus tout en essayant avec ces revenus supplémentaires de maintenir un certain nombre de prestations pour les personnes qui deviennent active mais avec un faible salaire.

5.3.3 Taxation optimale: Le model de Mirlees (1971)

Mirrlees (Prix Nobel d'Economie en 1996) a dérivé la formule de taxation optimale sur le revenu dans un contexte où les individus sont hétérogènes en termes de qualification (productivité). Le gouvernement ne peux pas observer cette productivité ni le nombre d'heures travaillées mais seulement le niveau revenu. Le système fiscal doit donc satisfaire la contrainte incitative telle que le nombre d'heures travaillées par chaque individu sont optimaux du point de vue du système de taxation d'impôt sur le revenu. Par ailleurs le gouvernement maximise une fonction de bien-être social qui dépend des niveaux de bien-être des différents individus, $G(u_1(w_1), .., u_i(w_i), .., u_n(w_n))$ avec dérivée premières partielles positives et dérivées secondes négatives. Lorsqu'un individu voit son utilité augmenter, alors le bien-être social augmente – dérivée première positive – mais il augmente d'autant moins que le niveau d'utilité est déjà important – dérivée seconde négative – pour des questions de justice sociale.

Dans le cas de fonction d'utilité quasi-linéaires (sans effets revenus), la formule de la taxe optimale est :

$$\begin{aligned} \frac{t'(w_i)}{1-t'(w_i)} &= \left(1+\frac{1}{\varepsilon(w_i)}\right)\frac{1-F(w_i)}{w_i f(w_i)}\left[1-\frac{\phi(w_i)}{\lambda}\right] \\ \text{où } \phi(w_i) &= \frac{1}{1-F(w_i)}\int_{w_i}^{w_n} G'(u(w))f(w)dw \end{aligned}$$

Le troisième terme dépend des poids – représentés par les G' – dans la fonction de bien-être social attribués aux individus ayant un revenu supérieur à w_i (puisque l'on intègre à partir de w_i) et de λ qui est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire du gouvernement. $\phi(w_i)$ représente la moyenne des "poids" attribués aux individus ayant un revenu supérieur à w_i. Plus w_i est important, plus cette moyenne et donc $\phi(w_i)$ est faible. Par conséquent, le troisième terme est toujours croissant avec w_i.

Si on suppose une élasticité constante avec le niveau de revenu et que la distribution des revenus suit une loi de Pareto à partir du revenu modal, alors la variation du taux de taxe optimal ne dépend que de ce troisième terme qui est croissant au dessus du revenu modal. En-dessous du revenu modal, le second terme est décroissant en w_i mais le troisième terme est croissant en w_i. Il faut donc avoir recours à des études empiriques et des simulations pour déterminer plus précisément "l'allure" de la courbe des taux d'imposition marginaux sur le revenu.

Voir la revue de la littérature théorique et empiriques sur le taux taux d'impôt optimal sur le revenu par les deux plus grand spécialistes au monde: Thomas Piketty and Emmanuel Saez, "*Optimal Labor Income Taxation*" NBER Working Paper No. 18521, revised December 2012, published in Handbook of Public Economics, Volume 5, 2013, 391-474