TRANSFERTS THERMIQUES

Sylvie CALAS-ETIENNE sylvie.etienne@umontpellier.fr

Qu'est-ce-que la thermique ?

C'est la description et la compréhension des flux de chaleur et des champs de température

Domaines d'applications de la thermique ?

♦ phénomènes élémentaires : changements de phase, échauffement d'un matériau, refroidissement…

♦ ensemble industriel : échangeurs, modélisation d'un four, bilan énergétique d'une usine…

Résultats des études et calculs thermiques variés ⇒

♦ calculs des ordres de grandeurs

♦ évaluation des performances

♦ établissement d'un guide-opérateurs

♦ optimisation d'un réglage, d'un matériau…

⇒ **Maîtrise des procédés**

<u>La chaleur</u> : c'est l'énergie cinétique des constituants de la matière

Un corps reçoit cette énergie ⇒ sa température augmente

Un corps cède cette énergie ⇒ sa température diminue

Cas particulier : chaleur utilisée pour un changement de phase (fusion, évaporation…)

<u>Unités</u>

Le Joule (J) : : 1 J = 1 N.m = 1 $Kg.m^2.s^{-2}$ - Unité SI

La calorie (cal) : 1 cal = 4,185 J

La Kilocalorie (kcal) : 1 kcal = 10^3 cal

La thermie (Th) : 1 th = 10^3 kcal

Le kilowattheure (kWh) : 1 kWh = 0,86 th = 3,6. 10^6 J

La British Thermal Unit (BTU) : 1 BTU = 0,25 kcal = 1050 J

<u>La température</u> : Manifestation *mesurable* de la chaleur stockée

Lien de causalité entre la chaleur et la température

CAUSE
Variation de la chaleur stockée

→

EFFET
Variation de la température

<u>Unités</u>

Le degré Celsius (°C)

Le degré Kelvin (K)

Le degré Fahrenheit (°F)

<u>Correspondance</u>

$$T\,(K) = T\,(°C) + 273{,}15$$

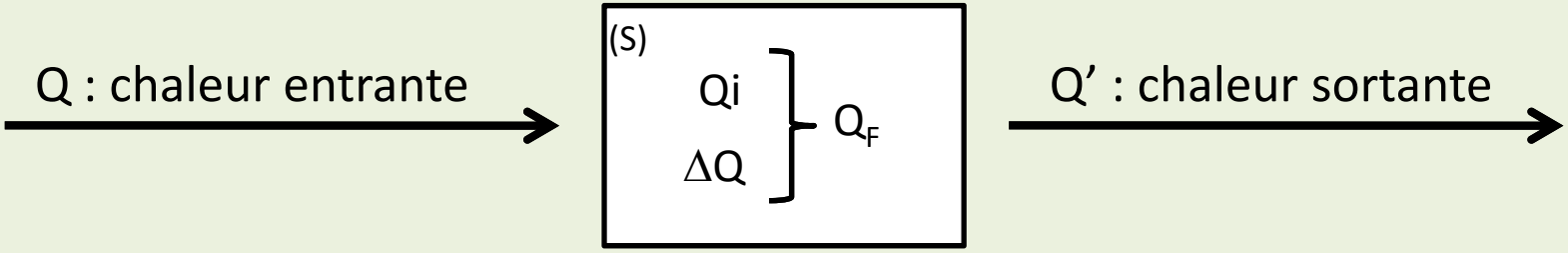
$$T(°F) = \frac{9}{5}T(°C) + 32$$

Les échelles de température sont arbitraires et basées sur des points fixes :
pour l'échelle Celsius : 0°C est la $T_{\text{glace fondante}}$ et 100°C est la $T_{\text{eau à l'ébullition}}$
Pour l'échelle Kelvin : le point fixe est le point triple de l'eau à 273,15K

1er principe de la thermodynamique

Une fois que l'énergie a été transformée en chaleur (par combustion, effet Joule, frottements…), elle se conserve lors des différents transferts.

Système S : exemple : un corps solide



Le système (S) a stocké $\Delta \mathbf{Q = Q - Q'}$

Si le système possédait Q_i avant, il contiendra $Q_F = Q_i + \Delta Q$ après

Si $\Delta Q > 0$: le (s) absorbe de la chaleur
Si $\Delta Q < 0$: le (s) cède de la chaleur

La chaleur stockée se traduit par un niveau moyen de température

$Q_i \Rightarrow T_i$ et $Q_F \Rightarrow T_F$

T = OK correspond à une énergie nulle (peu pratique)

La variation de température est liée à la variation de chaleur stockée. La relation s'écrit :

$$\underbrace{\Delta Q}_{(J)} = \underbrace{m}_{(Kg)}\ \underbrace{C_p}_{\text{Chaleur spécifique ou massique à P cte (J/Kg.K)}}\ (T_F - T_i) = m\ C_p\ \underbrace{\Delta T}_{(K)}$$

Dans le cas général, on écrit : dQ = m Cp dT

Plus généralement, on introduit une grandeur usuelle en thermique : **<u>l'enthalpie H</u>** : quantité de chaleur stockée dans l'unité de masse d'un corps porté de la température de référence T_0 à T. On raisonne donc en ΔH.

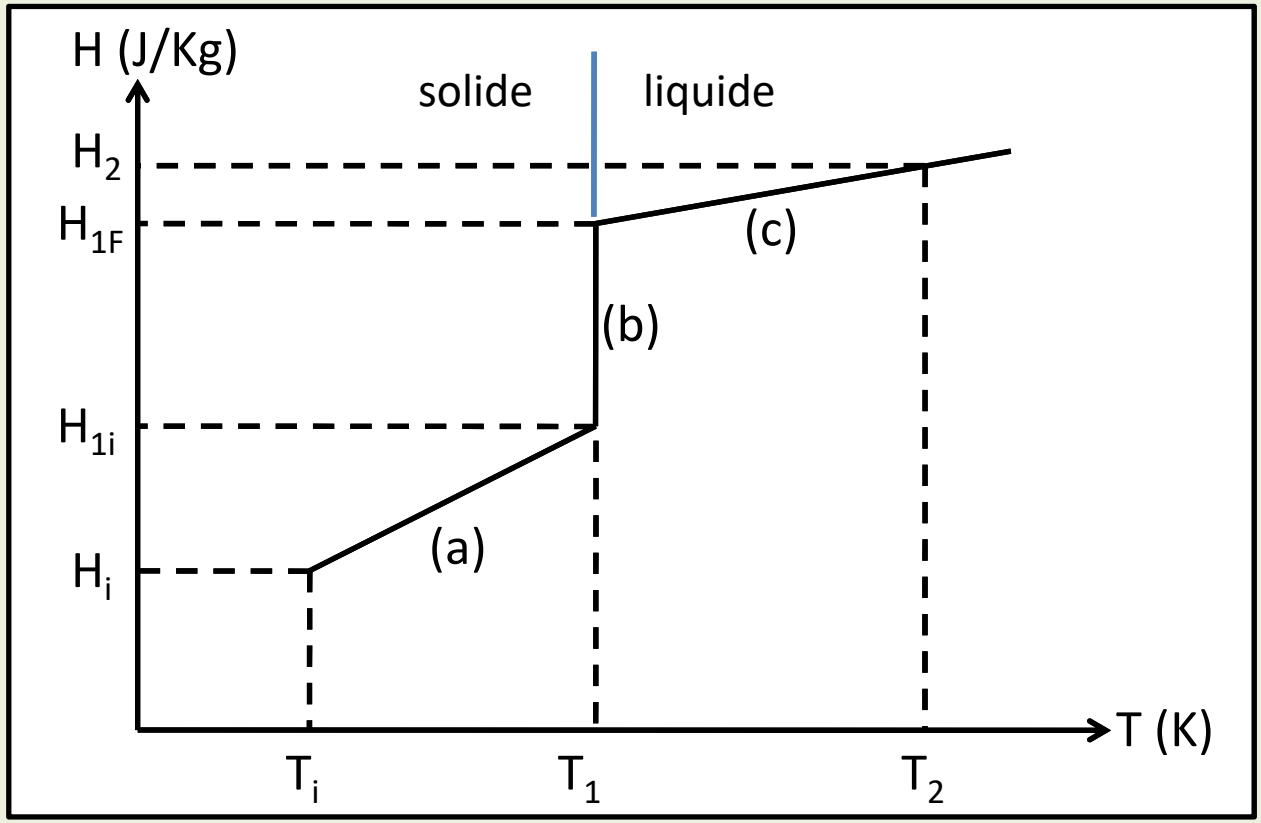
$$\underbrace{\Delta H}_{(J/Kg)} = \frac{\Delta Q}{m} = C_P\,\Delta T$$

Si changement de phase : la chaleur mise en jeu ΔQ est proportionnelle à la chaleur latente de transformation L :

$$\Delta Q = m\,L \quad \text{et} \quad \Delta H = L$$

Si $\Delta Q = 0 \Rightarrow$ pas de chaleur stockée $\Rightarrow$ *régime permanent*

Exemple : on apporte progressivement de la chaleur à un corps pur : T augmente (a), se stabilise pendant la fusion (b) puis augmente à nouveau (c).



On raisonne en enthalpie

(a) : $\Delta H_a = H_{1i} - H_i = Cp_a\, \Delta T_a = Cp_a\, (T_1 - T_i)$

(b) : $\Delta H_b = L$

(c) : $\Delta H_c = H_2 - H_{1F} = Cp_c\, \Delta T_c = Cp_c\, (T_2 - T_1)$

$$\Delta H = Cp_a\, (T_1 - T_i) + L + Cp_c\, (T_2 - T_1)$$

Le transfert de chaleur s'appelle le flux Φ. Le flux est un débit de chaleur :

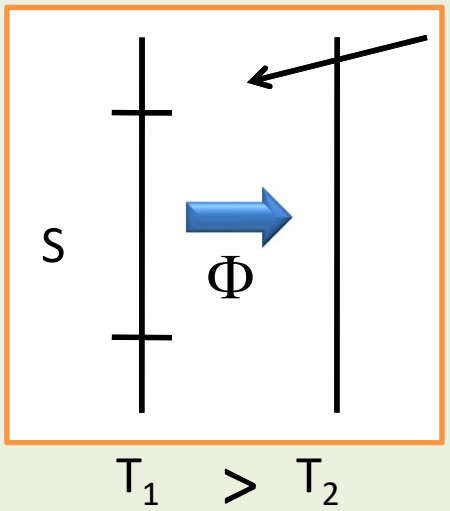
$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

(W) (J) (s)

Remarque : le flux de chaleur a les mêmes dimensions qu'une puissance (électrique, par exemple) : c'est une puissance thermique

2nd principe de la thermodynamique : **Si 2 points dans l'espace sont à des températures différentes, il y aura systématiquement transfert de chaleur du point le plus chaud vers le point le plus froid.**

1. 4. 1 – Transfert de chaleur = Cas classique



Solide
Liquide
gaz

Le flux engendré est proportionnel à ($T_1 - T_2$) et à la section de passage S

$$\phi = h\,S\left(T_1 - T_2\right)$$

Surface d'échange = section de passage du flux

h = Coefficient d'échange de chaleur ($W.m^{-2}.K^{-1}$)

Remarques :

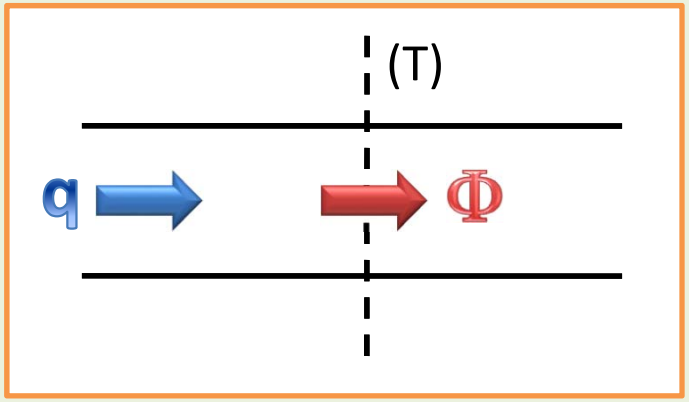
1) *relation valable uniquement au 1er ordre car le plus souvent h est fonction de la température*
2) *Par convention, le sens positif du flux est celui qui va de T_1 vers T_2 quand $T_1 > T_2$*
3) *Le thermicien utilise une unité commode :*

la densité de flux φ, en W/m², *définie par :*

$$\varphi = \frac{\Phi}{S}$$

1. 4. 2 – Transfert de chaleur par un fluide

On parle de transport de chaleur lors du déplacement d'un fluide

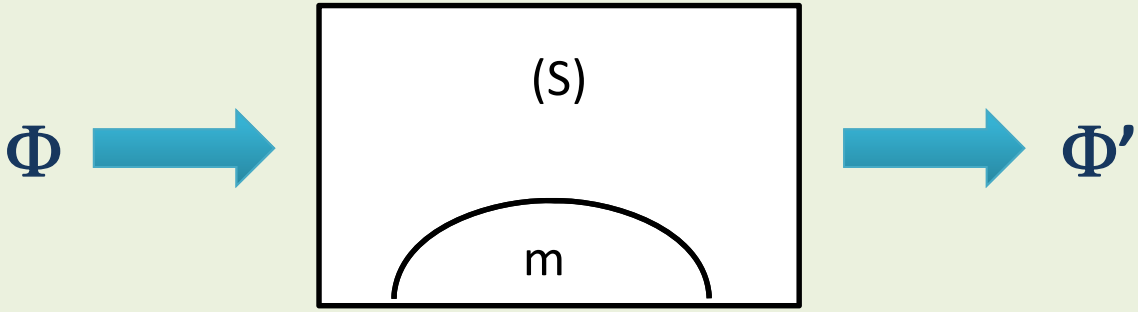


Le débit massique q (Kg/s) d'un fluide à la température T correspond à un débit de chaleur et donc à un flux égal à :

$$\Phi = q\, C_p\, T$$

Etudions l'évolution thermique lorsqu'un débit de chaleur (flux) s'accumule dans un système (S). On distinguera un système contenant une masse et celui traversé par un fluide.

1. 5. 1 – Flux accumulé dans une masse présente dans un système (S)



Le débit de chaleur ou flux, stocké dans la masse m, s'écrit :

$$\Delta\Phi = \Phi - \Phi'$$

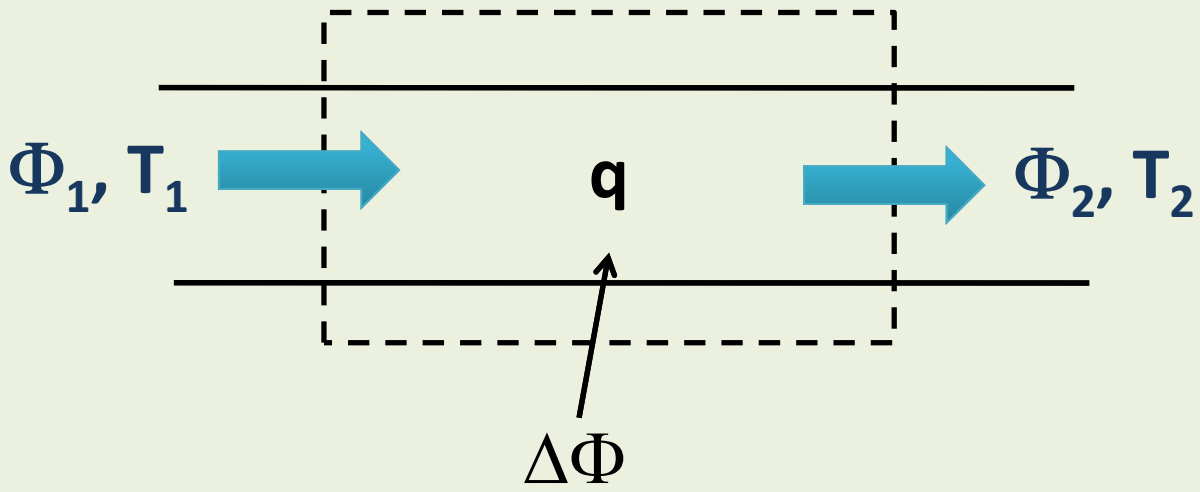
Il entraîne une élévation de température de celle-ci. Le bilan thermique s 'écrit :

$$\Delta\phi = \frac{dQ}{dt} = m\,C_p\,\frac{dT}{dt}$$

Cette relation décrit un *<u>régime transitoire</u>*

Si $\Delta\Phi = 0$, le système est en *<u>régime permanent</u>*.

1. 5. 2 – Flux accumulé dans un débit massique traversant le système (S)



$$\left.\begin{aligned}\Phi_1 &= q\,C_p\,T_1\\ \Phi_2 &= q\,C_p\,T_2\end{aligned}\right\}\quad \Delta\Phi = q\,C_p\,(T_2 - T_1) = q\,C_p\,\Delta T$$

Le flux $\Delta\Phi$ pénétrant dans (S) est simultanément évacué par le débit q : la relation précédente décrit donc une ***<u>régime permanent</u>***

➡ Voir cours sur les *échangeurs thermiques*

<u>Remarque</u> : on ne parlera pas de régime transitoire ici

1. 6. 1 – La CONDUCTION

solides, fluides

Transfert de chaleur **avec** support matériel **sans** transfert de matière

⇒ transfert d'énergie du point le plus chaud vers le plus froid

1. 6. 2 – La CONVECTION

fluides

Transfert de chaleur **avec** support matériel **et** transfert de matière

⇒ substitution réciproque de molécules froides et chaudes

Convection naturelle : poussée d'Archimède
Convection forcée : action extérieure

1. 6. 3 – Le RAYONNEMENT

Matériaux transparents

Transfert de chaleur **sans** support matériel et **sans** transfert de matière

⇒ perte d'énergie cinétique par émission d'un rayonnement électromagnétique et réciproquement

⇒ ✋ seul mode de transfert dans le vide

CONDUCTION

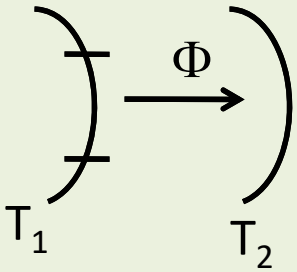
Raisonnement à 1 dimension puis généralisation

La conduction est une transmission de la chaleur dans la matière par vibration moléculaire.

- Concerne surtout les solides

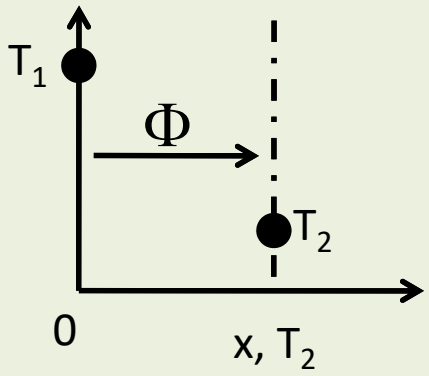
- Dans les liquides et les gaz, elle est souvent négligeable par rapport à la convection ou au rayonnement.

Comme vu précédemment, le flux de chaleur s'écoule du point à la température T_1 (isotherme T_1) au point à la température T_2 (isotherme T_2) si $T_1 > T_2$



Le flux est en général perpendiculaire au réseau des isothermes, sauf dans les matériaux anisotropes

La loi de Fourier exprime le lien entre le flux de chaleur et le gradient de température



$$\phi_x = -\lambda S \frac{dT}{dx}$$

Avec la densité de flux

$$(\varphi_x = -\lambda \frac{dT}{dx})$$

λ s'appelle la ***conductivité thermique*** ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
C'est une propriété physique des matériaux.

Explication du signe - :

il est lié au fait que le flux de chaleur Φ est positif dans le sens d'écoulement de la chaleur (du point chaud T_1 vers le point froid T_2)

Remarques sur les valeurs des tableaux

Conductivité des solides

Les isolants sont souvent des composés poreux donc présence d'air dans la structure solide

Conductivité = résultante mettant en jeu la conduction dans les gaz, la conduction dans le solide, la convection dans les pores, le rayonnement entre les éléments.

Conductivité des liquides

De nombreuses relations semi théoriques existent. On peut noter :

la conductivité des liquides croît légèrement avec la pression

la conductivité des liquides n'obéit pas à la loi des mélanges

Conductivité des gaz

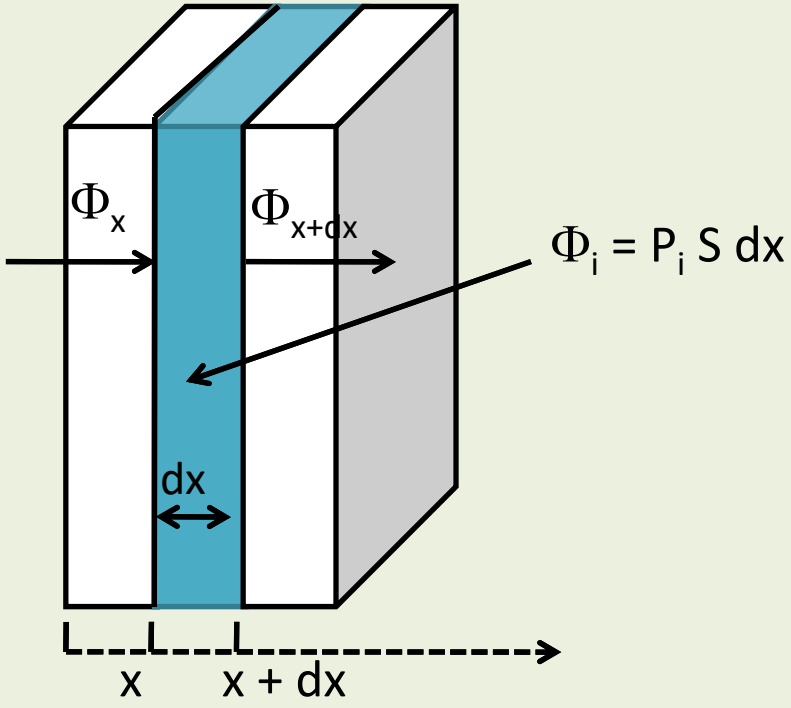
Importance de la convection très grande dans les gaz donc difficulté de détermination expérimentale.

la conductivité des gaz varie comme la viscosité

la conductivité des gaz est quasi indépendante de la pression

La conductivité varie avec la température

Cas d'une tranche d'épaisseur dx d'un mur de surface S



Φ_x : flux entrant dans l'élément

Φ_{x+dx} : flux sortant de l'élément

Φ_i : flux absorbé ou dégagé par l'élément (fusion, effet Joule…)

P_i est une puissance volumique interne (W/m³)

Le bilan thermique est donc :

$$\phi_x - \phi_{x+dx} + \phi_i = m\,C_p \frac{dT}{dt}$$

$m = \rho\ V = \rho\ S\ dx$

$$\phi_x = -\lambda S \left(\frac{dT}{dx}\right)_x$$

$\Phi_i = P_i\ S\ dx$

$$\phi_{x+dx} = -\lambda S \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+dx}$$

$$-\lambda S \left(\frac{dT}{dx}\right)_x + \lambda S \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+dx} + P_i\, S\, dx = \rho\, S\, dx\, C_p \frac{dT}{dt}$$

Cas d'une tranche d'épaisseur dx d'un mur de surface S (suite)

$$-\lambda S\left(\frac{dT}{dx}\right)_x+\lambda S\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+dx}+P_i S\,dx=\rho S\,dx\,C_p\frac{dT}{dt}$$

On divise par (λ S dx)

$$\frac{\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+dx}-\left(\frac{dT}{dx}\right)_x}{dx}+\frac{P_i}{\lambda}=\frac{\rho}{\lambda}C_p\frac{dT}{dt}$$

1/a

Equation de la conduction

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{P_i}{\lambda}=\frac{1}{a}\frac{dT}{dt}$$

avec $a=\frac{\lambda}{\rho C_p}$ *Diffusivité thermique*

Généralisation de l'équation à 3 dimensions

$$\vec{\phi}=-\lambda S\,\overrightarrow{grad}\,T$$

$$\overrightarrow{grad}\,T\left\{\begin{array}{l}\frac{dT}{dx}\\ \frac{dT}{dy}\\ \frac{dT}{dz}\end{array}\right.$$

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d^2T}{dy^2}+\frac{d^2T}{dz^2}+\frac{P_i}{\lambda}=\Delta T+\frac{P_i}{\lambda}=\frac{1}{a}\frac{dT}{dt}$$

Laplacien de T

- Milieu avec puissance interne Pi, en régime permanent

$$\Delta T + \frac{P_i}{\lambda} = 0$$

Equation de Poisson

- Milieu sans puissance interne P_i, en régime permanent

$$\Delta T = 0$$

Equation de Laplace

- Milieu sans puissance interne P_i, en régime variable

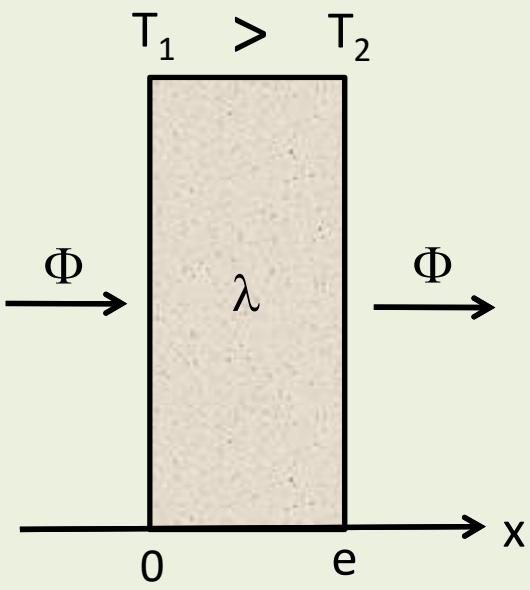
$$\Delta T = \frac{1}{a}\frac{dT}{dt}$$

Equation de Fourier

Equations aux dérivées partielles linéaires du deuxième ordre

Pour trouver la solution, il faut connaître la géométrie du système ainsi que les conditions aux limites

Mur



Régime permanent sans Pi et flux à 1 dimension donc l'équation générale se réduit à :

$$\Delta T = \frac{d^2 T}{d x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad T(x) = ax + b$$

Les conditions aux limites sont : $T = T_1$ en $x=0$
$T = T_2$ en $x=e$

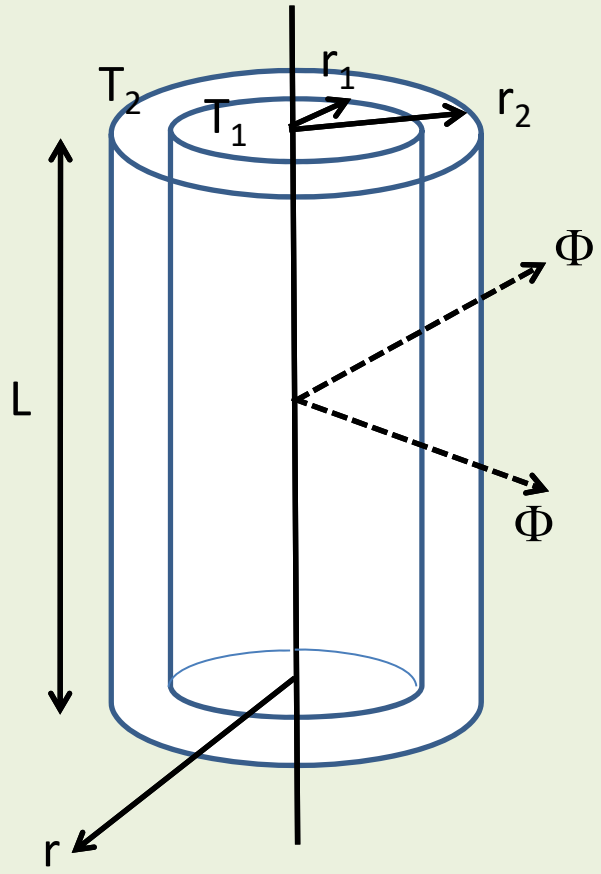
- Evolution de la température : $T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{e} x$
- Expression du flux $\Phi = -\lambda S \frac{dT}{dx} = -\lambda S \frac{T_2 - T_1}{e} = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{e}$
- Expression de h : $h = \frac{\lambda}{e}$
- Analogie électrique : notion de résistance thermique

$T_1 - T_2 = R\,\Phi$
$U_1 - U_2 = R\,I$

$$R = \frac{e}{\lambda S}$$

Cylindre creux

Cas important car schématise les conduites industrielles



Cylindre de grande longueur L : on néglige les effets de bords et on admet que le flux s'écoule radialement

Problème à 1 dimension (distance r à l'axe)

Régime permanent et
Raisonnement en coordonnées cylindriques

L'équation est :

$$\Delta T = \frac{d^2 T}{d r^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} = 0$$

Les conditions aux limites sont : $T=T_1$ en $r=r_1$
$T=T_2$ en $r=r_2$

Cylindre creux

Résolution de l'équation $\Delta T = \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} = 0$

On pose : $u = \frac{dT}{dr}$ ➡ $\frac{du}{dr} + \frac{1}{r}u = 0$ ➡ $u = \frac{Cte}{r}$

$u = \frac{dT}{dr} = \frac{Cte}{r}$ ➡ $dT = \frac{Cte\ dr}{r}$ ➡ $T(r) = A \ln r + B$

On applique les conditions aux limites :

$$T(r_1) = T_1 = A \ln r_1 + B$$

$$T(r_2) = T_2 = A \ln r_2 + B$$

On obtient : $A = \frac{T_1 - T_2}{\ln r_1 - \ln r_2} = \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}}$ et $B = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln r_1$ d'où

$$T(r) = \underbrace{\frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}}}_{A} \ln r + \underbrace{T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln r_1}_{B} = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}}(\ln r - \ln r_1) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}}\left(\ln \frac{r}{r_1}\right)$$

♦ Evolution de la température :

$$T(r) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}}\left(\ln \frac{r}{r_1}\right)$$

Comme ici les surfaces d'entrée et de sortie sont différentes, on utilise la densité de flux φ pour obtenir le flux Φ

$$\varphi = -\lambda \frac{dT}{dr} = -\lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} . \frac{1}{r} \Rightarrow \Phi = \varphi S = 2\pi r L \lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} . \frac{1}{r}$$

♦ Expression du flux :

$$\Phi = \varphi S = 2\pi L \lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$\Phi = h S_l (T_1 - T_2) = h 2\pi r_1 L (T_1 - T_2) = 2\pi L \lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad donc$$

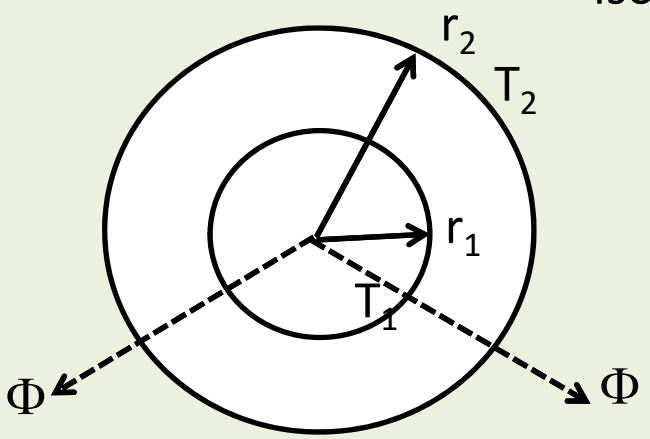
♦ Expression de h :

$$h = \frac{\lambda}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

♦ Analogie électrique : $T_1 - T_2 = R\,\Phi$ ⇒

$$R = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda}$$

Sphère creuse



Sphère creuse de rayons r_1 et r_2
Surfaces limites à T_1 et T_2
Isothermes = surfaces sphériques concentriques

Problème à 1 dimension (distance r à l'axe)

Régime permanent et
Raisonnement en coordonnées sphériques

L'équation est :

$$\Delta T = \frac{d^2 T}{d r^2} + \frac{2}{r}\frac{dT}{dr} = 0$$

Les conditions aux limites sont : $T=T_1$ en $r=r_1$
$T=T_2$ en $r=r_2$

Sphère creuse

Résolution de l'équation

$$\Delta T = \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dT}{dr} = 0$$

On pose : $u = \frac{dT}{dr}$ ➡ $\frac{du}{dr} + \frac{2}{r}u = 0$ ➡ $u = \frac{Cte}{r^2}$

$$u = \frac{dT}{dr} = \frac{Cte}{r^2} \Rightarrow dT = \frac{Cte\ dr}{r^2} \Rightarrow T(r) = \frac{A}{r} + B$$

On applique les conditions aux limites :

$$T(r_1) = T_1 = \frac{A}{r_1} + B$$

$$T(r_2) = T_2 = \frac{A}{r_2} + B$$

On obtient : $A = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}$ et $B = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{r_1\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$ d'où

♦ Evolution de la température :

$$T(r) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Même raisonnement que pour le cylindre : surfaces d'entrée et de sortie différentes donc densité de flux φ pour obtenir le flux Φ

$$\varphi = -\lambda \frac{dT}{dr} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) r^2} \Rightarrow \Phi = \varphi S = 4\pi r^2 \varphi = 4\pi r^2 \lambda \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) r^2}$$

- Expression du flux : $\Phi = \varphi S = \frac{4\pi \lambda r_1 r_2}{(r_2 - r_1)}(T_1 - T_2)$

$$\Phi = h S_1 (T_1 - T_2) = h 4\pi r_1^2 (T_1 - T_2) = \frac{4\pi \lambda r_1 r_2}{(r_2 - r_1)}(T_1 - T_2) \quad donc$$

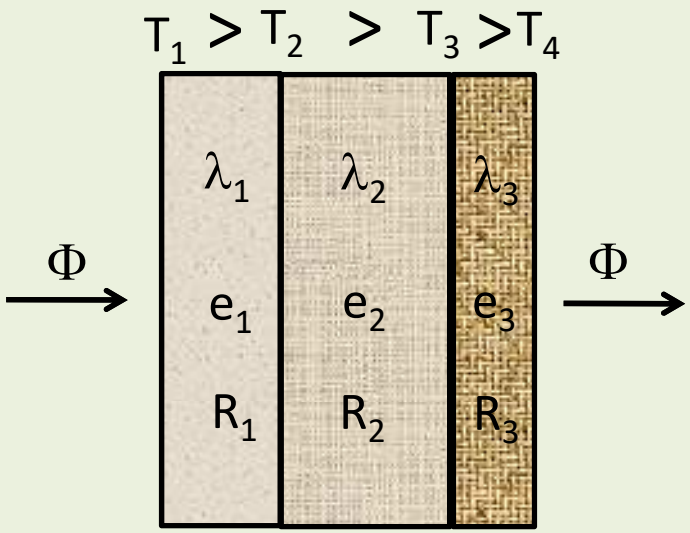
- Expression de h : $h = \frac{r_2 \lambda}{r_1 (r_2 - r_1)}$

- Analogie électrique : $T_1 - T_2 = R\,\Phi$ ⇒ $R = \frac{(r_2 - r_1)}{4\pi \lambda r_1 r_2}$

Mur composite

Traversées successives du flux

$$\Phi = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{e} = \frac{T_1 - T_2}{R}$$



$$\Phi = \frac{\lambda_1 S}{e_1}(T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_1}$$

$$\Phi = \frac{\lambda_2 S}{e_2}(T_2 - T_3) = \frac{T_2 - T_3}{R_2}$$

$$\Phi = \frac{\lambda_3 S}{e_3}(T_3 - T_4) = \frac{T_3 - T_4}{R_3}$$

$$T_1 - T_2 = R_1 \Phi$$
$$T_2 - T_3 = R_2 \Phi$$
$$T_3 - T_4 = R_3 \Phi$$

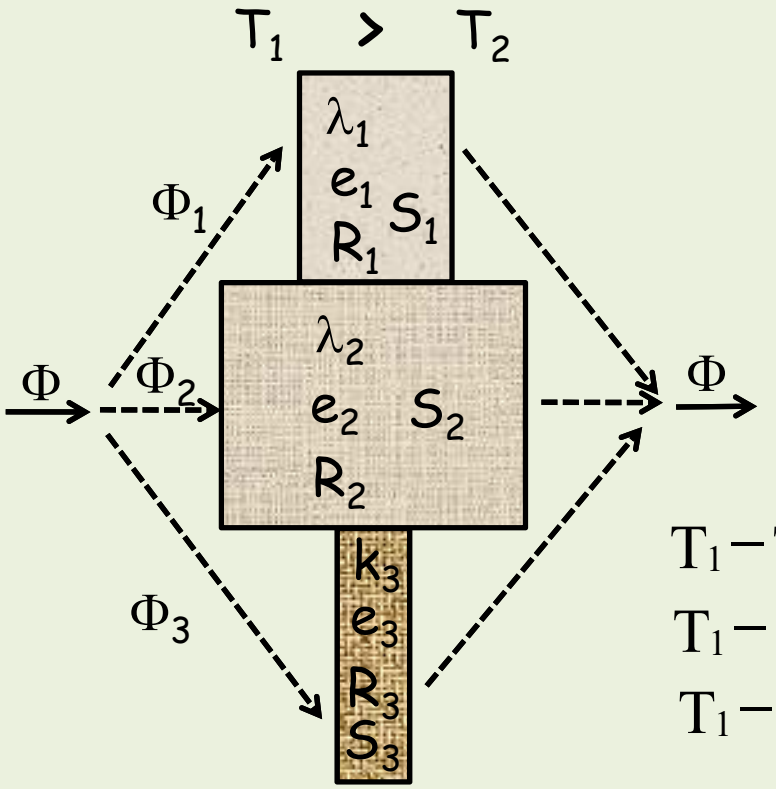
$$T_1 - T_4 = (R_1 + R_2 + R_3)\ \Phi = R_{eq}\ \Phi$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Additivité des résistances thermiques pour un système en SERIE

Mur composite

Traversées simultanées du flux



$$\Phi = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{e} = \frac{T_1 - T_2}{R}$$

$$\Phi_1 = \frac{\lambda_1 S_1}{e_1}(T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_1}$$

$$\Phi_2 = \frac{\lambda_2 S_2}{e_2}(T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_2}$$

$$\Phi_3 = \frac{\lambda_3 S_3}{e_3}(T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_3}$$

$$T_1 - T_2 = R_1\,\Phi_1$$

$$T_1 - T_2 = R_2\,\Phi_2 \quad \text{et} \quad \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

$$T_1 - T_2 = R_3\,\Phi_3$$

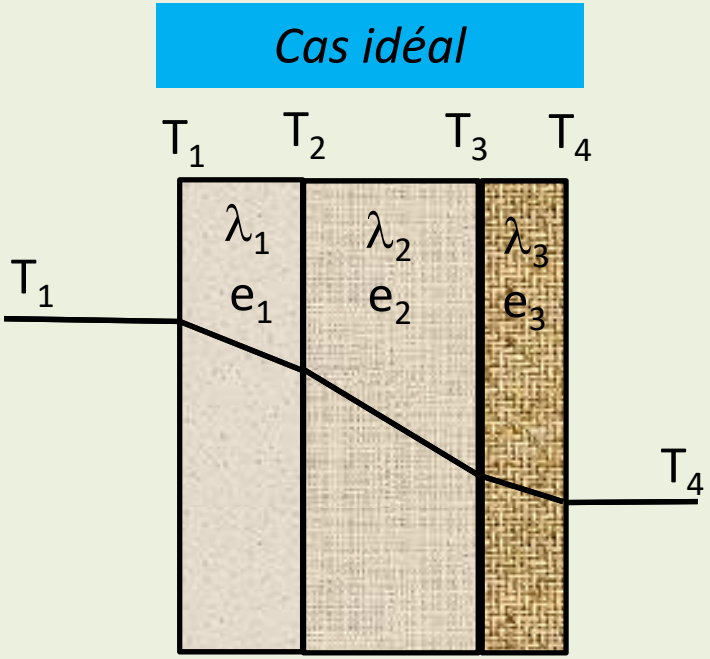
d'où $\Phi = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)(T_1 - T_2)$ ⇒ $T_1 - T_2 = R_{eq}\,\Phi = \left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}\right)\Phi$

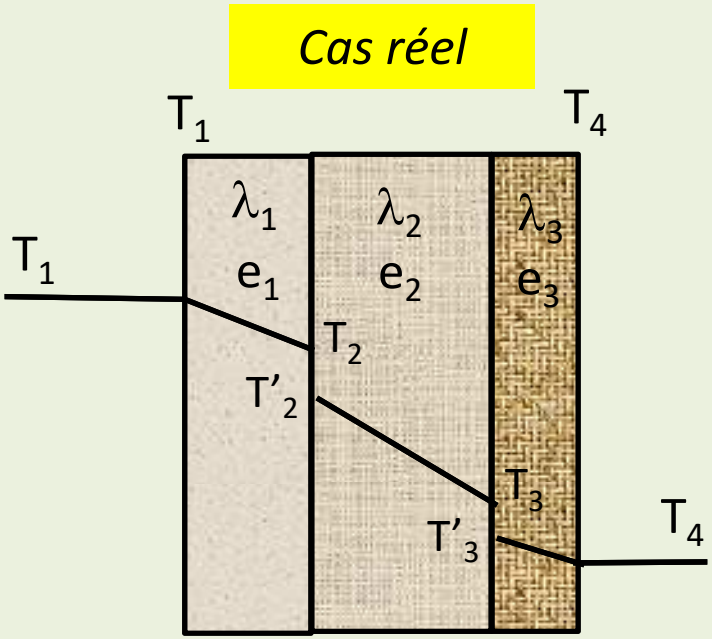
⇒ $$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Additivité des conductances thermiques pour un système en PARALLELE

Dans ce qui précède : hypothèse de contacts parfaits entre les différentes couches donc profil de T continu aux interfaces.

En réalité, les contact sont imparfaits à cause de l'état de surface (couche d'air, microaspérités), de la pression de serrage donc variation brusque de T aux interfaces.





Discontinuité des T aux interfaces

A chaque interface, on associe une **résistance thermique de contact r** par unité d'aire :

Chute de T interfaciale

$$\varphi = \frac{\Delta T_i}{r_i}$$

Densité de flux

Ordre de grandeur de r : 10^{-4} à 10^{-3} $m^2.K.W^{-1}$

Négligeable entre les isolants thermiques ou les métaux soudés

Dans le cas réel, la résistance équivalente d'un système multicouche s'écrit donc :

Propriétés des contacts

$$R_{eq} = R_1 + R_{12} + R_2 + R_{23} + R_3 + \ldots\ldots$$

Propriétés des matériaux

Tout se passe comme si l'on avait des couches complémentaires de matériaux de résistance R_{12} , R_{23} ….

CONVECTION

La convection a pour origine le **mouvement d'un fluide**

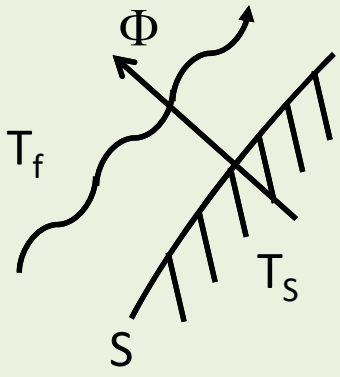
↳ Fluide immobile (emprisonné, pas de mélange de matière) ou en écoulement laminaire (filets parallèles entre eux) le long d'une paroi : c'est la CONDUCTION qui gère le transfert thermique.

MAIS difficile d'avoir un liquide immobile

↳ Ecoulement turbulent en contact avec une paroi solide : courants de convection

♦ Présence d'un film laminaire le long de la paroi ➡ dans une direction perpendiculaire à la paroi, le flux thermique est transmis par conduction

♦ En dehors de la couche (donc dans le fluide turbulent), il y a mélange de particules



On considère l'interface entre un corps solide à Ts et un fluide à Tf en mouvement. Le flux qui traverse l'interface est :

$$\Phi = h\ S\ (T_S - T_f) \qquad \text{si } T_S > T_f$$

$$T_S - T_f = \frac{1}{h\ S}\ \Phi = R_c\ \Phi$$

On peut donc définir une résistance thermique de CONVECTION :

$$R_C = \frac{1}{h\ S}$$

Ordres de grandeurs de h : 2 à 200 $W.m^{-2}.K^{-1}$ (gaz)

100 à 2000 $W.m^{-2}.K^{-1}$ (liquides)

Le transfert de chaleur par convection est complexe car il y a superposition:

de la conduction entre particules du fluide

du mélange de ces particules par mvt d'ensemble du fluide.

- Si mvt provoqué par les seules différences de T (donc de densité) : convection LIBRE
- Si action extérieure, convection FORCEE

L'échange de chaleur peut être accompagné d'un changement de phase (condensation, vaporisation, …)

On va donc étudier :

- l'échange thermique **sans changement d'état** en convection **<u>forcée</u>** et **<u>libre</u>**

- l'échange de chaleur **avec changement d'état (**condensation ou ébullition)

Cas fréquent dans les échangeurs thermiques de tous genres.

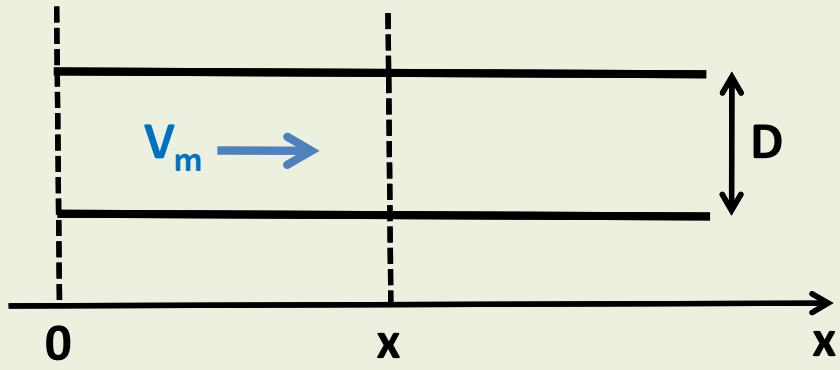
Le mouvement du fluide est provoquée par une action mécanique (agitateur, pompe, ventilateur…)

Analyse d'un cas particulier : écoulement dans un tuyau cylindrique

Notions valables pour les autres géométries

Fluide à l'intérieur d'une conduite cylindrique

L'expérience montre que h_c n'est pas influencé par la différence de température entre le fluide et la surface mais dépend de 7 grandeurs :



- V_m : vitesse moyenne du fluide
- ρ : masse volumique du fluide
- C_p : chaleur massique du fluide
- η: viscosité dynamique du fluide
- λ : conductivité thermique du fluide
- D : diamètre de la conduite
- x : distance entre la section considérée et l'entrée de la conduite

Fluide à l'intérieur d'une conduite cylindrique (suite)

Impossible de déterminer la fonction f(V_m, ρ, C_p, λ, η, D, x) car il faudrait ne faire varier qu'un seul paramètre.

Analyse dimensionnelle pour trouver une expression liant 4 nombres sans dimension. La relation est la suivante :

$$\underbrace{\frac{h\,D}{\lambda}}_{\text{Nu}} = A\left(\underbrace{\frac{\rho\,V_m\,D}{\eta}}_{\text{Re}}\right)^a\left(\underbrace{\frac{\eta\,C_p}{\lambda}}_{\text{Pr}}\right)^b\left(\underbrace{\frac{x}{D}}_{\text{Abscisse réduite}}\right)^c$$

Nu = nombre de Nusselt

Re = nombre de Reynolds

Pr = nombre de Prandtl

Abscisse réduite

A, a, b, c ont été étudiés et déterminés pour de nombreux cas

Fluide à l'intérieur d'une conduite cylindrique (suite)

On connait les paramètres du problème

On calcule les nombres Re, Pr et x/D

Le thermicien peut alors en déduire h en calculant Nu = f(Re, Pr, x/D)

<u>Remarque 1</u> : l'abscisse réduite x/D n'intervient que dans la zone d'établissement du régime. Si on est assez loin de l'entrée, l'écoulement donc h ne dépend plus de x

<u>Remarque 2</u> : chaque nombre a une signification physique :

*Re : caractérise **le régime d'écoulement** du fluide*

Re<2000 : écoulement laminaire
2000<Re<3000 : régime intermédiaire
Re>3000 : écoulement turbulent

*Pr : caractérise **les propriétés thermiques** du fluide*

*Nu : caractérise **l'échange thermique** entre fluide et paroi*

Fluide à l'intérieur d'une conduite cylindrique (suite)

Exemple de l'écoulement laminaire

La valeur de Nu dépend du paramètre B : $$B = \frac{x}{D}\frac{1}{R_e P_r}$$

- Si x est grand c'est-à-dire B > 0,05 alors Nu = 3,66
- Si x est plus petit c'est-à-dire B ≤ 0,05 alors Nu = 1,06 $B^{-0,4}$

Exemple de l'écoulement turbulent (Re>3000)

- Si x/D > 60 et 10000 < Re < 120000 pour tous fluides alors

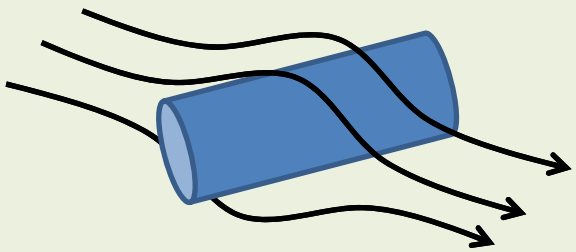
$$Nu = 0,023\ Re^{0,8}\ Pr^{0,33} \text{ (Colburn)}$$

- Si x/D < 60 alors : $$Nu = Nu\,(\text{Colburn})\left[1+\left(\frac{D}{x}\right)^{0,7}\right]$$

<u>Remarque</u> : si la conduite n'est pas cylindrique, dans la formule de Colburn, on remplace le diamètre D par un diamètre hydraulique D_h : $$D_h = \frac{4S}{P}$$

S est la section de la veine fluide et P le périmètre mouillé interne

Fluide à l'extérieur d'une conduite cylindrique circulant perpendiculairement



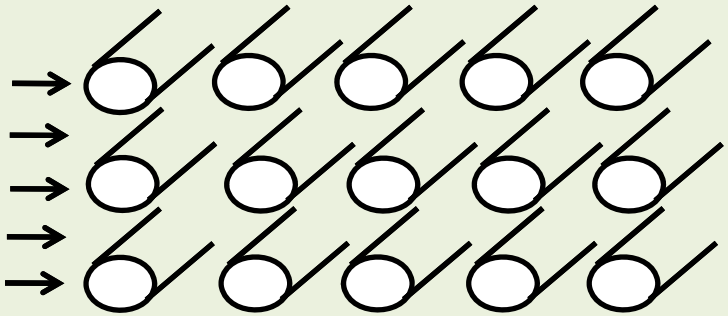
- Quand le fluide est un gaz : $Nu = A.\ Re^m$
- Quand le fluide est un liquide : $Nu = 1{,}11\ A.\ Re^m.\ Pr^{0{,}31}$

Les valeurs de A et m sont données dans le tableau :

Nombre de Reynolds Re	**A**	**m**
$1 < Re < 4$	0,891	0,330
$4 < Re < 40$	0,821	0,385
$40 < Re < 4.10^3$	0,615	0, 466
$4.10^3 < Re < 4.10^4$	0,174	0,618
$4.10^4 < Re < 4.10^5$	0,024	0,805

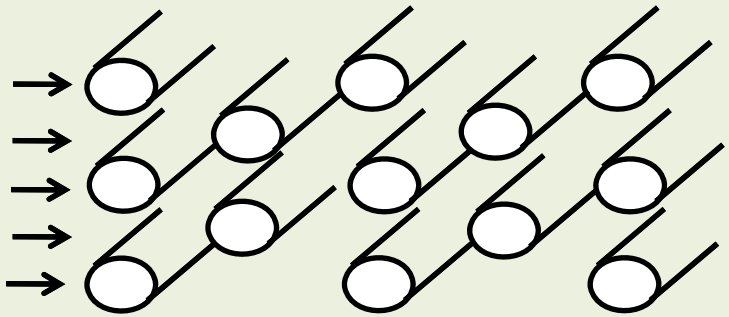
Cas de faisceaux de tubes cylindriques parallèles

Les tubes peuvent être *en ligne* ou *en quinconce* :



Faisceau aligné

B = 0,26



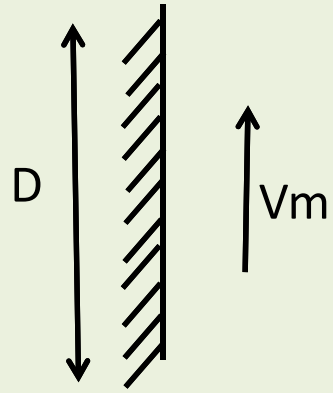
Faisceau en quinconce

B = 0,33

Plus grande turbulence donc convection plus grande

$$Nu = B\,Re^{0,6}\ Pr^{0,33}$$

Fluide le long d'un mur ou d'une plaque

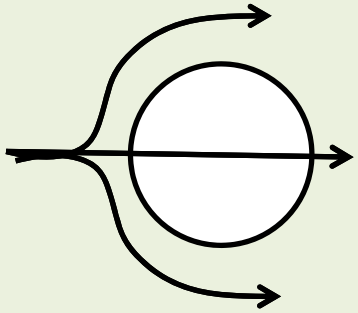


- Régime laminaire : $$Nu = \frac{2}{3} Re^{0,5} Pr^{0,33}$$

- Régime turbulent : $$Nu = \frac{0,036 \; Re^{0,8} \; Pr}{1 + 0,83 \; (Pr^{0,6} - 1)}$$

D : dimension caractéristique ≡ diamètre de la conduite

Fluide autour d'une sphère



- Pour un gaz: $$Nu = 0,37 \; Re^{0,6}$$

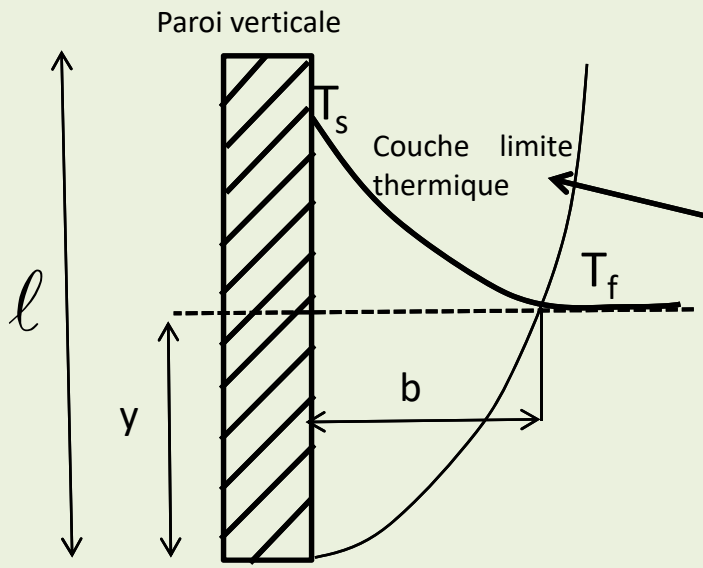
Limites : 17 < Re < 70000

- Pour un liquide : $$Nu = (0,97 + 0,68 \; Re^{0,5}) Pr^{0,3}$$

Limites : 1 < Re < 1000

Dans la convection naturelle, le mouvement du fluide est dû aux variations de sa masse volumique provenant des échanges de chaleur entre le fluide et la paroi *(ex : chauffage domestique, pertes par les parois des installations industrielles).*

On considère une plaque verticale chaude (Ts) au contact d'un fluide froid (Tf)



Au voisinage de la plaque existe une **zone perturbée** appelée **couche limite de convection naturelle**

L'épaisseur de la couche limite évolue avec y et se stabilise (~ y > 30cm)

Le flux échangé sur toute la plaque est :

$$\Phi = h\,S\left(T_s - T_f\right)$$

S est la surface de la plaque

Détermination de h par combinaison de 3 nombres sans dimension :

↳ Nombre de Nusselt Nu : caractérise la convection

$$Nu = \frac{h\,d}{\lambda}$$

h : coefficient de convection
d : dimension caractéristique de la surface
λ: conductivité du fluide

↳ Nombre de Prandtl Pr : caractérise le fluide

$$\mathrm{Pr} = \frac{\eta\ Cp}{\lambda}$$

η : viscosité dynamique
Cp: chaleur massique du fluide
λ : conductivité du fluide

↳ Nombre de Grashof Gr : caractérise l'écoulement

$$\mathrm{Gr} = \frac{\alpha\ g\ (T_s - T_f)\ \rho^2\ d^3}{\eta^2}$$

α : coefficient de dilatation volumique ($1/T_k$)
g : accélération de la pesanteur
η: viscosité dynamique
ρ: masse volumique du fluide
d : dimension caractéristique

L'expérience montre que, quel que soit le fluide, il existe une relation entre ces 3 nombres :

$$Nu = a\left(Pr.Gr\right)^{m}$$

m est égal à :

1/4 en convection laminaire

1/3 en convection turbulente

La valeur du coefficient *a* dépend du régime de convection, de la géométrie et de l'orientation de la paroi

Géométrie et orientation de la paroi	**Dim. d pour le calcul de Gr et Nu**	**Coefficient a**	
		Convection laminaire m=1/4	**Convection turbulente m=1/3**
Plaque verticale ou cylindre vertical – grand diamètre/e de la zone perturbée	hauteur	0,59 $10^4 < Gr.Pr < 10^9$	0,13 $10^9 < Gr.Pr < 10^{13}$
Cylindre horizontal	Diamètre extérieur	0,53 $10^3 < Gr.Pr < 10^9$	0,10 $10^9 < Gr.Pr < 10^{13}$
Plaque horizontale chauffant le haut	largeur	0,54 $10^5 < Gr.Pr < 2.10^7$	0,14 $2.10^7 < Gr.Pr < 3.10^{10}$
Plaque horizontale chauffant le bas	largeur	0,27 $3.10^5 < Gr.Pr < 3.10^{10}$	0,07 $3.10^{10} < Gr.Pr < 10^{13}$

Les systèmes de transfert AVEC changement de phase se traduisent par des **coefficients de transferts h très élevés**

Les applications industrielles sont nombreuses : elles exploitent la chaleur de changement de phase (condensation ou vaporisation) L qui est en général très grande.

Exemple de l'eau : L = 2,258. 10^6 J/Kg

Chaleur nécessaire pour élever 1 Kg d'eau de 20°C à 100°C :

$$Q1 = m\ Cp\ \Delta T = 1 \times 4185 \times 80 = 335\ KJ$$

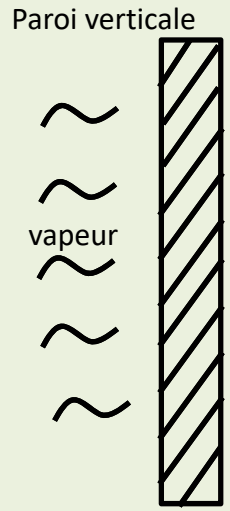
Chaleur de vaporisation de 1 Kg d'eau à 100°C :

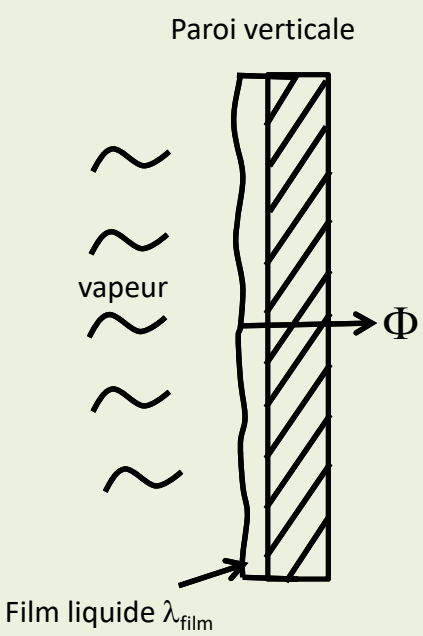
$$Q2 = m\ L = 2258\ KJ$$

Pour échanger le même flux, il faudra beaucoup moins d'eau s'il y a condensation (ou vaporisation) que par simple échange convectif.

Condensation de vapeur

Si une vapeur saturante arrive au contact d'une paroi « froide », elle s'y condense. On observe la formation d'un film liquide qui mouille la paroi.

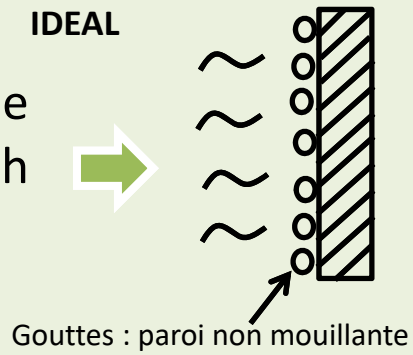




Pour que la condensation se poursuive, il faut que la chaleur latente dégagée se transmette à la paroi à travers la pellicule liquide.

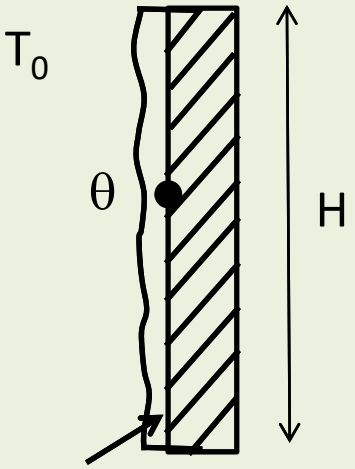
La conductivité λ_F essentielle dans le mécanisme d'échange h~1000 à 10000 W/m²/°C (comparable aux meilleures conditions de convection forcée sans changement de phase)

Si la tension superficielle du liquide est suffisante : formation de gouttes : libération de la paroi pour nouvelle condensation : h très élevés (250000 W/m²/°C)



Condensation de vapeur (exemple)

Plaques verticales planes ou t ubes verticaux



Film liquide : λ_F, ρ_F, η_F

$$Nu = \frac{h\,H}{\lambda_F} = 0{,}943\left[\frac{\rho_F^2\, g\, L\, H^3}{\lambda_F\, \eta_F\left(T_0 - \theta\right)}\right]^{0{,}25}$$

To : température de vapeur saturante
θ : température de surface

Remarque 1 : formule approximative car elle laisse de coté :

- la formation des gouttes
- la rugosité de la paroi
- la vitesse de la vapeur

Surtout valable en régime laminaire

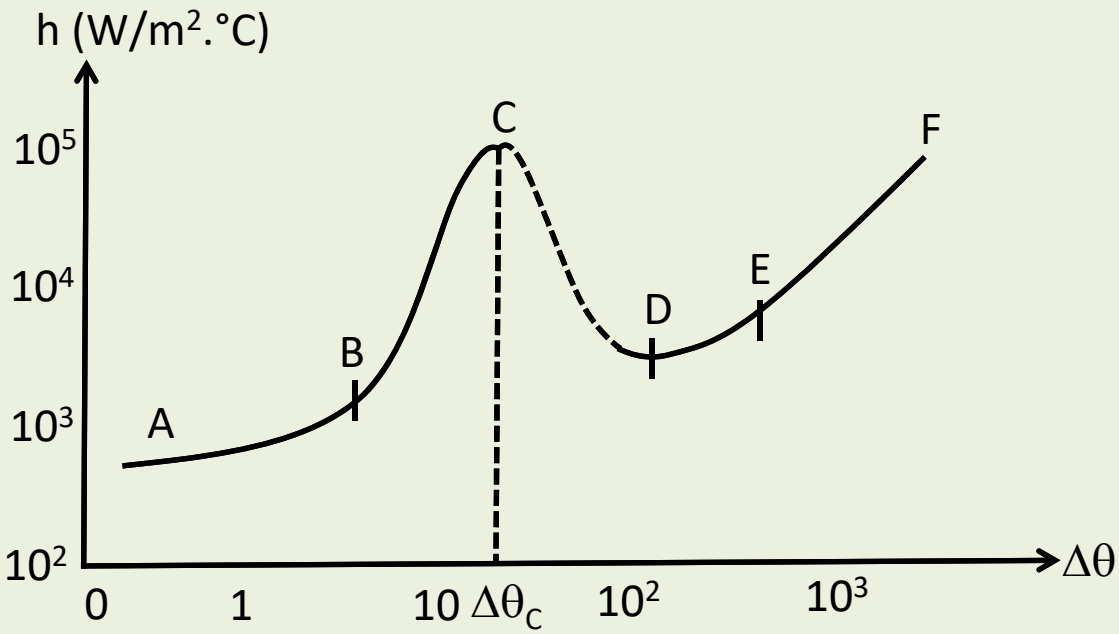
Remarque 2 : dans le cas d'un mélange air-vapeur, on fait une correction :
$h_{mél} = h_{air}.\ 10^{2,46X}$ où X est la teneur vol en air dans la vapeur

Ebullition d'un liquide

Liquide au contact d'une paroi chauffante. h dépend de plusieurs facteurs :

- nature et propriétés du fluide
- nature et état de surface de la paroi
- $\Delta\theta = \theta - \theta_E$ avec θ : Tparoi et θ_E : Tébullition

Plusieurs régimes sont observables en fonction de $\Delta\theta$



AB : convection naturelle : petites bulles stables

BC : ébullition nuclée : turbulence provoquée par les bulles : valeur max de h

CD : ébullition instable : formation progressive d'un film de vapeur : h diminue

DEF : vaporisation pelliculaire : transfert à travers le film.

RAYONNEMENT

ATTENTION : dans ce qui suit, λ désigne la longueur d'onde du rayonnement et plus la conductivité !

Tous les corps (solides, liquides, gazeux) émettent un rayonnement de nature électromagnétique au détriment de leur énergie interne.

Ce rayonnement est polychromatique (de 0,3 à 100 µm). Les maxima d'émission et l'intensité dépendent de T

Dans le vide : propagation en ligne droite à la vitesse de la lumière sans diminution de l'énergie transportée : **milieu parfaitement transparent.** Les gaz simples (O_2, N_2, H_2) sont aussi des milieux parfaitement transparents

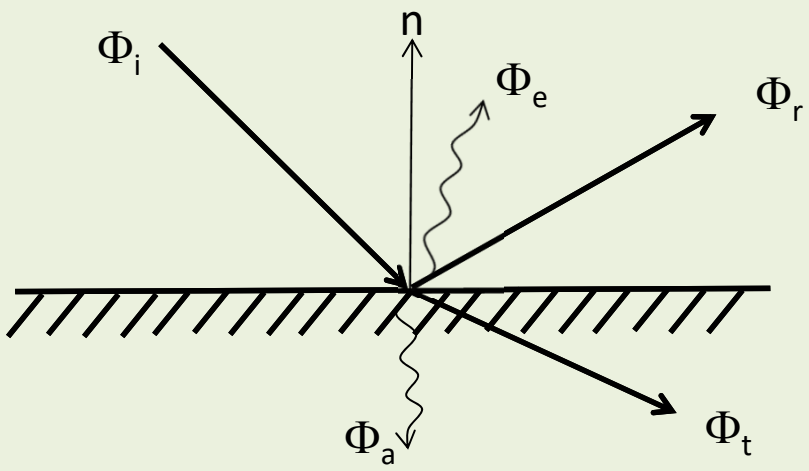
Certains gaz (CO_2, H_20, CO, CH_4), liquides ou solides (polymère, verre) sont dits **partiellement transparents** car la propagation s'accompagne d'une diminution de l'énergie transportée

La grande majorité des liquides et solides sont dits **opaques** car ils arrêtent la propagation de tout rayonnement dès leur surface.

<u>D'un point de vue de l'émission</u>, on distingue :

- Les corps opaques : rayonnement provient de la surface uniquement
- Les corps partiellement transparents : rayonnement provient de tout le volume
- Les corps parfaitement transparents : aucun rayonnement

Bilan des flux sur une surface S



- Φ_i : flux incident
- Φ_r : flux réfléchi → diffuse / spéculaire / quelconque
- Φ_t : flux transmis
- Φ_a : flux absorbé
- Φ_e : flux émis

$$\Phi_i = \Phi_a + \Phi_r + \Phi_t \quad \text{et} \quad \Phi_e = \Phi_a$$

Tout corps doit être considéré :

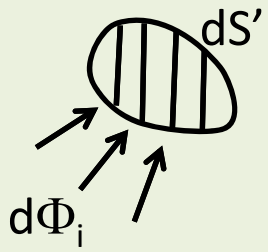
- comme émetteur : il envoie un rayonnement lié à sa température
- comme récepteur : il reçoit les rayonnements émis par les corps qui l'entourent.

Il en absorbe une partie et réfléchit le reste.

Réception d'un corps opaque : définitions

♦ L'Eclairement E

C'est le flux arrivant sur l'unité de surface réceptrice dS'



$$E = \frac{d\Phi_i}{dS'} \qquad (W.m^{-2})$$

Ce flux sera partiellement absorbé et partiellement réfléchi

♦ Le facteur d'absorption

Le facteur d'absorption de la surface dS' est le rapport :

$$\alpha = \frac{d\Phi_a}{d\Phi_i}$$

$0 < \alpha < 1$

Il est plus généralement noté $\alpha_{n\lambda}$ car il dépend de la direction n et de λ

On appelle corps noirs tous les corps pour lesquels $\alpha_{n\lambda} = 1$. Ils absorbent donc tout le rayonnement incident

♦ Le facteur de réflexion

On définit de la même façon le facteur de réflexion $\rho_{n\lambda}$ par :

$$\rho = \frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = 1 - \alpha$$

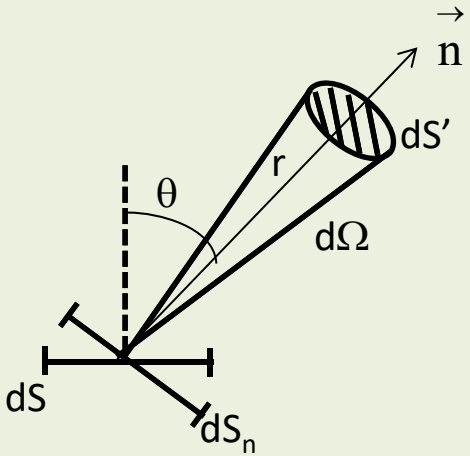
$0 < \rho < 1$ ***Pour un corps noir : $\rho_{n\lambda}=0$***

De façon générale, pour un corps opaque non noir, on a : $\rho_{n\lambda} + \alpha_{n\lambda} = 1$

Emission d'un corps opaque : définitions

♦ **La Luminance $L_{n\lambda}$**

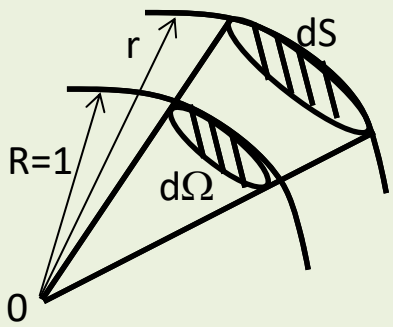
Flux rayonné dans une direction $\vec{n}$ par unité d'angle solide $d\Omega$ et par unité de surface dS_n perpendiculaire à $\vec{n}$ et pour une longueur d'onde λ



$$L_{n\lambda} = \frac{d^2\Phi_{n\lambda}}{dS_n\, d\Omega} = \frac{d^2\Phi_{n\lambda}}{dS\cos\theta\, d\Omega} \quad \text{avec} \quad d\Omega = \frac{dS'}{r^2}$$

(W. m^{-2}. Sr^{-1})

Rappels : ***Angle solide***



Angle solide d'un cône élémentaire = surface d'intersection de la sphère de rayon R=1 avec le cône centré en 0

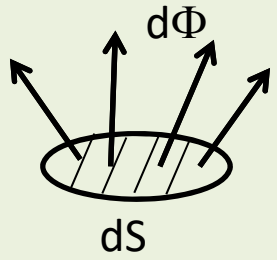
$$\frac{d\Omega}{1^2} = \frac{dS}{r^2} \Rightarrow d\Omega = \frac{dS}{r^2}$$

Pour l'espace complet :

$$\Omega = \frac{4\pi R^2}{R^2} = 4\pi$$

Emission d'un corps opaque : définitions (suite)

♦ L'émittance M



L'élément de surface dS du corps émet un flux $d\Phi_\lambda$:

$$M_{n\lambda} = \frac{d\Phi_{n\lambda}}{dS}$$

(W. m^{-2})

Si M est indépendante de la direction, on montre que : $\mathbf{M_\lambda = \pi\, L_\lambda}$

Loi de LAMBERT

♦ Rayonnement d'un corps noir L^0_λ

On définit la Luminance L^0_λ par la **loi de Planck :**

$$L^0_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5\left[e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1\right]}$$

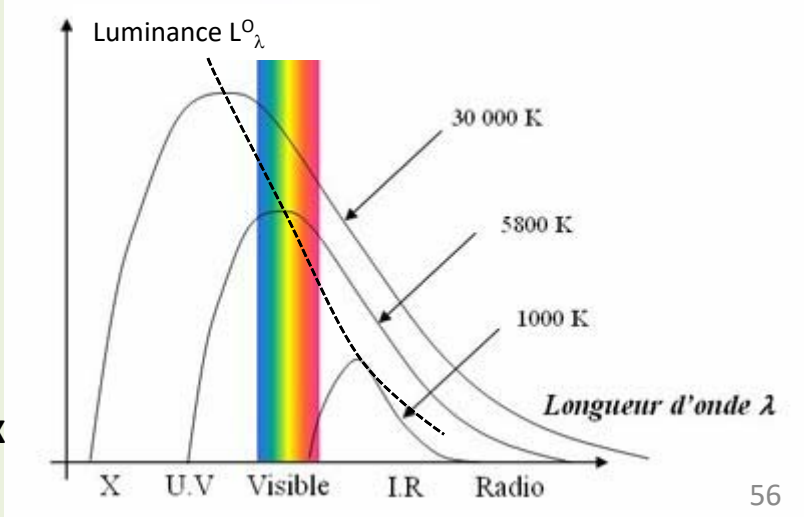
$$C_1 = 2hc^2 = 1{,}19.10^{-16}\ W.m^2.Sr^{-1}$$

$$C_2 = \frac{hc}{k} = 1{,}44.10^{-2}\ m.K$$

Pour des valeurs de λT faibles devant C_2, la loi de Planck peut être approximée par :

$$L^0_\lambda = C_1\, \lambda^{-5}\, e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$$

Le corps noir est celui qui, à T donnée, émet le max d'énergie. Il sert de référence.



La loi de Wien permet d'exprimer que les max de ces courbes se déplacent vers les petites longueurs d'onde quand la température augmente , selon la relation :

$$\lambda_m T = Cte = 2898\ \mu m.K$$

$\Rightarrow$ Les corps deviennent « visibles » quand T augmente

Pour obtenir la totalité du flux émis par la surface, il faut intégrer sur tout le domaine de λ :

$$M^0 = \int_0^\infty \pi\, L_\lambda^0\, d\lambda$$

Le résultat de l'intégration est la **loi de Stefan-Boltzmann :**

$$M^0 = \sigma\, T^4$$

W.m^{-2}

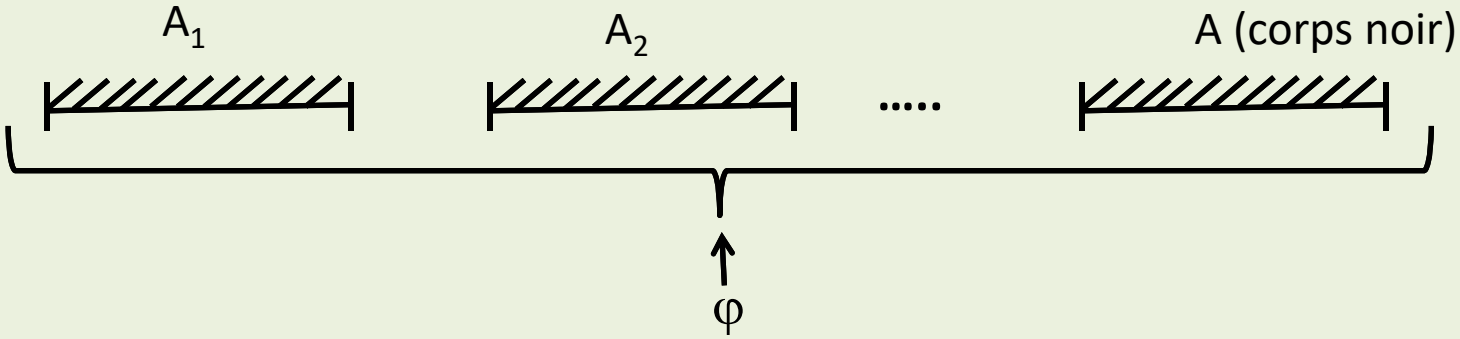
Constante de Stefan :

$$\sigma = \frac{2\pi^5}{15}\frac{k^4}{c^2 h^3} = 5{,}67.10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$$

♦ Rayonnement d'un corps NON noir

Les corps opaques réels sont toujours en retrait par rapport au corps noir, c'est-à-dire qu'ils n'émettent qu'une fraction d'énergie.

Considérons plusieurs surfaces soumises au même flux reçu d'un corps noir à T



En fonction de leurs aires A_1, A_2, … et de leurs facteurs d'absorption α_1, α_2, …ces surfaces vont absorber un certain flux de chaleur. A l'équilibre (température T), elles émettent un flux égal à celui qu'elles absorbent (<u>uniquement d'un coté</u>)

$$\overbrace{\varphi\, A_1\, \alpha_1}^{\text{Flux absorbé par } A_1} = \overbrace{A_1\, M_1}^{\text{Flux émis par } A_1}$$

$$\underbrace{\varphi\, A_2\, \alpha_2}_{\text{Flux absorbé par } A_2} = \underbrace{A_2\, M_2}_{\text{Flux émis par } A_2}$$

$$\overbrace{\varphi.\, A.\, 1}^{\text{Flux absorbé par corps noir}} = \overbrace{A\, M^0}^{\text{Flux émis par corps noir}}$$

$$\Rightarrow \varphi = M^0 \text{ et donc } \varphi A_1\, \alpha_1 = A_1\, M_1 = M^0\, A_1\, \alpha_1$$

$$\text{donc } M_1 = \alpha_1\, M^0 \quad donc\ \frac{M^0}{1} = \frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = ...$$

De façon générale, pour un corps opaque non noir : $M_\lambda = \alpha_\lambda \; M_\lambda^0$

Puisque le corps émet, on préfère parler d'émissivité ε_λ : $M_\lambda = \varepsilon_\lambda \; M_\lambda^0$

La loi de Kirchoff établit donc que : $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$

Cas particulier : **le corps gris :** c'est le cas pour lequel ε_λ est constante quelle que soit λ (hypothèse très convenable utilisée en pratique) $\varepsilon_\lambda = \varepsilon = cte$

L'émittance totale du corps gris est donc $M = \varepsilon \, M^0 = \varepsilon \sigma T^4$

Pour les corps gris, **la loi de Kirchoff** s'écrit : $\varepsilon = \alpha$

Quand un corps gris absorbe 30% de l'énergie qu'il reçoit, il réémet simultanément 30% de l'énergie qu'aurait émise un corps noir à la même T

Pour les corps non gris : $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$ (on ne peut pas dire $\alpha = \varepsilon$)

Pour les corps noirs : $\alpha = \varepsilon = 1$

Echange de rayonnement entre 2 corps noirs : INTRODUCTION

Jusqu'à présent, on a considéré le corps rayonnant comme isolé dans l'espace et nous avons examiné les 2 comportements : émetteur ou récepteur

Lorsqu'il y a plusieurs corps, chacun émet un rayonnement dans toutes les directions et reçoit un rayonnement complexe (résultant des émissions et réflexions des corps qui l'entourent).

Problème pratique : avoir le bilan net des échanges entre tous les corps.

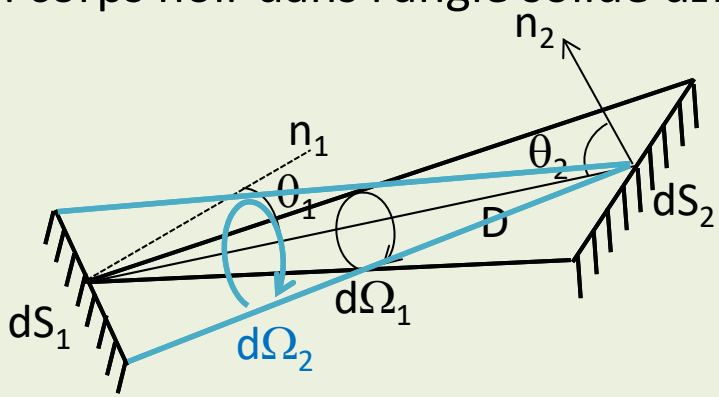
Très difficile car ce sont la plupart du temps des corps réels (pas noirs) et qui en plus transforment une partie de l'énergie qu'ils recoivent.

calcul exact matériellement impossible

On étudie des cas simples pour lesquels le calcul est possible (corps gris) et on essaie de ramener les cas réels à ces cas simples en négligeant certains échanges, en simplifiant les surfaces…(Modélisation)

Echange de rayonnement entre 2 corps NOIRS

D'après la définition de la luminance, le flux émis $d^2\Phi_{12}$ par un élément de surface dS_1 d'un corps noir dans l'angle solide $d\Omega_1$ est donné par



$$d^2\Phi_{12} = L_1 \cos\theta_1 \, dS_1 \, d\Omega_1$$

On considère un élément de surface dS_2 d'un 2ème corps noir qui reçoit ce flux

L'angle solide $d\Omega_1$ s'exprime par : $$d\Omega_1 = \frac{dS_2 \cos\theta_2}{D^2}$$

On a donc : $$d^2\Phi_{12} = L_1 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{D^2}$$

<u>Relation</u> de LAMBERT

De la même façon, on peut exprimer le flux $d^2\Phi_{21}$ émis par l'élément dS_2 sur l'élément dS_1 par :

$$d^2\Phi_{21} = L_2 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{D^2}$$

Avec l'angle solide $d\Omega_2$: $$d\Omega_2 = \frac{dS_1 \cos\theta_1}{D^2}$$

En tenant compte de la Loi de Lambert (**$M_\lambda = \pi L_\lambda$**), on obtient :

$$d^2\Phi_{12} = \frac{M_1^0}{\pi} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{D^2} \qquad d^2\Phi_{21} = \frac{M_2^0}{\pi} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{D^2}$$

L'intégration sur S_1 et S_2 des relations de Lambert précédentes permet d'obtenir le flux de l'élément 1 vers l'élément 2 et inversement

$$\Phi_{12} = M_1^0 \iint_{S1\,S2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi D^2} \qquad \Phi_{21} = M_2^0 \iint_{S1\,S2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi D^2}$$

On pose :

$$F_{12} = \frac{1}{S_1} \iint_{S1\,S2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi D^2} \qquad F_{21} = \frac{1}{S_2} \iint_{S1\,S2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dS_1 \, dS_2}{\pi D^2}$$

Et on obtient donc :

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{12} &= M_1^0 \, S_1 \, F_{12} \\ \Phi_{21} &= M_2^0 \, S_2 \, F_{21} \end{aligned}\right\} \quad \text{avec :} \quad F_{12} \, S_1 = F_{21} \, S_2$$

F est appelé Facteur de Forme (sans dim, purement géométrique, défini par les formes et positions des surfaces)

Flux échangé entre S_1 et S_2

Bilan entre le flux émis par S_1 sur S_2 et le flux absorbé par S_1 provenant de S_2

$$\Phi = \Phi_{12} - \Phi_{21} = M_1^0 \; S_1 \; F_{12} - M_2^0 \; S_2 \; F_{21}$$

En tenant compte de : $F_{12} \; S_1 = F_{21} \; S_2$ on peut écrire :

$$\Phi = \Phi_{12} - \Phi_{21} = (M_1^0 - M_2^0) S_1 \; F_{12} = (M_1^0 - M_2^0) S_2 \; F_{21}$$

Sachant que : $M^0 = \sigma \; T^4$ on peut écrire :

$$\Phi = (\sigma \; T_1^4 - \sigma T_2^4) S_1 \; F_{12} = \sigma \; S_1 \; F_{12} \; (T_1^4 - T_2^4) = \sigma \; S_2 \; F_{21} (T_1^4 - T_2^4)$$

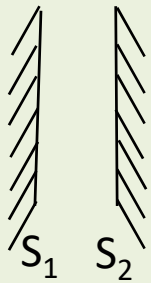
avec : $$S_1 \; F_{12} = S_2 \; F_{21} = \iint_{S1 \; S2} \frac{\cos\theta_1 \; \cos\theta_2 \; dS_1 \; dS_2}{\pi \; D^2}$$

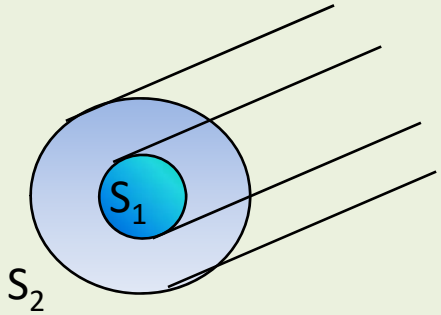
Evaluation du facteur de forme

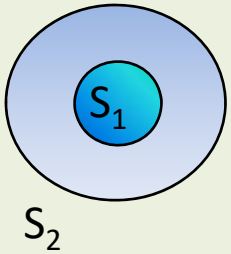
Il faut calculer les intégrales des surfaces

Calculs deviennent vite laborieux quand il y a plusieurs surfaces

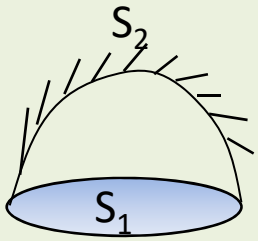
Quelques exemples simples :

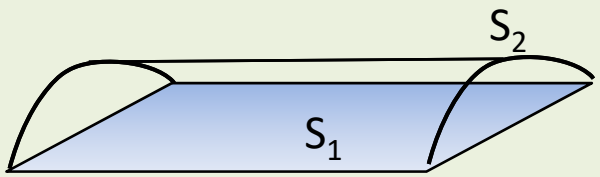






$$F_{12} = F_{21} = 1$$





$$F_{12} = 1$$

$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2}$$

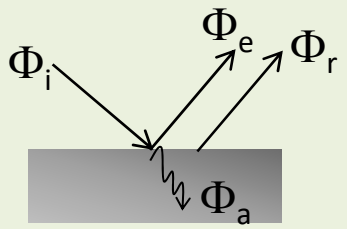
Echange de rayonnement entre 2 corps gris absorbants

Cas beaucoup plus complexe car il fait intervenir des réflexions multiples

On s'appuie sur un exemple simple applicable aux cas plus compliqués ⇒ la méthodes des « radiosités »

Qu'est-ce-que la radiosité J ?

On appelle ''radiosité J'' la somme de la densité de flux φ_e émise par la surface S et de l'ensemble des densités de flux φ_r réfléchies par S.
J est donc la densité totale de flux provenant de S (en W/m²) :



$$J = \frac{\phi_e}{S} + \frac{\phi_r}{S} = \varphi_e + \varphi_r$$

Par définition de l'émittance M, on a : $M = \frac{\Phi_{émis}}{S} = \frac{\Phi_e}{S}$ donc : $\Phi_e = M\,S$

Pour les corps gris, on sait que : $M = \varepsilon\, M^0 = \varepsilon\, \sigma T^4$

donc on obtient: $\varphi_e = \frac{\Phi_e}{S} = M = \varepsilon \sigma T^4$

Si on fait le bilan des flux, on a : $\Phi_i = \Phi_a + \Phi_r$

D'après les définitions de l'éclairement E et du facteur d'absorption α, on sait que :

$$E = \frac{\Phi_{reçu}}{S} = \frac{\Phi_i}{S} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{\Phi_a}{\Phi_i}$$

donc : $E\,S = \alpha\,\Phi_i + \Phi_r = \alpha\,E\,S + \Phi_r$ et donc : $\Phi_r = (1-\alpha)\,E\,S$

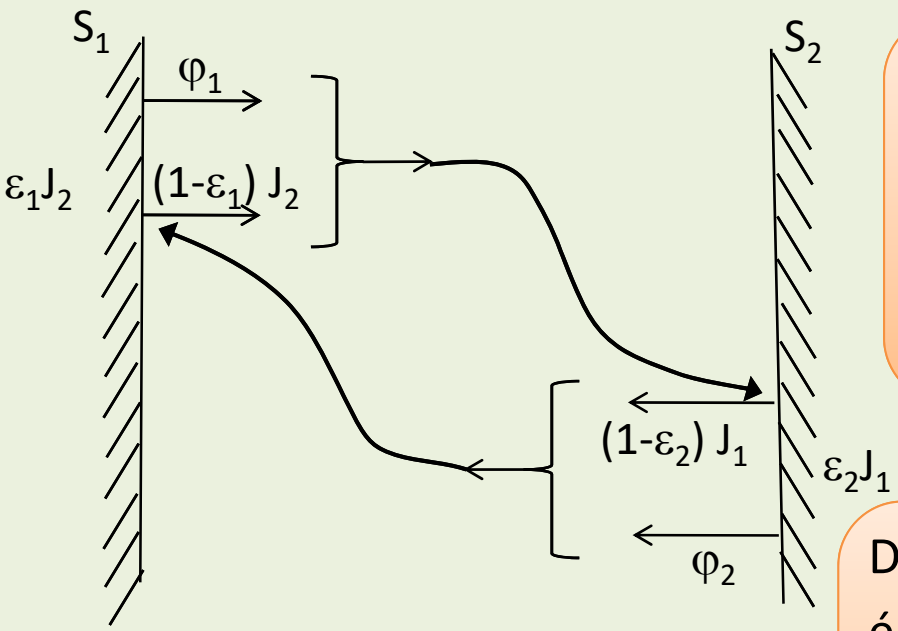
Pour les corps gris, la loi de Kirchoff donne : $\varepsilon = \alpha$ et donc : $\Phi_r = (1-\varepsilon)\,E\,S$

On arrive donc à : $\varphi_r = \frac{\Phi_r}{S} = (1-\varepsilon)\,E$

Finalement, on a donc :

$$\begin{cases} \varphi_e = \frac{\Phi_e}{S} = M = \varepsilon\sigma T^4 \\ \varphi_r = \frac{\Phi_r}{S} = (1-\varepsilon)\,E \end{cases}$$

Cas de 2 surfaces planes parallèles infinies S_1 et S_2



Pour S_1, la densité de flux émise est

$$\varphi_e = \varphi_1 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4$$

Et $\varphi_r = (1-\varepsilon_1) E = (1-\varepsilon_1) J_2$

car J_2 représente l'éclairement de S_1

De la même façon, pour S_2, la densité de flux émise est $\varphi_e = \varphi_2 = \varepsilon_2 \sigma T_2^4$

Et $\varphi_r = (1-\varepsilon_2) E = (1-\varepsilon_2) J_1$

car J_1 représente l'éclairement de S_2

On a donc au final :

$$\begin{cases} J_1 = \varphi_1 + (1-\varepsilon_1) J_2 & (1) \\ J_2 = \varphi_2 + (1-\varepsilon_2) J_1 & (2) \end{cases}$$

Cas de 2 surfaces planes parallèles infinies S_1 et S_2

La résolution des 2 équations symétriques du 1er degré donne :

$$J_1 = \frac{\varphi_1 + (1-\varepsilon_1)\varphi_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)} \qquad J_2 = \frac{\varphi_2 + (1-\varepsilon_2)\varphi_1}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}$$

Le flux φ_{12} (W/m²) échangé entre S_1 et S_2 peut s'écrire :

φ_{12} = ''flux quittant S_1 – flux arrivant sur S_1'' soit :

$$\varphi_{12} = J_1 - J_2$$

Cas de 2 surfaces planes parallèles infinies S_1 et S_2

On peut écrire :

$$\varphi_{12} = J_1 - J_2 = \frac{\varphi_1 + (1-\varepsilon_1)\varphi_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)} - \frac{\varphi_2 + (1-\varepsilon_2)\varphi_1}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}$$

$$\varphi_{12} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - \varepsilon_1\,\varphi_2 - \varphi_2 - \varphi_1 + \varepsilon_2\,\varphi_1}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)} = \frac{\varepsilon_2\,\varphi_1 - \varepsilon_1\,\varphi_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}$$

Si on fait intervenir l'émittance avec la loi de Stefan, on a :

$\varphi_1 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4$ et $\varphi_2 = \varepsilon_2 \sigma T_2^4$ et donc :

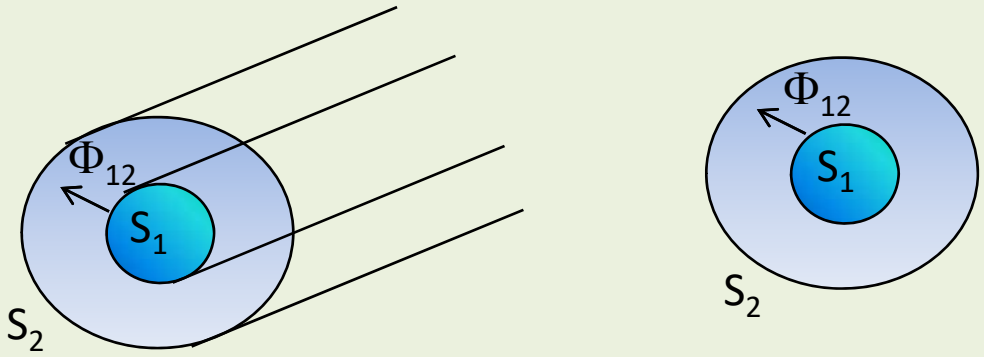
$$\varphi_{12} = \frac{\varepsilon_2\,\varphi_1 - \varepsilon_1\,\varphi_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)} = \frac{\varepsilon_2\,\varepsilon_1\,\sigma T_1^4 - \varepsilon_1\,\varepsilon_2\,\sigma T_2^4}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)} = \frac{\varepsilon_1\,\varepsilon_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}\,\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

d'où le flux :

$$\Phi_{12} = S_1\,\varphi_{12} = \frac{\varepsilon_1\,\varepsilon_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}\,\sigma\,S_1\left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

Exemples d'autres géométries simples

(sphères et cylindriques concentriques)



$$\Phi_{12} = S_1 \varphi_{12} = \frac{\varepsilon_1 \ \varepsilon_2}{1 - \left(1 - \varepsilon_1 \frac{S_1}{S_2}\right)(1 - \varepsilon_2)} \sigma S_1 \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

<u>Remarque</u> : pour les surfaces planes parallèles infinies, $S_1/S_2=1$ et on retrouve la relation précédente.

Si la surface extérieure S_2 est noire (ε_2=1)

ou

Si S_2 est très grande devant S_1 (c'est-à-dire $S_1/S_2 \rightarrow 0$)

L'expression précédente se réduit à :

$$\Phi_{12} = S_1 \varphi_{12} = \varepsilon_1 \sigma S_1 \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

Si un petit corps est placé dans une grande enceinte, cette dernière se comporte comme une surface noire.

Exemples :

- *petite charge dans un grand four*
- *four dans un hall*
- *refroidissement d'une pièce chaude à l'air libre ($T_2 = T_{amb}$)*
- *rayonnement ambiant : table dans un milieu à température T_2*

Coefficient d'échange thermique par rayonnement

On a vu que la relation générale donnant le flux Φ_{12} est :

$$\Phi_{12} = S_1 \varphi_{12} = \frac{\varepsilon_1 \ \varepsilon_2}{1 - \left(1 - \varepsilon_1 \frac{S_1}{S_2}\right)(1 - \varepsilon_2)} \sigma S_1 \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

La relation que l'on connait pour le flux Φ_{12} est : $\Phi_{12} = h_r S_1 (T_1 - T_2)$

où h_r est le coefficient d'échange thermique par rayonnement

Si on veut mettre Φ_{12} sous cette forme, il faut linéariser $(T_1^4 - T_2^4)$ pour faire apparaître $(T_1 - T_2)$

Linéarisation : $T_1^4 - T_2^4 = \left(T_1^2 + T_2^2\right)\left(T_1^2 - T_2^2\right) = \left(T_1^2 + T_2^2\right)\left(T_1 + T_2\right)\left(T_1 - T_2\right)$

On a donc

$$\Phi_{12} = \underbrace{\frac{\varepsilon_1\ \varepsilon_2}{1 - \left(1 - \varepsilon_1 \dfrac{S_1}{S_2}\right)\left(1 - \varepsilon_2\right)}\ \sigma\ \left(T_1^2 + T_2^2\right)\left(T_1 + T_2\right)}_{h_r}\ S_1\ \left(T_1 - T_2\right)$$

<u>Remarque importante</u> : h_r dépend des températures T_1 et T_2

MESURES de TEMPERATURES

Nombreuses méthodes de mesures de températures

↓

↳ 1er critère : généralement le domaine de température désiré.

↳ 2ème critère : lié à l'intervalle explorable autour de la moyenne qui dépend :

- de la sensibilité (correspondance entre le paramètre mesuré et la variable que l'on utilise pour le faire)
- de la fidélité (plusieurs mesures donnent la même valeur)
- du temps de réponse
- de l'exactitude souhaitée (réponse la plus proche de la réalité)

On va voir 4 principaux types de mesures

Les thermomètres à dilatation

- **de gaz (thermomanomètre)** :

Variation de P d'une masse de gaz donnée.

Sensibilité : $\frac{1}{P_0}\frac{dP}{dT} = 3{,}7.10^{-1}\,K^{-1}$

- **de liquide à enveloppe de verre** :

Variation de volume de liquide ⇒ Mesure de la différence de dilatation entre le liquide et son enveloppe.

Sensibilité : $\frac{1}{V_0}\frac{dV}{dT} = 0{,}2.10^{-3}\,K^{-1}\,(Hg)$ ou $10^{-3}\,K^{-1}\,(pentane)$

- **de solide à tige ou à bilame :**

Variation de longueur d'un solide ⇒ dilatation de longueur directement (à tige) ou différence de dilatation entre 2 lames (à bilame).

Sensibilité : $\frac{1}{L_0}\frac{dL}{dT} = 1{,}5.10^{-5}\,K^{-1}\,(tige)$

Pour un bilame, on mesure la déflexion = 0,15 mm.K^{-1}

Les thermomètres à résistances

- **métallique** :

Basés sur la mesure de la variation de la résistance électrique d'un <u>conducteur métallique</u> (pont de Wheatstone).

Fil mince de Platine (ou Ni ou Cu)

Sensibilité : $\frac{1}{R_0}\frac{dR}{dT}$ = 3,9.10^{-3} K^{-1} (Pt, Cu)

= 6,6.10^{-3} K^{-1} (Ni)

- **de Germanium ou de carbone** :

Basés sur la mesure de la variation de la résistance électrique d'un <u>conducteur NON métallique</u>.

Sensibilité : $\frac{1}{R}\frac{dR}{dT} = -\frac{n}{T}$ (avec 1 < n < 3), elle dépend de la T !!

- **d'oxydes (thermistances)** :

Basés sur la mesure de la variation de la résistance électrique d'un <u>semiconducteur</u>.

Sensibilité : $\frac{1}{R}\frac{dR}{dT} = -\frac{b}{T^2}$ (avec 1000 < b < 4000), elle dépend aussi de la T !!

10 fois supérieure à celle de la résistance de Pt

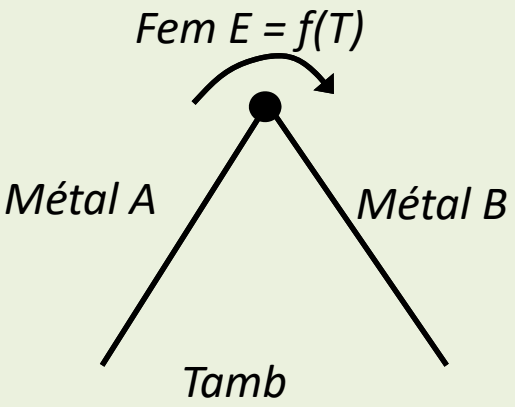
Les couples thermoélectriques (thermocouples)

Jonctions soudées de fils de métaux différents :

Fe-Constantan (Cu-Ni) ou Cu-Constantan (Ct)
Chromel (CrNi)–Alumel (AlNi)
Pt-PtRh pour les hautes températures.

***Principe* : Effet Seebeck**

Une fem E est engendrée dans un circuit lorsqu'il est formé d'au moins 2 conducteurs de natures différentes et à des T différentes.



Par convention, le couple est noté A/B

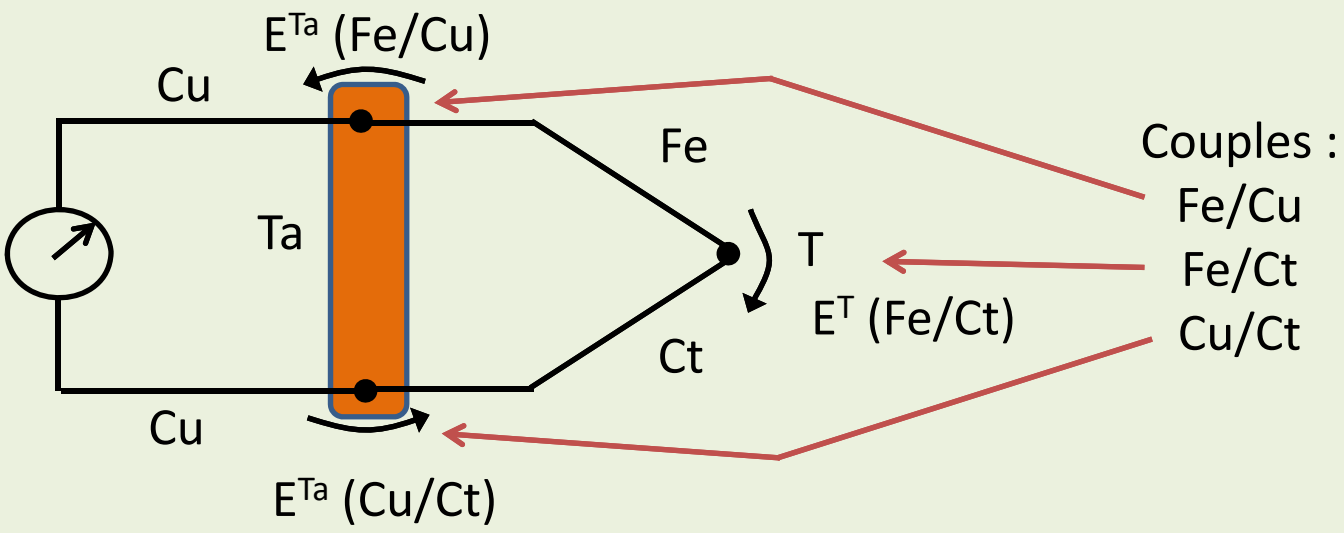
si la fem > 0 de A vers B

La fem est notée E (A/B) avec E(A/B) = - E(B/A)

La relation entre E et T n'est pas linéaire (tableaux)

Pour tous les thermocouples, E=0 lorsque T=0°C

<u>Exemple de montage réel</u> (thermocouple simple):



On définit comme sens positif celui de la fem mesurée. On a :

$$E = E^{T}(Fe/Ct) - E^{Ta}(Fe/Cu) - E^{Ta}(Cu/Ct)$$

La fem mesurée ne correspond pas à la fem du thermocouple au contact de la zone à mesurer

Correction de *soudure froide* :

- glace fondante $\Rightarrow E^{0}(Fe/Cu) = E^{0}(Cu/Ct) = 0$
- boitier électronique de compensation : $E_{comp} = E^{Ta}(Fe/Cu) + E^{Ta}(Cu/Ct)$

Les pyromètres optiques

Utilisation : mesure de températures très élevées ou lorsqu'il est impossible d'établir un contact matériel entre les points de mesure et l'instrument de mesure (corps mobiles, mesures au cours d'opérations d'usinage ou d'élaboration de matériaux)

Un pyromètre optique mesure une luminance (ou un flux lumineux)

On déduit la température en utilisant les lois du rayonnement thermique.

En pyrométrie, il y a plusieurs façons d'obtenir une température donc plusieurs « définitions de la température d'une source ».

Différentes définitions des températures d'une source

Définitions des températures d'une source

- **Température de luminance T_λ** :

Température du corps noir possédant, pour la longueur d'onde λ, la même luminance L_λ que la source.

T de source

T de luminance

$$L_\lambda(T) = \underbrace{\varepsilon_\lambda L_\lambda^0(T)}_{\text{Source}} = \underbrace{L_\lambda^0(T_\lambda)}_{\text{Corps noir équivalent}}$$

En appliquant la loi de Planck simplifiée, on obtient :

$$\varepsilon_\lambda C_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} = C_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T_\lambda}} \Rightarrow \varepsilon_\lambda e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} = e^{-\frac{C_2}{\lambda T_\lambda}} \Rightarrow \ln \varepsilon_\lambda - \frac{C_2}{\lambda T} = -\frac{C_2}{\lambda T_\lambda}$$

$$\Rightarrow \ln \varepsilon_\lambda = \frac{C_2}{\lambda}\left[\frac{1}{T} - \frac{1}{T_\lambda}\right] \Rightarrow \frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T} = -\frac{\lambda}{C_2} \ln \varepsilon_\lambda$$

Corps noir : $\varepsilon_\lambda = 1 \Rightarrow T_\lambda = T$

Corps réel : T_λ ($T_{\text{corps noir équivalent}}$) toujours < T ($T_{\text{réelle}}$)

- **Température de radiance T_r** :

Au lieu de mesurer la luminance à 1 λ, on mesure <u>la Luminance totale</u> et on définit : la température de radiance.

Émissivité moyenne

$T_{radiance}$

$$L(T) = \varepsilon\, L^0(T) = L^0(T_r)$$

Luminance totale

Luminance du corps noir à T

Luminance du corps noir équivalent à $T_{radiance}$

En appliquant les lois de Lambert et Stephan, on obtient :

$$\varepsilon \frac{\sigma T^4}{\pi} = \frac{\sigma T_r^4}{\pi} \Rightarrow T_r^4 = \varepsilon \frac{\pi \sigma}{\sigma \pi} T^4 \Rightarrow T_r = \varepsilon^{1/4}\, T$$

Corps noir : $\varepsilon = 1 \Rightarrow T_r = T$

Corps réel : T_r ($T_{corps\ noir\ équivalent}$) toujours < T ($T_{réelle}$)

- **Température de couleur T_c** :

On définit la température de couleur T_c en comparant la répartition spectrale de la luminance d'une source à celle du corps noir. On mesure le rapport de 2 luminances à 2 longueurs d'onde.

Luminance du corps à T et λ_2

Emissivité à λ_2

Luminance du corps noir équivalent à T_c et λ_2

$$\frac{L_{\lambda_2}(T)}{L_{\lambda_1}(T)} = \frac{\varepsilon_{\lambda_2} L^0_{\lambda_2}(T)}{\varepsilon_{\lambda_1} L^0_{\lambda_1}(T)} = \frac{L^0_{\lambda_2}(T_c)}{L^0_{\lambda_1}(T_c)}$$

Luminance du corps à T et λ_1

Emissivité à λ_1

Luminance du corps noir équivalent à T_c et λ_1

En appliquant la loi de Planck simplifiée, on obtient :

$$\frac{\varepsilon_{\lambda_2} C_1 \lambda_2^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda_2 T}}}{\varepsilon_{\lambda_1} C_1 \lambda_1^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda_1 T}}} = \frac{C_1 \lambda_2^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda_2 T_c}}}{C_1 \lambda_1^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda_1 T_c}}} \Rightarrow \frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}} \frac{e^{-\frac{C_2}{\lambda_2 T}}}{e^{-\frac{C_2}{\lambda_1 T}}} = \frac{e^{-\frac{C_2}{\lambda_2 T_c}}}{e^{-\frac{C_2}{\lambda_1 T_c}}} \Rightarrow$$

$$\ln\frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}} + \ln\frac{e^{-\frac{C_2}{\lambda_2 T}}}{e^{-\frac{C_2}{\lambda_1 T}}} = \ln\frac{e^{-\frac{C_2}{\lambda_2 T_c}}}{e^{-\frac{C_2}{\lambda_1 T_c}}} \Rightarrow \ln\frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}} - \frac{C_2}{\lambda_2 T} + \frac{C_2}{\lambda_1 T} = -\frac{C_2}{\lambda_2 T_c} + \frac{C_2}{\lambda_1 T_c}$$

$$\Rightarrow \ln\frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}} - \frac{1}{T}\left(\frac{C_2}{\lambda_2} - \frac{C_2}{\lambda_1}\right) = \frac{1}{T_c}\left(\frac{C_2}{\lambda_1} - \frac{C_2}{\lambda_2}\right)$$

$$\ln\frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}} = \left(\frac{C_2}{\lambda_2} - \frac{C_2}{\lambda_1}\right)\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_c}\right)$$

$$\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} = \ln\frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}}\frac{1}{C_2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)} = -\ln K\,\frac{1}{C_2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}$$

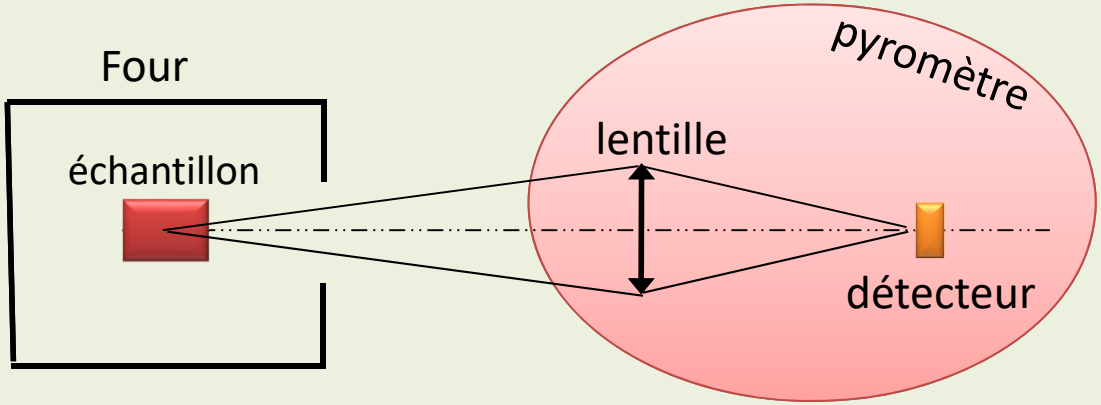
On a posé : $K = \dfrac{\varepsilon_{\lambda_1}}{\varepsilon_{\lambda_2}}$

Corps noir : $\varepsilon_{\lambda 1} = \varepsilon_{\lambda 2} = 1 \Rightarrow T_c = T$

Corps réel : T_c est > ou < T selon le rapport K

Appareils de mesure

Schéma général : dispositif optique (lentille ou miroir) qui forme une image de la source sur un détecteur (photoélectrique ou œil).



- l'image doit couvrir entièrement la surface du détecteur
- l'angle solide du faisceau est constant et indépendant de la source (on peut aussi utiliser un diaphragme)
- la distance de visée est imposée par le constructeur du pyromètre.

Remarque: l'appareil assimile à priori toujours l'échantillon à un corps noir

Différents types de pyromètres

❖ PYROMÈTRE À RADIATION TOTALE

Il mesure des intervalles spectraux très larges (0,6 à 40µm ou 2 à 20µm)

On récupère la totalité de l'énergie ⇒ **luminance totale**

On mesure la T du récepteur ⇒ $\mathbf{T_{radiance}}$ car luminance totale

Lien entre $T_{radiance}$ et $T_{réelle}$ est ε : $T_r = \varepsilon^{1/4}\, T$ ⇨ $$T = \frac{T_r}{\varepsilon^{1/4}}$$

❖ PYROMÈTRE MONOCHROMATIQUE (voir TP Thermique)

Même principe mais la mesure se fait pour une longueur d'onde donnée.

On obtient la luminance pour cette λ : $L^0_\lambda(T_\lambda)$

On mesure la T du récepteur ⇒ $\mathbf{T_{luminance}}$ car luminance à 1 λ

Lien entre $T_{luminance}$ et $T_{réelle}$ est ε_λ : $$\frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T} = -\frac{\lambda}{C_2}\ln \varepsilon_\lambda$$ ⇨ $$T = \frac{1}{\frac{1}{T_\lambda} + \frac{\lambda}{C_2}\ln \varepsilon_\lambda}$$

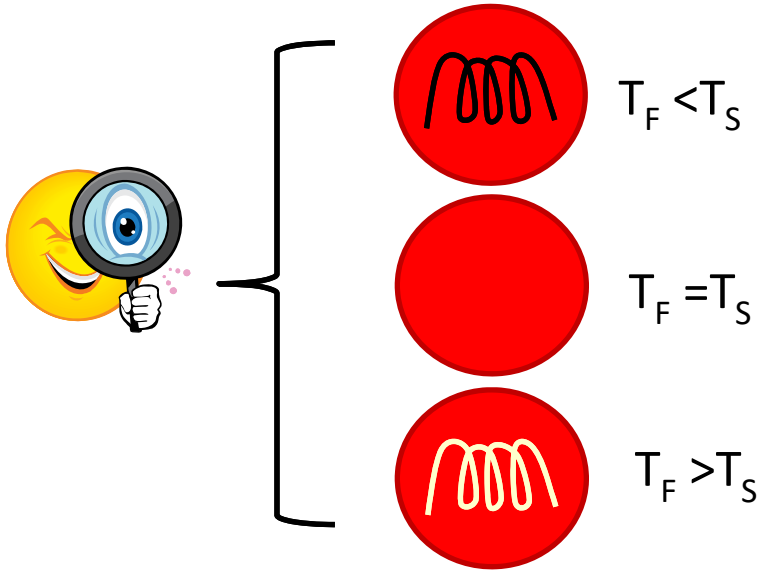
Différents types de pyromètres

❖ **PYROMÈTRE À DISPARITION DE FILAMENT** (voir TP Thermique)

Principe : comparaison de la luminance monochromatique $L_\lambda(T)$ de l'image de la source (donnée par l'objectif) à celle d'un filament étalonné à l'aide d'un corps noir.

Le filament est alimenté en intensité variable et on recherche, "à l'oeil nu'' ou automatiquement, l'égalité des luminances

$T_F = T_{filament}$ et $T_S = T_{source}$



Différents types de pyromètres

❖ **PYROMÈTRE BICHROMATIQUE** (voir TP Thermique)

Principe : on mesure le rapport de 2 luminances à 2 longueurs différentes λ_1 et λ_2 :

$$\frac{L^0_{\lambda_2}(T_c)}{L^0_{\lambda_1}(T_c)}$$

On mesure la T du récepteur ⇒ $\mathbf{T_{couleur}}$ car rapport à 2 λ

Lien entre $T_{couleur}$ et $T_{réelle}$ est :

$$\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} = -\ln K \frac{1}{C_2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{1}{\frac{1}{T_c} + \ln K \frac{1}{C_2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}}$$

avec $K = \frac{\varepsilon_{\lambda_1}}{\varepsilon_{\lambda_2}}$

Tc ne dépend pas de $\varepsilon_{\lambda 1}$ et $\varepsilon_{\lambda 2}$ mais uniquement du rapport K

Comme λ_1 est proche de λ_2, K~1 et T~T_c