

## Contrôle continu 2 – Chaleur et magnétisme 2020-2021

### Refroidissement d'une coulée de lave.

Une coulée de lave de composition basaltique se refroidit au contact de l'air et du sol et se solidifie au cours du temps depuis la surface de refroidissement, jusqu'en son cœur. Le but de l'exercice est d'essayer de quantifier le temps nécessaire à la formation d'une croûte rigide au-dessus de la coulée.

On considère que la température de la lave qui s'écoule est de 1200°C, et que cette température correspond à celle liquidus (point de transition entre l'état liquide et le début de cristallisation). On considère que la température du rigidus, température à laquelle la lave devient rigide, est d'environ 900°C. La lave se refroidit au contact de l'air à 0°C et a une diffusivité thermique de  $1 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

La question que l'on se pose est la suivante : quelle est le temps de refroidissement nécessaire pour obtenir une croûte rigide (donc de température inférieure ou égale à 900°C) d'environ 50cm d'épaisseur ?

- 1) Définir par un schéma la géométrie du problème réel, dans toute sa complexité, ainsi que les processus mis en jeu.
- 2) Définir les conditions aux limites à l'état initial et à l'état final (temps infini).
- 3) Définir à priori les directions des flux de chaleur et isothermes dans la coulée.

Vous ne disposez que des résultats de la résolution de l'équation de la chaleur dans le cas du refroidissement d'un demi-espace infini suivant une seule direction (1D).

- 4) Définir ce qu'est un demi-espace.
- 5) Quelle hypothèse suppose l'utilisation d'un demi-espace ?
- 6) Quelle hypothèse permet de supposer un transfert de chaleur 1D ?

Dans le cadre d'un refroidissement d'un demi-espace, on peut écrire la relation générale suivante :

$$T(z,t) = T_1 + (T_1 - T_2) \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

- 7) Définir dans le problème posé les variables  $z$  et  $t$ , les paramètres  $D$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .
- 8) Calculez le temps nécessaire pour qu'une couche rigide de 50 cm d'épaisseur se soit créée.
- 9) Au bout d'une journée, quelle est l'épaisseur de la couche rigide ? Au bout d'un an ?
- 10) Pour les temps assez longs, quelles sont les limitations de ce modèle ?
- 11) Lors du refroidissement, la lave se solidifie par cristallisation. Ce processus produit de la chaleur. Si on considère cet effet, les calculs précédents donnent-ils une estimation haute ou basse des épaisseurs (question 8) et des temps (question 9) ?

Tabulation de la fonction erreur.

x	erfx	erfc x
0	0	1
0,05	0,056372	0,943628
0,1	0,112463	0,887537
0,15	0,167996	0,832004
0,2	0,222703	0,777297
0,3	0,328627	0,671373
0,4	0,428392	0,571608
0,5	0,5205	0,4795
0,6	0,603856	0,396144
0,7	0,677801	0,322199
0,8	0,742101	0,257899
1	0,842701	0,157299
1,2	0,910314	0,089686
1,4	0,952285	0,047715
1,6	0,976348	0,023652
1,8	0,989091	0,010909
2	0,995322	0,004678
2,5	0,999593	0,000407
3	0,999978	2,2E-05