

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER
FACULTÉ D'ÉCONOMIE
Année universitaire 2018-2019 - EXAMENS

Année d'étude : Master 1
Matière : Théorie des jeux
Semestre : 1

Enseignant : M. Beaud
Durée : 2h
Session : 1

Documents autorisés : non

Dictionnaires autorisés pour les étudiants non francophones : oui

Calculatrices non programmables autorisées : non

L'utilisation du téléphone portable durant les épreuves est formellement interdite.

Exercice 1 (14pts)

Deux joueurs (le joueur 1 et le joueur 2) participent à une version simplifiée d'un jeu de poker. Tout d'abord, chaque joueur paye **1** euro pour participer au jeu. Le joueur 1 tire une carte d'un jeu contenant autant de cartes noires (trèfle ou pic) que de cartes rouges (cœur ou carreau), et reste le seul à en observer la couleur. Il a alors le choix entre miser **1** euro supplémentaire (action **M**) ou ne pas miser et se coucher (action **C**). Si le joueur 1 se couche, le jeu s'arrête et le joueur 2 remporte la mise initiale du joueur 1. Si le joueur 1 décide de miser, le joueur 2 a alors le choix entre suivre en misant également **1** euro (action **S**) ou se coucher (action **C**). Si le joueur 2 se couche, le joueur 1 remporte la mise initiale du joueur 2. Si le joueur 2 décide de suivre, le joueur 1 doit montrer sa carte. Si cette carte est rouge le joueur 1 remporte le pot. Si cette carte est noire le joueur 2 remporte le pot.

L'utilité d'un gain monétaire est supposée être égale au montant de ce gain, les joueurs sont neutres au risque et maximisent leur espérance de gain.

Tous les éléments ci-dessus sont *connaissance commune*.

1. Représentez le jeu sous forme extensive et sous forme stratégique. (4pts)
2. Représentez le jeu sous forme stratégique et déterminez l'équilibre de Nash du jeu. Faire une représentation graphique des fonctions de meilleure réponse et identifier l'équilibre de Nash. (4pts)
3. Traduire la stratégie d'équilibre du joueur 1 en une stratégie de comportement (i.e. avec quelle probabilité mise-t-il sachant que sa carte est rouge et avec quelle probabilité mise-t-il sachant que sa carte est noire ?). (4pts)

Exercice 1 (suite)

4. On note β la probabilité que le joueur 2 attribue à la possibilité que le joueur 1 soit en possession d'une carte rouge sachant que le joueur 1 a misé. Calculez cette probabilité à l'équilibre de Nash. Vérifiez la condition de rationalité séquentielle pour le joueur 2. (2pts)

Exercice 2 (6pts)

Considérons deux entreprises. L'entreprise 2 est en situation de monopole sur le marché tandis que l'entreprise 1 est un entrant potentiel. L'entreprise 1 joue en premier et choisit d'entrer (action \mathbf{E}) ou non (action $\bar{\mathbf{E}}$) sur le marché. Ce choix est parfaitement observé par l'entreprise 2. Si l'entreprise 1 décide de ne pas entrer (action $\bar{\mathbf{E}}$), le jeu se termine. L'entreprise 1 obtient un paiement égal à $\mathbf{0}$ et l'entreprise 2 obtient un paiement égal à $\mathbf{2}$.

Il existe deux segments dans le marché : un segment rentable et un segment non rentable. Si l'entreprise 1 décide d'entrer, les deux entreprises choisissent simultanément quel segment occuper : le segment rentable (action \mathbf{R}) ou le segment non rentable (action $\bar{\mathbf{R}}$). Les deux entreprises perdent de l'argent si elles choisissent le même segment. Précisément, chaque entreprise obtient un paiement égal à $-\mathbf{3}$ lorsque les deux entreprises choisissent le segment rentable, et chaque entreprise obtient un paiement égal à $-\mathbf{6}$ lorsque les deux entreprises choisissent le segment non rentable. Si les entreprises choisissent des segments différents, celle qui occupe le segment rentable obtient un paiement égal à $\mathbf{1}$ tandis que celle qui occupe le segment non rentable obtient un paiement égal à $-\mathbf{1}$.

1. Représentez le jeu sous forme extensive. (2pts)
2. Représentez le jeu sous forme stratégique et identifiez le ou les équilibres de Nash en stratégies pures. (2pts)
3. En raisonnant par induction à rebours et en stratégies pures, déterminez le ou les équilibres de Nash parfaits en sous-jeux. (2pts)