

---

## Outils mathématiques 2 – DS de janvier 19

Merci de répondre directement sur ce document de 4 pages. Aucune feuille supplémentaire ne sera acceptée.  
Durée : 90 min. Calculatrice et formulaire A4 recto-verso manuscrit autorisés.

---

NOM :

GROUPE :

NOTE :

/20

---

1. Prolonger par continuité la fonction  $f(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2}$  en  $x = 1$  (1,5 pt)

2. Soit  $g(x) = \frac{\arcsin x}{x}$  : (3 pt)

(a) Déterminer  $\mathcal{D}_g$ , l'ensemble de définition de  $g$  et préciser sa parité.

(b) Déterminer  $\tilde{g}$ , le prolongement par continuité en 0 de  $g$ .

(c) Etudier la dérivabilité de  $\tilde{g}$  en 0.

3. Déterminer toutes les racines du polynôme  $P(x) = x^4 - 6x^2 - 8x - 3$  sachant qu'il admet une racine triple. (3 pt)

4. Donner toutes les primitives des fractions rationnelles suivantes :

(a)  $f_1(x) = \frac{x^4 - x^3 - x^2 + 5x}{(x-1)^2(x+1)}$  (3 pt)

$$(b) f_2(x) = \frac{7x - 16}{(x - 4)(x - 2)(x - 1)} \quad (1 \text{ pt})$$

$$(c) f_3(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 3}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} \quad (2 \text{ pt})$$

5. Calculer les intégrales suivantes :

$$(a) \int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 2)^3} dx \quad (1,5 \text{ pt})$$

(b)  $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} 4x \cos(x^2) dx$  (1,5 pt)

6. Dériver les fonctions suivantes :

(a)  $h_1(x) = \exp[\sqrt{x^3 - 1}]$  (1 pt)

(b)  $h_2(x) = \arccos(x^2 + 1)$  (1 pt)

7. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction  $f(x) = \ln(1 + x + x^2)$  admet-t-elle une bijection réciproque?  
(1,5 pt)