

LA THEORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES

*Un levier pour penser et organiser les situations
d'enseignement et d'apprentissages (2)
L'exemple de l'agrandissement du Puzzle (Brousseau)*

Viviane DURAND-GUERRIER

Université Montpellier 2,

Les mathématiques ne sont pas seulement un langage.

Apprendre des mathématiques ne se limite pas à apprendre un texte du savoir.

Les mathématiques se caractérisent par l'activité de résolution de problèmes.

Les connaissances mathématiques se construisent dans un processus dialectique action - formulation -validation.

Le milieu

(d'après Brousseau, 1986, 1998, pp. 92-94)

Le milieu est le système antagoniste de l'élève. Dans une situation d'action, on appelle "milieu" tout ce qui agit sur l'élève.

Le milieu est organisé par le maître afin de provoquer la production pertinente de comportements qui sont des indices de l'appropriation en cours du savoir visé. Un milieu a-didactique est supposé provoquer les adaptations et les apprentissages visés comme réponse aux rétractions du milieu.

Le milieu

(d'après Brousseau, 1986, 1998, pp. 92-94)

On appelle *rétroaction du milieu* une information particulière fournie par le milieu : c'est-à-dire une information qui est reçue par l'élève comme une sanction, positive ou négative, relative à son action et qui lui permet d'ajuster cette action, d'accepter ou de rejeter une hypothèse, de choisir entre plusieurs solutions.

N.B. Dans certains cas, les actions du sujets peuvent être des actions mentales non visibles.

Le milieu

(commentaires)

Le milieu comporte des éléments matériels (par exemple règles, compas, équerres, énoncé de problème, figures etc..) ; des éléments cognitifs (les connaissances anciennes des élèves, stabilisées, en lien avec la situation ; une composante sociale (organisation du travail des élèves)).

Certains éléments du milieu organisé par l'enseignant peuvent ne pas être reconnus comme tel par l'élève. Un élément identifié par l'élève fait partie du milieu objectif de l'élève ; certains éléments non prévus par le professeur peuvent être dans le milieu objectif de l'élève.

Un milieu sans intention didactique (un milieu non didactique) n'est pas suffisant pour que le sujet construise toutes les connaissances mathématiques requises par la société.

N.B. Ceci ne signifie évidemment pas que l'on n'apprend rien dans un milieu non didactique.

Une situation didactique

- a une intention didactique
- est organisée par le professeur
- produit un milieu antagoniste pour l'élève, afin que, pour l'élève, tout se passe comme si la situation n'était pas didactique : les rétroactions du milieu permettent des adaptations (voir cours du 2 février).

Lorsque le milieu permet ceci sans aucune intervention de l'enseignant relative au savoir, et sans tenir compte des attentes de l'enseignant, on dit que l'élève est dans une situation adidactique (*il s'agit d'une sorte de fiction, l'élève acceptant de prendre la responsabilité de l'établissement de la solution au problème ; ceci est en lien étroit avec la dévolution*)

Le puzzle

une situation avec un fort potentiel adidactique

- L'enjeu de cette situation est que *les élèves rejettent explicitement les procédures faisant intervenir les entiers* (on parle souvent de modèle additif pour parler de ces procédures d'agrandissement) et *construisent au moins implicitement une règle de rejet* que l'on peut formuler ainsi: si $a+b=c$ dans le puzzle initial, alors $f(a+b)=f(a)+f(b)$ dans le puzzle agrandi (sinon les morceaux ne s'agencent pas!).
- Le rejet de ce modèle additif devient alors constitutif du sens de la multiplication par un nombre rationnel. L'application linéaire, solution de ce problème, est $7/4$ c'est-à-dire un rationnel - application. (Bessot, 2003, p. 12)

La situation mathématique et la situation didactique mise en œuvre sont telles que :

- Le professeur peut rester neutre vis à vis des connaissances en jeu dans la situation.
- Il existe une procédure de base qui s'appuie sur les connaissances sur les entiers et les opérations sur les entiers
- Il existe un milieu pour la validation de la procédure : les élèves peuvent savoir si leur procédure est correcte ou non sans que l'enseignant intervienne.
- Cette procédure de base est insuffisante ; en effet, la procédure correcte fait appel aux rationnels

L'apprentissage est une modification du rapport au savoir produite par l'élève lui-même, que le professeur peut provoquer en choisissant des valeurs pertinentes pour les variables de la situation (*variables didactiques*).

Variable didactique

(d'après Bessot, 2003, Cours M2R)

On appelle variable didactique, dans une situation comportant une dimension adidactique, une variable à la disposition de l'enseignant dont les valeurs pertinentes changent la hiérarchie des stratégies de résolution ou changent la stratégie optimale de la situation, et donc la connaissance visée.

Pour une situation mathématique donnée, l'enseignant peut faire un choix en rapport avec son projet d'enseignement, choix objectivé comme une valeur de cette variable. Les autres valeurs représentent d'autres choix possibles non retenus qu'il est important de décrire pour comprendre la signification du savoir dans la situation particulière. (p.14)

Les variables didactiques de la situation du Puzzle

La première variable est le couple (n, p) , où n est la valeur initiale et p la valeur finale.

Cette variable peut prendre plusieurs valeurs

1. p est un multiple entier de n ; le problème peut se traiter dans le modèle additif (addition itérée).
2. p est de la forme $n + n/2$ (ou $kn + n/2$) : les élèves peuvent penser à « rajouter la moitié » ; ceci est lié à la linéarité. $f(a + kb) = f(a) + kf(b)$
3. Le rapport p/n est un décimal ; on peut éventuellement se ramener à des procédures entières
4. Le rapport p/n n'est pas un décimal ; on ne peut plus rester dans les entiers avec une procédure additive.

Cette variable didactique met en jeu le sens de la multiplication par un rationnel. Il s'agit de passer du modèle « entier, addition itérée » au modèle « rationnel, multiplication ».

La deuxième variable V2 est l'organisation du travail des élèves

Ici : *concertation en équipe, travail individuel, confrontation au sein de l'équipe*

Cette variable est constitutive du caractère adidactique de la situation

La troisième variable est V3 est la configuration du puzzle

- Pièces qui s'ajustent même avec une procédure additive
- Pièces qui ne s'ajustent pas avec une procédure additive

Cette variable est liée aux connaissances du sujet et à la connaissance visée

On peut ajouter une quatrième variable didactique
V4 : le matériel mis à la disposition des élèves

- Absence de matériel géométrique hors règle graduée
- Présence de matériel géométrique : règle graduée, équerre, compas, guide âne, papier quadrillé etc..

Cette variable didactique renvoie à l'organisation du milieu ; on peut changer sa valeur entre la première phase de la situation (mise en évidence de la non pertinence du modèle additif) et la deuxième phase (recherche d'un nouveau modèle). La mise à disposition du matériel géométrique peut favoriser l'apparition du modèle multiplicatif par mesurage des pièces agrandies en respectant la forme.

Le modèle élaboré par Brousseau est pertinent pour élaborer des situations didactiques, pour lesquelles les conditions offrant les meilleures opportunités pour l'apprentissage sont déterminées de manière assez précise.

Les problèmes qui servent à élaborer de telles situations sont choisis de manière à être porteur du sens de la connaissance visée.

On retiendra les situations qui ont fait leurs preuves lors de nombreuses expérimentations.

Ceci nécessite a minima les conditions suivantes :

1. l'élève est capable de proposer une réponse (basée sur ses connaissances antérieures stabilisées), mais ce n'est pas la réponse qui doit être apprise (sinon, il n'y a rien à apprendre) ;
2. sa réponse doit apparaître rapidement comme inadéquate, afin que l'élève ait à adapter et modifier ses connaissances ;
3. la connaissance visée par le professeur est a priori nécessaire pour donner la réponse correcte;
4. il y a un milieu pour la validation ; le milieu produit des rétroactions pertinentes ;
5. en choisissant des valeurs pour des variables pertinentes, il est possible d'engendrer toutes les situations que l'on souhaite (*Postulat épistémologique de l'existence d'une "situation fondamentale" pour une connaissance donnée*)

- *Un postulat important est qu'il est possible de trouver une situation fondamentale pour chaque concept mathématique.*
- *Mais ce programme est très loin d'être satisfait, et de nombreux auteurs pensent que ce n'est pas possible.*
- *La recherche de situations fondamentales nécessite une étude croisée entre épistémologie et didactique et mises en œuvre permettant la confrontation à la réalité de la classe.*
- *Cette recherche, même si elle n'aboutit pas toujours, est une invitation à la créativité didactique, dans un va et vient entre analyses a priori, mises en œuvre et analyses a posteriori.*

