

## L2 - Techniques mathématiques EEA - HLMA306

### Exercices de révision sur les nombres complexes (et la trigonométrie)

#### Exercice 1

Placer dans le plan les points correspondants aux nombres complexes suivants :

- (1)  $z_1 = i$     (2)  $z_2 = 1 + i$     (3)  $z_3 = -2 + 2i$   
(4)  $z_4 = e^{-i\pi/3}$     (5)  $z_1 + z_3$     (6)  $z_2 - z_4$

#### Exercice 2

Mettre sous la forme algébrique ( $z = x + iy$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ ) les nombres complexes suivants :

- (1)  $(1 + 2i)^4$     (2)  $\frac{1+i}{1-i}$     (3)  $\frac{3+6i}{3-4i}$     (4)  $\frac{(1+i)^2}{(2-i)^2}$   
(5)  $2e^{i\pi/3}$     (6)  $-5e^{-i\pi/4}$     (7)  $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-1}$     (8)  $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$   
(9)  $\frac{(1+i)^2}{(2-i)^2}$     (10)  $\frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$     (11)  $\frac{2+5i}{1-i} + \frac{2-5i}{1+i}$

#### Exercice 3

Mettre sous la forme polaire ( $z = re^{i\theta}$ ,  $r \in \mathbb{R}_+$ ,  $\theta \in [0, 2\pi[$ ) les nombres complexes suivants :

- (1)  $1 + i\sqrt{3}$     (2)  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}$     (3)  $\sqrt{6} + i\sqrt{2}$     (4)  $\frac{\sqrt{6} + i\sqrt{2}}{1-i}$

#### Exercice 4

En utilisant la formule d'Euler,  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ , retrouver les formules suivantes :

- $\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{i\theta} + e^{-i\theta})$  et  $\sin \theta = \frac{1}{2i} (e^{i\theta} - e^{-i\theta})$
- $\cos^2 \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta)$ ,  $\sin^2 \theta = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta)$ ,  $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$
- $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ ,  $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$   
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$ ,  $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$