

# Sujets d'examens

UM1, UFR AES, licence1, 2013-2014, semestre 2

*Les sujets sont fournis à titre indicatif et ne sauraient engager l'équipe pédagogique sur un type précis de sujet*

L1  
S2  
15

**FACULTE D'ADMINISTRATION ECONOMIQUE ET SOCIALE**  
**Droit civil – Droit des obligations**  
**Cours : Caroline Raja**  
**Année 2013/2014**

**Licence AES 1<sup>ère</sup> Année - Semestre 2 - 1<sup>ère</sup> session**  
**Mardi 29 avril 2014**  
**14h00-16h00**

**Document autorisé : Code civil**

***Veillez résoudre les cas pratiques***

**Cas n° 1 (8 points)** : En 2002, Adrien et Charlotte, alors jeunes mariés, ont fait construire une villa sur un terrain aux alentours de Montpellier. Ils ont fait appel à la société « *Maison et Tendance* », très connue dans la région pour la qualité de ses constructions. La maison, achevée en mars 2003, est encore en parfait état. Toutefois, l'installation de chauffage ne fonctionne plus depuis plusieurs mois. En janvier 2014, Adrien a contacté un expert, qui lui a indiqué que l'installation de plomberie est défectueuse, et qu'il est nécessaire de procéder à son remplacement. Furieux, il s'est adressé au directeur de la société « *Maison et Tendance* », afin de l'informer des défauts de l'installation et d'obtenir une participation financière. Ce dernier lui a toutefois répondu que sa société n'est pas concernée. Il lui apprend, en effet, que chauffage a été réalisée par l'un de ses sous-traitants, l'entreprise « *Lodupuits* ». Après avoir contacté le sous-traitant, Adrien est découragé. Celui-ci lui a rétorqué que « *la garantie décennale est forclosée* ». Adrien vous demande si des actions sont encore possibles.

**Cas n° 2 (12 points)** : Mme Lamar dirige depuis plusieurs années une maison médicalisée pour personnes âgées. Elle vous fait part de ses interrogations, car elle rencontre depuis quelques semaines des difficultés importantes au sein de l'établissement. Le 24 mars, l'un des résidents, M. Chalot, est sorti sans autorisation de la maison de retraite pour une promenade. Il s'est rendu sans encombre jusqu'à la station de tramway la plus proche, mais une fois descendu, il est tombé et s'est brisé le fémur. La fille de M. Chalot est très mécontente, et a menacé Mme Lamar d'une action en justice... Son père devra en effet rester alité durant une longue période, ce qui va nécessiter, au-delà des souffrances morales et physiques qu'il subit, une prise en charge médicale fort coûteuse et contraignante à son âge avancé. Mme Lamar vous informe également qu'elle craint qu'un litige ne s'élève avec la famille d'un autre pensionnaire. Il y a quelques jours, Tyffanie, l'infirmière qu'elle vient tout juste d'embaucher, a commis une erreur dans le traitement de Mme Ramel, une résidente âgée de 93 ans. Elle lui a administré une double dose de somnifères. Mme Ramel dort depuis trois jours, et son état est préoccupant. Tyffanie a pourtant respecté la prescription du médecin chef, le Docteur Talan. Ce dernier est furieux car, selon lui, Tyffanie aurait dû vérifier la notice. Enfin, Mme Lamar vous apprend que le petit-fils de M. Rambar a glissé ce matin sur un tas de feuilles mortes se trouvant devant l'entrée de la maison de retraite et s'est brisé l'avant bras. Il est vrai que, depuis la démission du jardinier, le 29 février, les feuilles se sont entassées devant l'entrée...

1p

L-1  
S2  
15

LICENCE A.E.S., 1<sup>ÈRE</sup> ANNÉE  
ANNÉE UNIVERSITAIRE 2013-2014

**DROIT CONSTITUTIONNEL  
DE  
LA V<sup>E</sup> RÉPUBLIQUE**

Examen  
Semestre 2  
1<sup>ÈRE</sup> session

Patrice Ndiaye

23 avril 2014  
10h-12h

Traitez, au choix, l'un des deux sujets suivants :

1<sup>er</sup> sujet : L'évolution du rôle du Conseil constitutionnel  
sous la V<sup>e</sup> République

2<sup>nd</sup> sujet : À partir de l'extrait du texte ci-après reproduit répondez aux questions suivantes :

- 1°) Présentez le document, son auteur et son contexte. (2 points)
- 2°) Pourquoi le Premier ministre demande la confiance à l'Assemblée nationale ? En quoi cette procédure est-elle une caractéristique du régime parlementaire (3 points)
- 3°) Présentez les moyens dont dispose l'Assemblée nationale pour renverser le Gouvernement. Ces moyens permettent-ils aux députés d'exercer efficacement leur fonction de contrôle du Gouvernement ? Le Sénat dispose-t-il des mêmes moyens ? (5 points)
- 4°) Le Gouvernement est-il politiquement responsable devant le Président de la République selon le texte de la constitution ? Selon la pratique politique ? (5 points)
- 5°) Présentez et expliquez les circonstances dans lesquelles le Président de la République ne peut pas révoquer son Premier ministre. (3 points)
- 6°) Au regard de l'évolution des institutions depuis 1958, vous indiquerez quelle est la nature du régime de la V<sup>e</sup> République. (2 points)

1/2

Déclaration de politique générale du Gouvernement prononcée par M. le Premier ministre, Manuel Valls, 8 avril 2014 (extraits)

« Monsieur le président,  
Mesdames et messieurs les députés,

Trop de souffrance, pas assez d'espérance : telle est la situation de la France. C'est conscient de cette réalité que je me présente devant vous. Les Français nous regardent ; ils attendent beaucoup de nous et mon devoir est de me hisser à la hauteur de leur exigence.

[...]

Par leur vote ou par leur abstention historique lors des dernières élections municipales, ils ont dit leur déception, leur doute, leur mécontentement et, parfois, leur colère. Ils ont dit leur peur de l'avenir – leur avenir et celui de leurs enfants.

[...]

Et puis il y a aussi cette exaspération quand, à la feuille de paie déjà trop faible, s'ajoute la feuille d'impôt trop lourde. Enfin, ils ont exprimé leur soif de justice. J'ai entendu leur voix. J'ai aussi entendu leur silence. Ils se sont prononcés contre l'impuissance politique. Ils veulent des résultats concrets en matière d'emploi, de lutte contre la précarité et contre la vie chère. Ce message, très clair, le Président de la République l'a entendu. Il en a tiré les enseignements politiques. Et c'est conscient de la responsabilité que m'a confiée le chef de l'État que je me présente devant vous, pour ouvrir – oui, pour ouvrir – une nouvelle étape du quinquennat.

[...]

Une démocratie forte, c'est un Parlement respecté. La Constitution de notre Cinquième République, à laquelle je suis très attaché, précise clairement les choses : l'exécutif détermine le cap, et le Parlement « vote la loi, contrôle l'action du Gouvernement et évalue les politiques publiques ». Je connais les attentes de la majorité parlementaire. Je les partage, et je veux travailler avec elle sur la base d'un contrat équilibré qui nous engage mutuellement. Je veux définir un mode de travail performant avec les socialistes, les radicaux, les citoyens, mais aussi avec les écologistes. Et je dis au groupe GDR\* que je n'ai pas d'adversaire à gauche et que nous pouvons avancer ensemble sur beaucoup de sujets, dans l'intérêt de la France. Gouverner, c'est écouter l'ensemble de la représentation nationale, et donc l'opposition.

[...]

Et je vous demande le cœur battant pour la France de m'accorder votre confiance. Pour qu'ensemble, cette confiance, nous la rendions aux Français ! »

Résultat du scrutin sur la déclaration de politique générale du Gouvernement :

Nombre de votants 571

Nombre de suffrages exprimés 545

Majorité absolue des suffrages exprimés 273

Pour l'approbation 306

Contre 239

L'Assemblée nationale a approuvé la déclaration de politique générale du Gouvernement.

---

\*Groupe de la Gauche Démocrate et Républicaine

Université Montpellier I  
UFR Administration Economique et Sociale  
Licence 1

L. A  
S. 2  
15

## HISTOIRE CONTEMPORAINE

Semestre 2 – 1<sup>ère</sup> session 2013-2014

Durée de l'épreuve : 2 heures

Cours : Sandrine MICHEL

### Sujet :

Avec le capitalisme, un nouveau type de croissance économique voit le jour. Une organisation des sociétés adaptée va progressivement se mettre en place ; les Etats participent de ce mouvement.

A partir d'exemples de pays et d'instruments monétaires et financiers liés au capitalisme industriel, expliquez comment la dette publique devient un mode de financement permanent et instable du financement des Etats

### Consignes :

Une copie double maximum avec introduction et conclusion rédigées et un plan détaillé.  
Documents autorisés.

Bon travail.

15

Université Montpellier I  
UFR Administration Economique et Sociale  
Licence 1

L1  
S2  
20

## **HISTOIRE CONTEMPORAINE**

**Semestre 2 – 2ème session 2013-2014**

**Durée de l'épreuve : 2 heures**

Cours : Sandrine MICHEL

### **Sujet :**

Dès le début du capitalisme industriel, les Etats recourent à la dette dans des formes et pour des usages spécifiques.

Expliquez comment cela enclenche pour certains la prospérité et pour d'autres le déclin.

Vous citerez des exemples issus des 3 âges du capitalisme industriel.

### **Consignes :**

Une copie double maximum avec introduction et conclusion rédigées et un plan détaillé.

Documents autorisés.

Bon travail.

**FACULTE D'ADMINISTRATION ECONOMIQUE ET SOCIALE  
INTRODUCTION A LA GESTION**

**Cours : Olivier TORRES**

**Année 2013/2014**

**Licence AES 1<sup>ère</sup> Année - Semestre 2 - 1<sup>ère</sup> session**

**Mercredi 30 avril 2014**

**14h00-16h00**

L1  
S2  
AS

**Vous devez répondre aux 2 questions :**

**Quelles sont les différences entre l'école classique et l'école des relations humaines ? (10 points)**

**Existe-t-il une organisation idéale ? (10 points)**

49

L1  
S2  
15

**LICENCE ADMINISTRATION ECONOMIQUE ET SOCIALE**  
**L1 Second Semestre MACROECONOMIE**  
**EXAMEN FINAL 2014 – SESSION 1**  
**Durée de l'épreuve : 2 heures**  
**Calculatrice non autorisée – Aucun document**

**Question 1 : (8 points/20)**

Le tableau 1 ci-dessous est issu des Comptes Nationaux de l'INSEE et présente le PIB et les opérations sur biens et services pour l'année 2012.

**1a]** A partir du tableau 1, indiquez quel a été le taux de croissance de l'économie française en 2012 et commentez les facteurs de cette croissance.

**1b]** Présentez les principales limites du Produit Intérieur Brut en tant qu'indicateur de mesure de la croissance économique.

**Tableau 1 : Le PIB et les opérations sur biens et services**

	Évolution en volume aux prix de l'année précédente (en %)			2012			
	2010	2011	2012	En milliards d'euros	Évolution des prix (en %)	Évolution en valeur (en %)	Contribution à la croissance du PIB en volume
<b>Produit intérieur brut (PIB)</b>	1,7	2,0	0,0	2 032,3	1,5	1,5	0,0
Importations	8,9	5,1	-1,1	602,6	1,9	0,8	0,3
<b>Total des emplois finals</b>	<b>3,2</b>	<b>2,7</b>	<b>-0,2</b>	<b>2 634,9</b>	<b>1,6</b>	<b>1,4</b>	<b>-0,3</b>
Consommation effective des ménages, dont : dépense de consommation	1,6	0,8	0,0	1 500,6	1,6	1,7	0,0
- des ménages	1,5	0,5	-0,4	1 129,8	1,9	1,4	-0,2
- individualisable des administrations	1,7	1,5	1,4	326,3	1,0	2,4	0,2
Consommation collective des administrations publiques	2,0	-1,5	1,5	174,4	1,4	2,9	0,1
Formation brute de capital fixe, dont :	1,4	2,9	-1,2	401,8	1,7	0,5	-0,2
- entreprises non financières	6,6	3,1	-2,1	208,4	1,3	-0,8	-0,2
- ménages	-0,4	2,4	-0,3	110,5	2,3	2,1	0,0
- administrations publiques	-8,1	0,2	-0,5	63,7	2,2	1,7	0,0
Variations de stocks (contribution à la croissance)	0,1	1,1	-0,9	///	///	///	-0,9
Exportations	9,5	5,4	2,4	557,6	1,2	3,6	0,6

Source : Insee, comptes nationaux, base 2005.

**TSVP =>**

4/2

## **Question 2 : (12 points)**

Le texte 1 ci-dessous est un extrait d'un article paru dans le quotidien économique *Les Echos*.  
A partir du texte 1 **et en vous appuyant sur vos connaissances théoriques** :

**2a]** Expliquez le terme de « *mesure de soutien de la banque centrale* » employé dans le texte. Vous indiquerez notamment quels sont les objectifs et les modalités de la politique économique décrite sous ce terme.

**2b]** Représentez la politique menée par la Réserve fédérale à l'aide du graphique IS-LM, en expliquant votre graphique.

**2c]** D'un point de vue théorique, expliquez quelles sont les limites de la politique monétaire menée par la FED.

**TEXTE 1** « Le plein emploi est progressivement en vue »

Les Echos - 16 avril 2014

« L'économie américaine semble bien partie pour arriver progressivement à une situation de plein emploi, mais elle va encore avoir besoin pour un certain temps de **mesures de soutien de la banque centrale** du pays, a déclaré Janet Yellen, présidente de la Réserve fédérale. La banque centrale a ramené son taux directeur à un niveau proche de zéro à la fin de 2008, au plus fort de la crise financière, et a observé depuis un statu quo en la matière. Agacée par la lenteur de la reprise, la Fed souhaite que l'emploi revienne au meilleur niveau possible et de manière durable et que l'inflation revienne autour de 2% contre 1% actuellement. Le laps de temps durant lequel la Réserve fédérale maintiendra son principal taux directeur à un niveau proche de zéro dépendra de la distance entre les niveaux du taux de chômage et de l'inflation et les objectifs de la Fed et du temps qu'il faudra pour atteindre ces derniers, a ajouté Janet Yellen.

Elle a pour l'essentiel confirmé la posture de la banque centrale, soulignant qu'elle s'adapterait aux conditions économiques lorsqu'elle décidera de durcir la politique monétaire.

'A mesure que la reprise se déploie et que la santé de l'économie est retrouvée, il va de soi que nous devrons durcir notre politique monétaire pour éviter d'aller au-delà de nos objectifs. Nous concentrerons toute notre attention sur le **retrait des mesures de soutien** le moment venu'. Richard Fisher, président de la Fed de Dallas voit même le "QE3" (Quantitative Easing 3) s'arrêter d'ici l'automne, ajoutant toutefois avoir une idée moins précise du calendrier de remontée des taux. »

L1  
32  
25

**LICENCE ADMINISTRATION ECONOMIQUE ET SOCIALE**

**L1 Second Semestre MACROECONOMIE**  
**EXAMEN FINAL 2014 – SESSION 2**

**Durée de l'épreuve : 2 heures**  
**Aucun document - Calculatrice autorisée**

**Question 1 (14 points/20)** Les questions 5 et 6 sont indépendantes du reste de l'exercice

Soit une économie représentée par 3 agents - les ménages, les entrepreneurs et l'Etat - dont les fonctions de comportement sont les suivantes :

Fonction de consommation des ménages :  $C = cY_d + C_o$  avec  $C = 0.6Y_d + 214$

Fonction d'épargne des ménages :  $S = (1-c)Y_d - C_o$  avec  $S = 0.4Y_d - 214$   
avec  $Y_d$  : revenu disponible  $Y_d = Y - T$

Investissement autonome des entrepreneurs :  $I_o$  avec  $I_o = 226$

Budget de l'Etat :  $G_o$  : dépenses publiques avec  $G_o = 250$

$T_o$  : prélèvements fiscaux forfaitaires avec  $T_o = 250$

Le revenu global qui permet d'atteindre le plein emploi du facteur travail s'élève à  $Y_{PE} = 1650$ .  
On considère que le commerce extérieur est équilibré.

- 1 - Quelles sont les caractéristiques de cette économie qui vous indiquent que le modèle décrit est un modèle de type keynésien ?
- 2 - Donnez et commentez la condition d'équilibre macro-économique. Déterminez la valeur du revenu global d'équilibre  $Y_E$ . Cette situation est considérée comme la situation de référence.
- 3 - A partir de la situation de référence  $Y_E$ , l'Etat décide de pratiquer une politique de relance de la demande globale, en accroissant ses dépenses publiques de  $\Delta G = +120$ .  
Quel est l'effet recherché et attendu d'une telle politique ?  
Déterminez le nouveau revenu global d'équilibre  $Y_B$  atteint par l'économie et commentez la condition d'équilibre.
- 4 - A partir de la situation de référence  $Y_E$ , l'Etat décide de réduire les impôts d'un montant de  $\Delta T = -200$ .  
Calculez le revenu global d'équilibre  $Y_F$  atteint par l'économie à la suite de cet allègement fiscal et donnez la valeur du multiplicateur fiscal.  
Comparez l'effet multiplicateur obtenu dans ce cas avec celui associé à la politique d'augmentation des dépenses publiques (question 3).
- 5 - On introduit le marché monétaire dans le modèle étudié. Le niveau d'investissement est alors donné par la fonction  $I(i)$ . Expliquez comment évoluerait le multiplicateur des dépenses publiques dans ce cadre (la réponse ne nécessite aucun calcul).
- 6 - Indiquez quelles sont les limites des politiques budgétaires de relance par l'accroissement des dépenses publiques préconisées par Keynes.

**Question 2 (6 points sur 20)**

- 1 - Expliquez la différence entre la répartition primaire et la répartition secondaire (ou redistribution) du revenu.
  - 2 - Donnez la définition de la consommation finale effective des ménages.
- 1p

**I-** Une somme  $S$  est empruntée le 1<sup>er</sup> janvier 2014 à un taux d'intérêt annuel  $t$ .  
Deux modalités de remboursement sont envisagées:

1) L'emprunt sera remboursé en 4 ans par 4 versements (la somme  $B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2015, puis la somme  $2B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2016, puis la somme  $3B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2017 et enfin la somme  $4B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2018).

a) Donner le détail de l'évolution annuelle de la dette entre le 1<sup>er</sup> janvier 2014 et le 1<sup>er</sup> janvier 2018.  
On note  $K_n$  le montant de la dette le 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2014+n, avec  $n$  entier compris entre 0 et 4.

$$\text{Montrer que } \frac{B}{S} = \frac{(1+t)^4}{4 + 3(1+t) + 2(1+t)^2 + (1+t)^3}$$

Si l'on note  $J$  le montant total des intérêts versés en 4 ans, exprimer  $\frac{J}{S}$  en fonction de  $t$ .

b) Application numérique: Si  $t = 5\%$ : calculer  $\frac{B}{S}$ ,  $\frac{J}{S}$  et  $\frac{K_n}{S}$  pour  $n$  variant entre 0 et 4.

Si, de plus,  $S = 10000\text{€}$ , en déduire la valeur de  $B$  et celle de  $J$ .

2) L'emprunt sera remboursé en  $p$  années par le versement annuel d'une somme constante  $A$  (chaque 1<sup>er</sup> janvier à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2015). On note  $C_n$  le capital restant dû le 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2014+n (après le calcul des intérêts et le versement de la  $n^{\text{ième}}$  annuité  $A$ ), avec  $n$  entier inférieur ou égal à  $p$ .

a) Déterminer  $C_1$  et  $C_2$ . Etablir une relation entre  $C_n$  et  $C_{n+1}$ . Préciser la nature de la suite  $\{C_n\}$ .

$$\text{Démontrer que : } C_n = (1+t)^n \left[ S - \frac{A}{t} \right] + \frac{A}{t}$$

Préciser la valeur numérique de  $C_p$  et en montrer que:  $\frac{A}{S} = \frac{t}{1 - (1+t)^{-p}}$ .

Déduire des deux formules précédentes que:  $\frac{C_n}{S} = \left[ \frac{(1+t)^p - (1+t)^n}{(1+t)^p - 1} \right]$ .

Soit  $I$  le montant total des intérêts versés en  $p$  années. Exprimer  $I$  en fonction de  $S$ ,  $p$  et  $A$ .

Montrer que  $\frac{I}{S} = \frac{tp}{1 - (1+t)^{-p}} - 1$ .

b) Application numérique:

b1) S'il est possible de choisir entre les trois formules suivantes:  
rembourser pendant 5 ans à 4%, ou pendant 4 ans à 5%, ou pendant 3 ans à 6%,  
quelle est celle qui permet d'avoir le montant total d'intérêts le plus faible?

b2) Si  $t = 5\%$ :

déterminer à partir de quelle valeur de  $p$  le montant de l'annuité  $A$  est inférieur à 15% de  $S$ .

b3) Si  $t = 5\%$  et  $p = 4$ : Calculer  $\frac{A}{S}$  et  $\frac{I}{S}$ .

Détailler l'évolution annuelle de la dette en calculant  $\frac{C_n}{S}$  pour  $n$  variant entre 0 et 4.

Dans l'hypothèse d'un remboursement anticipé au bout de 2 ans, déterminer la somme supplémentaire qui doit être versée en plus de la 2<sup>ème</sup> annuité ainsi que le montant total des intérêts et l'économie réalisée.

**II-** Soit  $f(x) = x^2 \ln(x)$  ( $\ln(x)$  étant le logarithme népérien de  $x$ ).

Préciser le domaine de définition et les limites de  $f$  aux bornes de ce domaine.

Résoudre l'équation  $f(x) = 0$  et l'inéquation  $f(x) \leq 0$ .

Calculer l'intégrale  $I(a) = \int_a^1 f(x) dx$  à l'aide d'une intégration par parties.

Peut-on évaluer l'aire du domaine  $D$  délimité par la courbe de  $f$  et la partie de l'axe  $(Ox)$  correspondant à l'intervalle  $]0; 1]$ ?

**III-** Soit une série statistique double composée de 10 couples  $\{x_i, y_i\}$  telle que :

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 55, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 218, \quad \sum_{i=1}^{10} (x_i)^2 = 385, \quad \sum_{i=1}^{10} (y_i)^2 = 4940 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1075$$

Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ . Commenter ce résultat. En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer l'équation de la droite d'ajustement de  $y$  par rapport à  $x$ .

**IV-** Le tableau suivant donne les nombres de jours d'absence de chacun des 24 employés d'une même commune au cours d'une année civile (on note  $x_i$  ces nombres, pour  $i$  variant de 1 à 24) :

0	0	0	1	2	5	10	15	15	20	30	31
32	45	49	54	58	60	70	83	86	94	95	105

On donne :  $\sum_{i=1}^{24} x_i = 960$  et  $\sum_{i=1}^{24} (x_i)^2 = 66242$

- A) 1) Déterminer la médiane, le premier et le troisième quartile ainsi que la médiale. Expliquer la signification de ces diverses valeurs.
- 2) Calculer la moyenne et l'écart type (préciser le sens et l'intérêt de ces quantités). Cette moyenne est-elle un bon résumé de la série?
- 3) Que représentent les valeurs  $x_i$  supérieures ou égales à 70: d'abord en pourcentage du nombre total de valeurs, puis en pourcentage de la somme totale des valeurs?  
Même question concernant les valeurs inférieures ou égales à 5.
- B) 1) Calculer la moyenne de la série quand les 24 valeurs sont réparties dans les 3 classes suivantes:  
 $[0; 20[$  ,  $[20; 50[$  et  $[50; 110[$
- 2) Calculer à nouveau la moyenne à partir de cette autre répartition en 3 classes:  
 $[0; 40[$  ,  $[40; 80[$  et  $[80; 110[$
- 3) Comparer les valeurs de la moyenne obtenues en B)1), en B)2) et en A)2) ; préciser la somme totale des valeurs que l'on peut déduire de chacune des deux répartitions en classes et commenter

**Techniques quantitatives**

M.A. DUHEM

**Calculatrice autorisée**

Durée: 2 heures

L  
S  
2

**I-** Un épargnant souhaite se constituer un capital  $S$  en versant pendant plusieurs années de l'argent sur un compte rémunéré à un taux d'intérêt annuel  $t$  (les intérêts sont ajoutés au capital le 31 décembre de chaque année). Trois types de placement sont envisagés:

1) Le capital  $S$  est obtenu en 4 ans: l'épargnant effectue 4 versements (la somme  $B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2014, puis la somme  $2B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2015, puis  $3B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2016 et enfin  $4B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2017).

a) Préciser l'état du compte chaque année entre le 1<sup>er</sup> janvier 2014 et le 1<sup>er</sup> janvier 2018.

Montrer que 
$$\frac{B}{S} = \frac{1}{(1+t)^4 + 2(1+t)^3 + 3(1+t)^2 + 4(1+t)}$$

Si l'on note  $J$  le montant total des intérêts acquis en 4 ans, exprimer  $\frac{J}{S}$  en fonction de  $t$ .

b) Quand  $t = 5\%$ : calculer  $\frac{B}{S}$  et  $\frac{J}{S}$ . Si, de plus,  $S = 10\ 000\text{€}$ , calculer  $B$  et  $J$ .

2) Le capital  $S$  est obtenu en 4 ans: l'épargnant effectue 4 versements (la somme  $4B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2014, puis la somme  $3B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2015, puis  $2B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2016 et enfin  $B$  le 1<sup>er</sup> janvier 2017).

a) Préciser l'état du compte chaque année entre le 1<sup>er</sup> janvier 2014 et le 1<sup>er</sup> janvier 2018.

Montrer que 
$$\frac{B}{S} = \frac{1}{4(1+t)^4 + 3(1+t)^3 + 2(1+t)^2 + (1+t)}$$

Si l'on note  $J$  le montant total des intérêts acquis en 4 ans, exprimer  $\frac{J}{S}$  en fonction de  $t$ .

b) Quand  $t = 5\%$ : calculer  $\frac{B}{S}$  et  $\frac{J}{S}$ . Si, de plus,  $S = 10\ 000\text{€}$ , calculer  $B$  et  $J$ .

3) Le capital  $S$  est obtenu en  $p$  années: l'épargnant verse tous les ans une somme  $A$  (chaque 1<sup>er</sup> janvier à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2014).

On note  $C_n$  l'état du compte le 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2014+ $n$  (avant le versement de la somme  $A$ ), avec  $n$  entier compris entre 0 et  $p$ .

a) Déterminer  $C_0, C_1$  et  $C_2$ . Etablir une relation entre  $C_n$  et  $C_{n+1}$ . Préciser la nature de la suite  $\{C_n\}$ .

Démontrer que : 
$$C_n = \frac{A(1+t)}{t} [(1+t)^n - 1]$$

Indiquer la valeur numérique de  $C_p$  et en déduire que : 
$$\frac{A}{S} = \frac{t}{(1+t)[(1+t)^p - 1]}$$

Soit  $I$  le montant total des intérêts acquis en  $p$  années. Exprimer  $I$  en fonction de  $S, p$  et  $A$ .

Montrer que 
$$\frac{I}{S} = 1 - \frac{tp}{(1+t)[(1+t)^p - 1]}$$

b) Application numérique :

b1) On suppose que l'épargnant a le choix d'effectuer les versements: pendant 3 ans avec  $t = 5,5\%$ , ou pendant 4 ans avec  $t = 5\%$ , ou pendant 5 ans avec  $t = 4,5\%$ . Quel est parmi ces trois choix celui qui permet d'obtenir le montant total d'intérêts le plus élevé?

b2) Quand  $t = 5\%$ , à partir de quelle valeur de  $p$  a-t-on  $A$  inférieur à 10% de  $S$ ?

**II-** Soit  $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$  ( $e^x$  étant l'exponentielle népérienne de  $x$ ).

1) Préciser le domaine de définition, les limites de  $f$  aux bornes de ce domaine et l'asymptote.  
Résoudre l'égalité  $f(x) = 0$  et l'inégalité  $f(x) \geq 0$ .

2) Calculer l'intégrale  $I(a) = \int_0^a f(x) dx$  à l'aide de deux intégrations par parties successives.

Peut-on évaluer l'aire du domaine  $D$  délimité par la courbe de  $f$  et la partie de l'axe  $(Ox)$  correspondant à l'intervalle  $[0; +\infty)$ ?

**III-** Soit une série statistique double composée de 10 couples  $\{x_i; y_i\}$  telle que :

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = -5, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 196, \quad \sum_{i=1}^{10} (x_i)^2 = 85, \quad \sum_{i=1}^{10} (y_i)^2 = 10\,336 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = -829$$

Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ ; commenter ce résultat. En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer l'équation de la droite d'ajustement de  $y$  par rapport à  $x$ .

**IV-** Le tableau suivant présente les nombres de sièges au parlement de l'Union Européenne attribués à chacun des 28 pays membres; ces nombres sont notés  $x_i$  (avec  $i$  variant de 1 à 28):

6	6	6	6	8	8	11
11	11	13	13	13	17	18
20	21	21	21	21	21	26
32	51	54	73	73	74	96

On donne les résultats suivants:  $\sum_{i=1}^{28} x_i = 751$  et  $\sum_{i=1}^{28} (x_i)^2 = 36\,927$

**A-** 1) Calculer les fréquences absolues. Déterminer le mode, la médiane, le premier quartile et le troisième quartile ainsi que la médiale; expliquer la signification de chacune de ces valeurs.

2) Calculer la moyenne et l'écart type (expliquer le sens et l'intérêt de ces quantités).

Cette moyenne est-elle un bon résumé de l'ensemble des valeurs?

Calculer la moyenne des valeurs  $x_i$  supérieures ou égales à 51; puis la moyenne des valeurs  $x_i$  inférieures ou égales à 32. Commenter.

3) Que représentent les valeurs  $x_i$  supérieures ou égales à 51 :

d'abord en pourcentage du nombre total des valeurs, puis en pourcentage de la somme totale des valeurs?

Même question avec les valeurs  $x_i$  inférieures ou égales à 20.

**B-** Calculer la moyenne de la série quand les 28 valeurs sont réparties dans 3 classes, préciser la somme totale des valeurs que l'on peut en déduire et commenter:

1) Répartition dans ces 3 classes  $[6; 21[$   $[21; 73[$  et  $[73; 96]$ .

2) Répartition dans ces 3 classes  $[6; 21]$   $[21; 73]$  et  $]73; 96]$ .