Le rôle du professeur pour permettre à l'élève de prendre part à la construction collective du savoir.

Un exemple : Les fonctions au collège et en seconde.

« L’école est le seul endroit où l’on doit répondre à des questions que l’on ne se pose pas ! » *Catherine Darrouzet IPR de Lettres Académie de Bordeaux.*

Quels sont les points essentiels sur lesquels l’enseignant doit exercer sa maîtrise lors du déroulement d’une séance en classe?

Quelle est la place de l'élève dans la construction collective du savoir ?

Plan de l’exposé

1) Le contexte : les fonctions au collège et en seconde.
2) Point de vue didactique.
3) Le rôle du professeur pour permettre à l'élève de prendre part à la construction collective du savoir.
    a) La construction des situations
    b) Le choix de la progression.
4) Des exemples de pratiques en classe.

1) Le contexte : les fonctions

Dans les programmes, le mot fonction est utilisé dès la 6ème, mais uniquement dans l'expression « en fonction de.... », et cela jusqu'en 4ème. Le nouveau programme de collège (2008) demande, comme dans les précédents programmes, de n'enseigner la notion de fonction qu'à partir de la troisième mais cette fois sans en restreindre l'étude aux fonctions affines.

Ce nouveau programme permet davantage de tenir compte des élèves et de leur apprentissage, condition essentielle pour que plus de place soit donnée à l'élève dans la réalisation des séquences d'enseignement.

Mais il faut aussi qu’une place soit donnée aux questions des élèves dans chaque séance, ainsi qu’aux idées qu’ils peuvent exprimer pour répondre à des questions amenées par l’enseignant, ou par eux-mêmes.

C’est là que le travail d’Ampères doit être une ressource pour les professeurs.

2) Point de vue didactique

Une fonction peut être un outil pour résoudre des problèmes ou un objet d'étude pour elle même.

- Étudier les fonctions comme outils c'est les utiliser pour modéliser des situations fonctionnelles et répondre à des questions d'optimisation, de comparaison (tarif le plus avantageux) etc....

- Étudier les fonctions comme objets c'est en étudier les propriétés mathématiques en faisant des catégories (les fonctions monotones, les fonctions linéaires, les fonctions continues, etc.)

Une fonction peut être envisagée comme un processus ou comme une structure.

Nous introduisons la notion de fonction, progressivement, comme un outil nécessaire pour résoudre des problèmes. L'objet se construit au fur et à mesure des rencontres dans différents contextes. Quand l'outil aura prouvé son caractère incontournable, il conviendra alors de lui donner une existence en tant qu'objet. On pourra le nommer et commencer son étude pour lui même.

Dans un premier temps, l'élève peut acquérir la conception d'une fonction comme un processus qui permet de trouver l'image quand on a la valeur de la variable (d'entrée). Cette conception est davantage reliée à la fonction comme outil.

Dans un deuxième temps ce processus pourra être identifié, généralisé et désigné par un nom de sorte qu'on pourra lui donner certains attributs (sa représentation graphique, quelques propriétés).

Dans un troisième temps l'objet fonction pourra se dégager du simple processus. Il sera alors intégré à une catégorie dont on peut étudier les propriétés (ex : fonction monotone) et dont on peut avoir des représentants (ex : fonction linéaire). La fonction a désormais un statut structural.

3) Le rôle du professeur

L'activité mathématique des élèves doit être engendrée par la nécessité du fonctionnement des mathématiques elles mêmes, et non par une injonction scolaire.

Pour cela, il faut faire confiance aux élèves, à leur capacité de s'investir dans la résolution d'un problème, et accepter de ne pas toujours diriger ou orienter entièrement leurs réponses et leurs stratégies. C'est la condition pour leur laisser la possibilité de se poser eux mêmes les bonnes questions.
Le professeur sera là pour les entendre, pour les aider à s'écouter et à dialoguer entre eux et bien sûr, au final, pour leur fournir les outils pour répondre à ces questions de manière convaincante.

Le professeur doit accepter l'idée que maîtriser n'est pas toujours imposer.

Le parcours que nous proposons pour enseigner les fonctions s'appuie sur la question suivante : comment étudier la dépendance entre deux grandeurs pour décrire, prévoir, anticiper, comparer, améliorer ?

- Décrire : le lien de dépendance entre les deux grandeurs (variable et image, sens de variation, illustration graphique…)
- Prévoir, anticiper : connaître l'issue d'une expérience sans avoir besoin de la réaliser (prévoir une valeur particulière, résoudre une équation).
- Comparer (distances connaissant la loi horaire, prix, résolutions d'équations, d'inéquations …)
- Améliorer (problèmes d'optimisation, résolutions d'équations pour obéir à une contrainte…)

a) La construction des situations

On trouve dans tous les manuels des problèmes intéressants, mais ils sont souvent relégués dans la partie exercices, et donc destinés à être étudiés par les élèves seuls, ce qui explique l'aspect fermé de leur rédaction.

Nous pensons qu'il est dommage de ne pas exploiter au mieux la richesse de ces problèmes c'est pourquoi nous préférons les traiter directement en classe ou exploiter en détail les productions des élèves par une mise en commun en classe.

Pour construire une situation, il faut :

a) choisir un problème qui pose de vraies questions.

b) construire la situation à partir du problème
   - choisir les variables didactiques
   - choisir la façon de dévoluer le problème aux élèves

c) gérer la classe pour donner le plus de place possible à l’activité mathématique des élèves.

Le choix du problème

Le professeur doit s’efforcer de choisir des problèmes qui ne peuvent être résolus que par l’utilisation de « l’outil fonction ». L’élève va ainsi pouvoir progresser vers des réponses à des questions qu’il s’est lui même posées à partir de la situation construite par le professeur. Il partira de ses connaissances antérieures et utilisera les apports sur les fonctions que le professeur amènera lorsque cela sera nécessaire pour l’avancée du problème.

Le problème choisi doit être suffisamment complexe pour poser une vraie question

Cependant, nous pensons que de nombreux problèmes issus de la vie courante comportent des difficultés de modélisation mathématique qui pourraient occulter l'intérêt des fonctions pour les résoudre, ou rendre leur utilisation très compliquée.

C'est pourquoi nous préférons construire des problèmes dont le contexte est relativement dépouillé et la modélisation simple.

La relation avec un phénomène physique est néanmoins intéressante. Elle permet de soulever des questions dont l'intérêt a posteriori dépasse le cadre du problème posé initialement ou même le cadre des mathématiques. Elle motive les élèves.

Par exemple, le problème de l'optimisation des aires de rectangles à périmètre constant peut se prolonger à d'autres figures, triangles, polygones réguliers, et peut même permettre de justifier la forme hexagonale des alvéoles des rayons façonnés par les abeilles.

b) Le choix de la progression

Notre but n’est ni de proposer une progression trop rigide, ni d’offrir une liste d’exercices que l’on jugerait incontournables. Il s’agit en revanche de proposer des situations permettant d’aborder de façon simple et efficace les notions essentielles du programme en leur donnant du sens dès la première rencontre.

L'étude des différents registres dans lesquels les fonctions s'expriment : formules algébriques, programmes de calculs, tableaux de valeurs, graphiques (construction et lecture) peut être initiée tout au long du collège.

La classe de troisième sera le niveau où le concept de fonction sera nommé en tant que tel et où commencera l'étude de l'objet fonction et de quelques uns de ses attributs (notations, vocabulaire spécifique). Une conception structurale des fonctions émerge alors parallèlement à la conception procédurale initiale

Les fonctions apparaissent comme un outil pour modéliser, visualiser (tableaux et graphiques) et décrire une situation (ça augmente, plus vite, moins vite, toujours pareil, ça change…).

La classe de seconde est plutôt consacrée, à explorer les différents types de fonctions et en faire usage entre autre pour la résolution d'équations. La connaissance de l'outil s'enrichit en seconde d'un nouveau registre, celui des tableaux de variation qui ne sont pas abordés au collège.

Le PER est constitué par cet enchaînement, construit à partir des questions initiées par la situation de départ, puis posées par les élèves eux mêmes.

Ce parcours est jalonné de situations dont la logique d'enchaînement est en partie dictée par la progression des élèves dans la connaissance du concept de fonction.

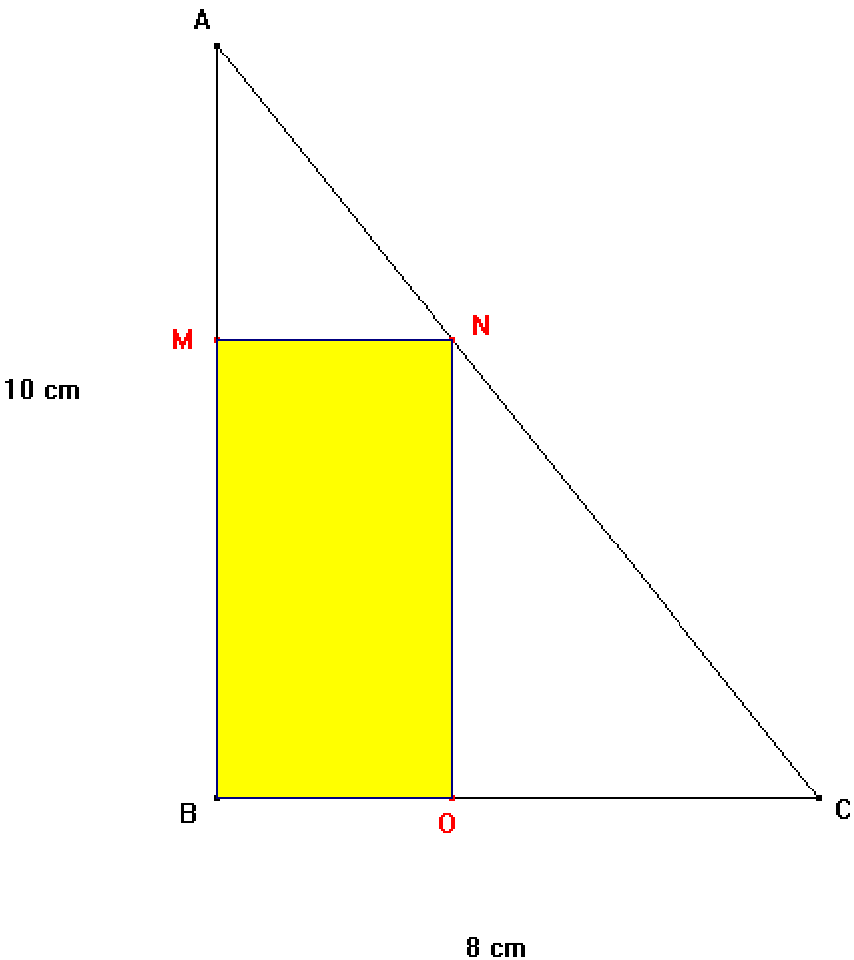
Gestion de la classe

Un exemple en troisième

LE RECTANGLE QUI BOUGE

Étape 1 : S'approprier la figure

Les dimensions ont été choisies pour avoir des nombres décimaux non entiers dans les expressions des fonctions.



ABC est un triangle rectangle en B avec :

AB = 10 cm et BC = 8 cm.

On place un point M quelconque sur le segment [AB], n'importe où !

On trace la perpendiculaire à (AB) passant par M.

Elle coupe [AC] en N.

On trace la perpendiculaire à (BC) passant par N.

Elle coupe [BC] en O.

Étape 2 : conjectures sur les quantités qui varient et sur leur sens de variation

Les élèves doivent imaginer que le point M est mobile et qu'il se déplace sur le segment [AB]. Ils ont pour tâche de placer une autre position du point M sur le segment [AB], de nommer ce point M' et de tracer le nouveau quadrilatère M'N'O'B.

C'est alors que le logiciel permet de montrer ce qui se passe quand le point M se déplace sur le segment [AB] et les élèves observent les effets de ce déplacement sur le reste de la figure.

Question à la classe : *quand le point M s'est déplacé qu'est ce qui a changé sur la figure et qu'est ce qui n'a pas changé ?*

Réponses :

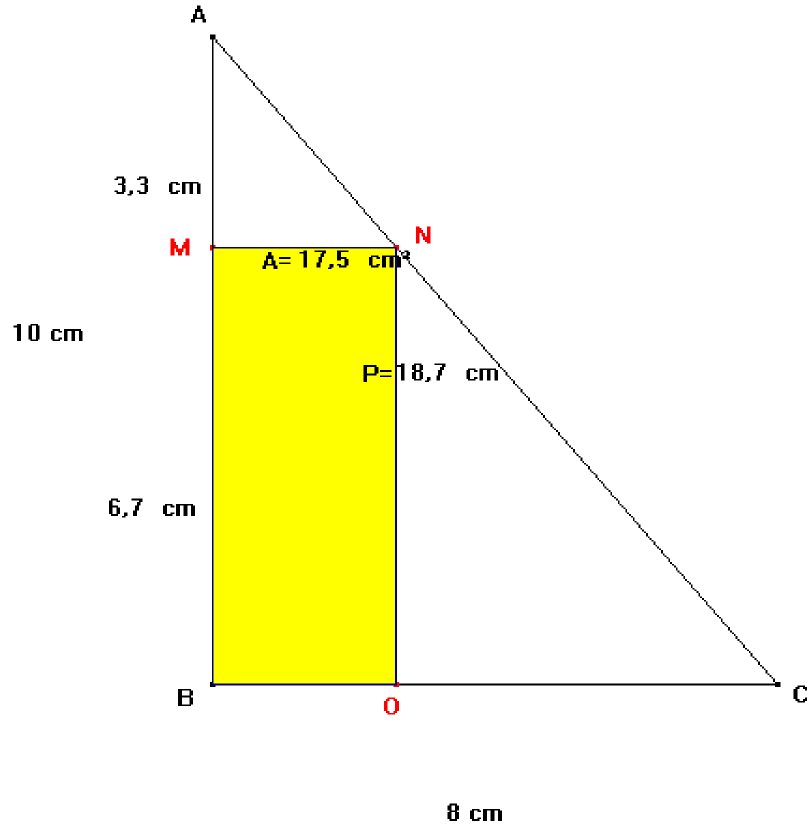
- *le point N bouge*
- *le point O bouge*
- *le rectangle MNOB se déforme*
- *les triangles AMN et NOC changent*
- *les droites (MN) et (BC) restent parallèles ainsi que les droites(AB) et (NO)*
- *les angles droits restent des angles droits*
- ………

Q : *Pouvez-vous préciser ce qui se passe pour le rectangle ?*
R : *Les longueurs des côtés changent mais le périmètre et l'aire restent les mêmes, parce que ce que l'on perd en longueur est regagné en largeur.*
Il y a un moment où le rectangle devient un carré.

La classe semble d'accord sur ces conjectures, mais quelques uns disent : *mais non quand le rectangle est tout plat son aire est plus petite que quand il est plus gros.* (Ce sont souvent des élèves qui ne font pas partie des meilleurs !)

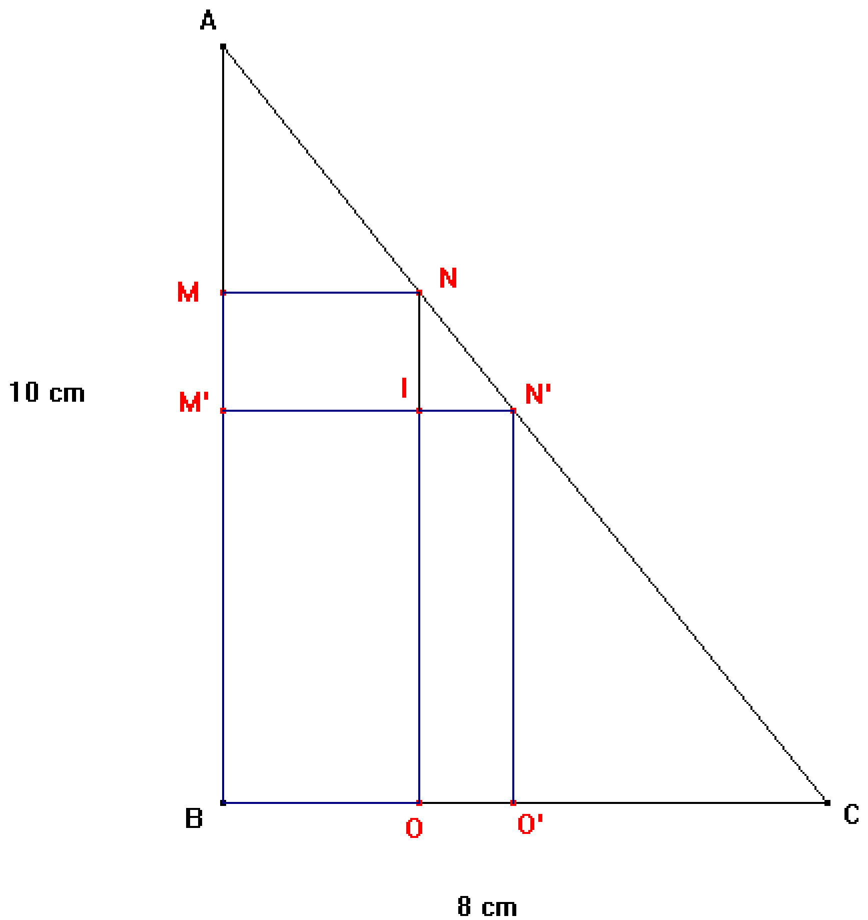
Les élèves sont à peu près convaincus que l'aire change, surtout quand le point M se rapproche des limites, mais tous demeurent persuadés que le périmètre ne change pas par compensation.

Avec la commande « cacher-montrer » sont alors affichées les mesures des longueurs AM, MB, du périmètre de MNOB et de son aire.



Étonnement : les longueurs changent , l'aire aussi mais, plus surprenant, le périmètre change aussi.

Explication à l’aide d’un schéma au tableau : ce que l’on gagne sur [MN] est plus petit que ce que l’on perd sur [NO].
On a IN > IN’ car 10>8.



Des élèves disent : *mais si le triangle ABC était aussi isocèle alors le périmètre ne changerait pas*.

Il y a aussi une discussion pour les cas limites : *Est-ce un rectangle ou un segment ? Que devient le périmètre ?*

En observant la variation de l'aire d'autres proposent :
l'aire grandit puis elle diminue.

Et d'autres encore : *oui et c'est quand le rectangle est un carré que l'aire est la plus grande.*

__Conjectures :__

Quand le point M se déplace de A vers B :

- la longueur AM augmente
- la longueur MB diminue
- la longueur MN augmente
- le rectangle MNOB peut être un carré
- si le triangle ABC était isocèle-rectangle le périmètre de MNOB ne changerait pas.
- le périmètre de ~~MNOB ne~~ change pas diminue
- l’aire de MNOB ne change pas augmente puis diminue et - c’est quand MNOB est un carré que l’aire est la plus grande.

Étape 3 : écritures littérales

Le professeur propose de passer à un traitement plus mathématique du problème.

Après discussion, on décide d'appeler x la longueur AM et il est demandé aux élèves d'écrire, en fonction de x :

- la longueur MB
- la longueur MN
- le périmètre $\mathcal{P}$ du rectangle MNOB
- l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle MNOB

Les élèves ont des difficultés à comprendre la consigne « écrire en fonction de x ».

Pour un bon nombre d'élèves l'écriture de MB n'est pas du tout évidente.

Le calcul de MN fait intervenir le théorème de Thalès et la difficulté vient du fait que l'on doive écrire cette longueur inconnue (qui s'appelle ici MN et non x) en fonction de la variable qui s'appelle ici x.
On trouve MN = $0{,}8x$

L'écriture du périmètre fait ressortir les erreurs classiques de confusion entre aire et périmètre et entre double et carré,

Pour l'écriture de l'aire on obtient la forme $0{,}8x(10 - x)$
que certains développent pour obtenir $8x - 0{,}8x^2$.

<u>Travail à la maison :</u> choisir 5 valeurs de x et calculer les valeurs correspondantes de MN, de $\mathcal{P}$ et de $\mathcal{A}$.

Le lendemain… les élèves ont fait leur travail mais peu ont pensé à regrouper les résultats dans un tableau ou dans plusieurs tableaux.

Étape 4 : tableaux

Comment pourrait-on présenter les résultats de façon plus claire ?
L'idée de tableau vient tout de suite.

Trois tableaux sont dressés, un pour chaque fonction MN $= 0{,}8\,x$ $\mathcal{P} = 20 - 0{,}4\,x$ et $\mathcal{A} = 8x - 0{,}8x^2$.

Des élèves font part à la classe de leurs choix pour les valeurs de *x*. Parmi les valeurs choisies figurent 10 et des valeurs négatives. La classe intervient pour débattre sur le choix de 10 : *c'est quand même possible, c'est quand le rectangle est plat, quand on n'a plus que deux segments superposés*. Le choix de 10 (et par conséquent aussi celui de 0) est admis.
Les valeurs négatives sont vite rejetées car *x* désigne une longueur qui est forcément positive.

Q : Combien y a-t-il de valeurs possibles de x ?
R : *il y en a plein ; il y en a une infinité ; ce sont tous les nombres entre 0 et 10.*
Le terme d'*encadrement* est alors introduit et on note que *x* est compris entre 0 et 10 (0 et 10 étant des valeurs possibles) ce qui s'écrit : $0 \leq x \leq 10$

Les élèves sont alors invités à compléter des tableaux avec des valeurs de x imposées. Il leur est suggéré d'y introduire les valeurs avec lesquelles ils ont travaillé à la maison.

Ils n'ordonnent pas les valeurs dans le tableau donc on ne peut pas prévoir le sens de variation des fonctions.

La question de savoir si ce sont des tableaux de proportionnalité vient très vite.

Étape 5 : représentations graphiques

Les tableaux n’ayant pas permis de visualiser le sens de variation, le professeur sollicite les élèves qui proposent de faire des graphiques.

Une discussion permet de choisir les unités sur les axes pour que les graphiques rentrent dans la feuille, et de choisir la place des axes.

<u>Travail à la maison :</u> terminer les représentations graphiques

Les remarques sur l’alignement des points arrivent vite et certains savent qu’une situation de proportionnalité se traduit par une droite et l’alignement avec l’origine du repère est aussi débattu.

Pour la représentation graphique de l’aire les élèves ont placé des points. Certains les ont laissés tels quels, d’autres les ont reliés par des segments et d’autres encore ont tracé une courbe.

Les points placés sont différents selon les élèves, ils se demandent si tous les graphiques obtenus sont les mêmes.

On le vérifie en plaçant quelques points supplémentaires sur la représentation graphique d’un élève.

On propose aux élèves une présentation réalisée grâce à la fonction « trace » d’un logiciel de géométrie, où on voit la courbe qui se construit point par point.

Ils sont ainsi convaincus que le graphique obtenu est une courbe.

Le document suivant est alors distribué, en précisant que la courbe a été obtenue avec un logiciel qui trace les courbes à partir de l'écriture littérale de la fonction .

<u>Consigne 1 :</u> *par lecture graphique, trouver la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale. Préciser la position correspondante du point M. Trouver la valeur de l'aire correspondante par lecture graphique puis, par le calcul.*

Dire ce que vous pensez de la conjecture faite en début d'étude : « l'aire est maximum quand le rectangle est un carré ».

Consigne 2 : *Par lecture graphique trouver les valeurs de l'aire pour successivement : $x = 0{,}5$; $x = 3{,}5$; $x = 6{,}5$; $x = 9{,}5$. Retrouver ces valeurs par le calcul.*

Les élèves s'aperçoivent vite que la lecture graphique est ici délicate car pour $x = 0{,}5$ les propositions pour l'aire sont : 4 ou 3,9 ou 3,8. Seul le calcul permet de trancher.

Consigne 3 : *Par lecture graphique trouver les valeurs de x pour lesquelles l'aire est égale à 15 cm².*

Les élèves se rendent compte que pour chaque valeur de l'aire il y a deux antécédents et que la courbe présente un axe de symétrie « qui passe par le maximum ».

Consigne 4 : *Quelle est la valeur de x pour laquelle le rectangle est un carré ?Quelle est alors la longueur du côté et quelle est l'aire du carré ?*

Certains élèves ont du mal à traduire le fait que MNOB est un carré par la condition : MN = MB.

Une fois que l'équation $0{,}8x = 10 - x$ est posée de nombreux élèves rencontrent des difficultés à la résoudre !

La solution non-décimale $\frac{10}{1{,}8} = \frac{100}{18} = \frac{50}{9}$ les surprend aussi !

BILAN DE LA SITUATION :

Cette activité a permis de voir des exemples de fonctions.
A chaque valeur de la variable x on peut associer une valeur d'une autre quantité (longueur, périmètre, aire...). On dit que cette quantité est une fonction de x .
On étudie la variation de cette quantité .
Pour cela on peut utiliser un tableau de valeurs ou une représentation graphique.

Bilan de cet exemple

Cette façon de gérer la classe n'est pas évidente pour l'enseignant quand il n'a que le texte du problème. Si on lui donne une idée des difficultés des élèves et de leurs initiatives, il pourra anticiper sur ce qui va arriver.
Plus rassuré, il lui sera plus facile de changer sa pratique.

Ce n'est pas le seul contenu mathématique qui provoque l'activité mathématique des élèves en classe.

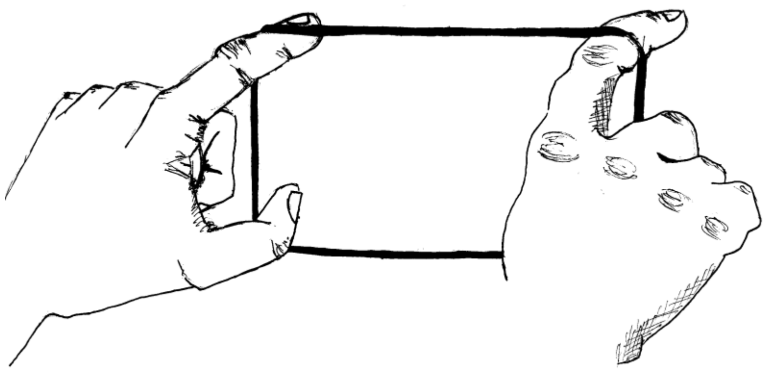
Il est important de préciser dans les documents que l'on fournira aux professeurs, la gestion de la classe et la progression pour que les conditions d'un apprentissage responsable soient réunies pour les élèves.

Le choix des variables didactiques et l'utilisation de matériel concret pour faciliter la dévolution du problème.

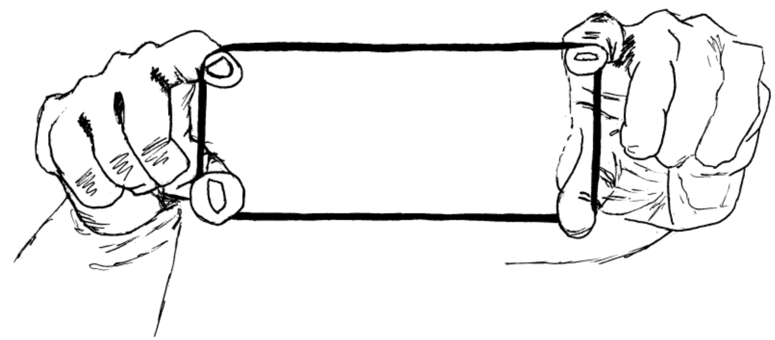
<u>Un exemple qu'on peut traiter dès la sixième et reprendre jusqu'en seconde.</u>

LES RECTANGLES DE MÊME PERIMETRE.

Le professeur utilise une ficelle dont il noue les deux extrémités. A l'aide des doigts, en écartant l'index et le pouce , il forme des rectangles.



ce que fait le prof



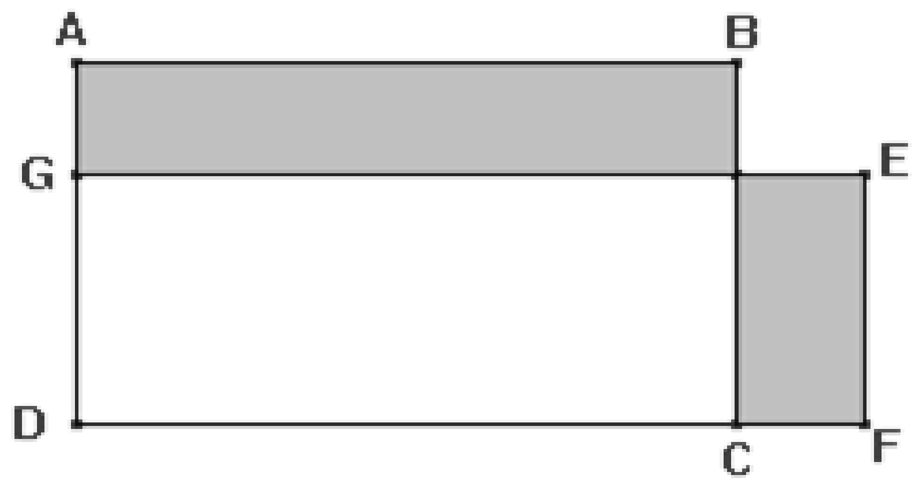
ce que voit l'élève

Le professeur fait constater que beaucoup de rectangles apparaissent. Il pose alors les questions : *Qu'est ce qui change ? Qu'est ce qui ne change pas ?*

Les élèves disent que les rectangles ont le même périmètre qui est la longueur de la ficelle.

A propos de l'aire, ils disent :

- ils ont la même aire parce qu'ils ont le même périmètre .
- ils ont la même aire parce que cela se « compense » , « ce que l'on perd d'un côté , on le gagne de l'autre » .



Dessiner 7 rectangles différents de périmètre 18 cm. Indiquer leurs dimensions. On utilisera du papier quadrillé 0,5 cm sur 0,5 cm

Le professeur a choisi la longueur de 18 cm car quatre rectangles sont « faciles » à trouver : 5 sur 4, 6 sur 3, 2 sur 7 et enfin 8 sur 1. Le passage aux décimaux qui est un obstacle en 6ème est facilité par l'introduction du carré de côté 4,5 cm à condition d'être convaincu qu'un carré est un rectangle.

Le professeur collecte alors les dimensions de tous les rectangles trouvés par la classe en les présentant dans un tableau.

Longueur	8	7	5	4,5	6,5	6	……
Largeur	1	2	4	4,5	2,5	3	…..

Il y a une discussion sur l'intitulé des deux lignes du tableau car chaque côté peut jouer alternativement le rôle de longueur et de largeur selon sa taille.

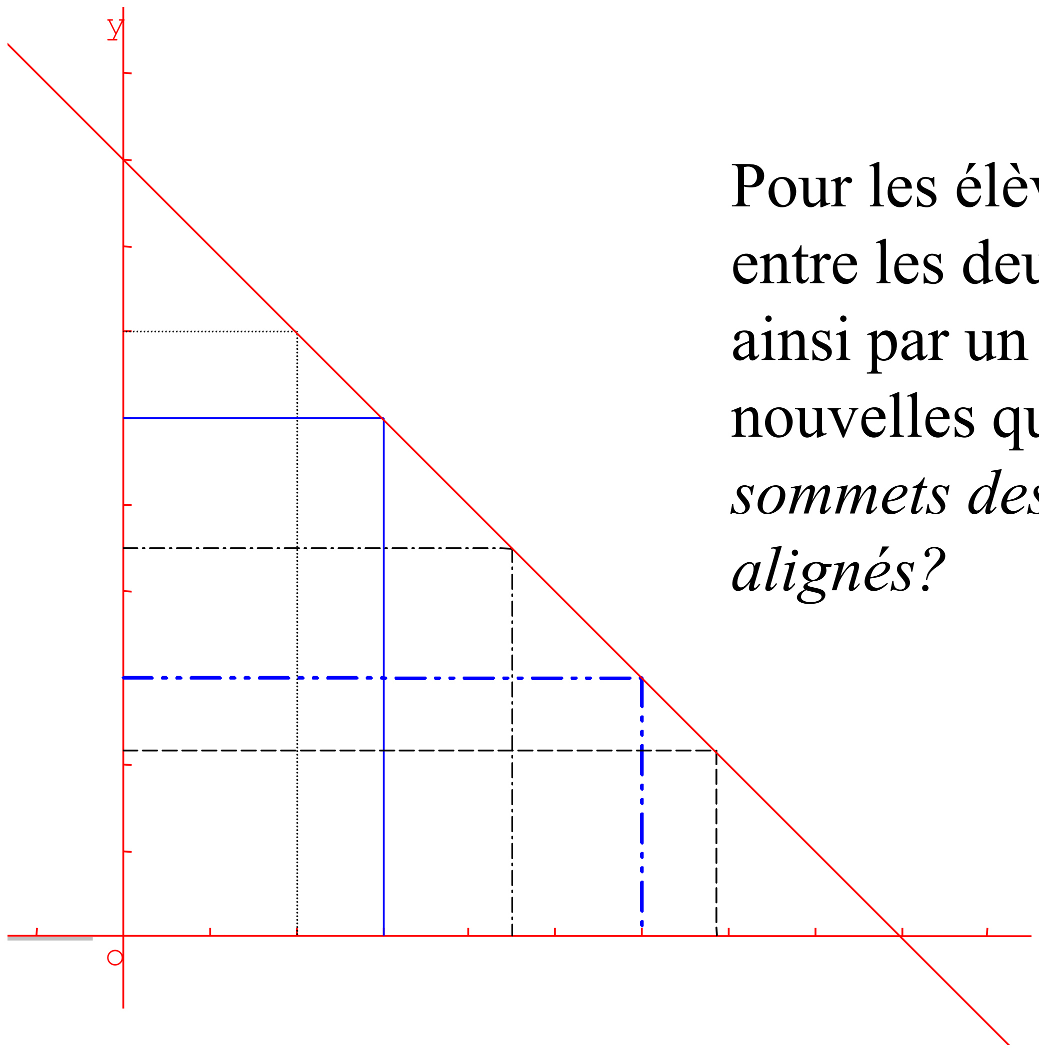
Le professeur poursuit le mouvement avec la ficelle. Ainsi le côté horizontal est tour à tour la largeur puis la longueur

Le professeur fait remarquer la symétrie de la situation.

Le professeur suggère d'appeler le premier côté x et l'autre y.
Les élèves disent alors que l'on a $x + y = 9$ ou bien que l'on peut calculer y quand on connaît x par la formule

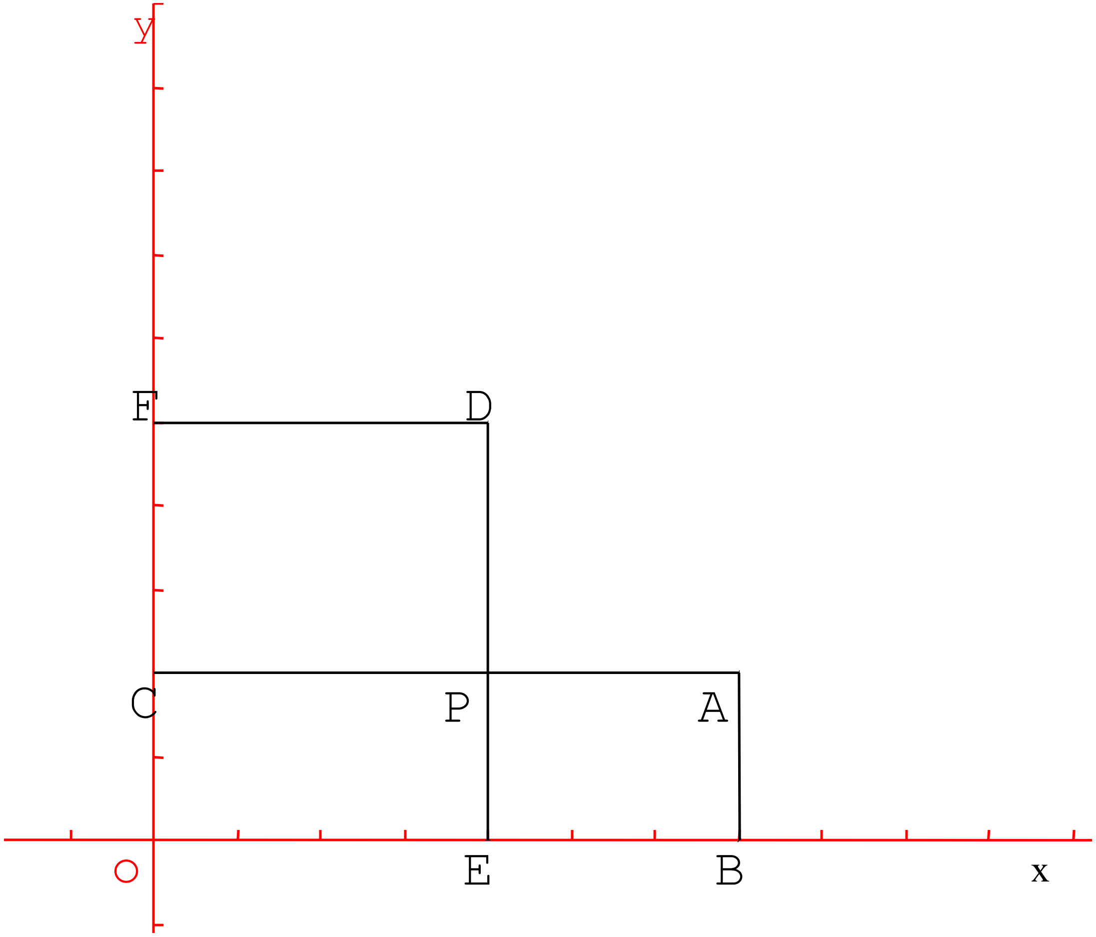
$$y = 9 - x$$

Le professeur demande ensuite aux élèves de découper les rectangles et de les rassembler en les superposant avec un angle droit.



Pour les élèves de $6^{ème}$ la relation entre les deux dimensions se traduit ainsi par un graphique qui amène de nouvelles questions : *pourquoi les sommets des rectangles sont-ils alignés?*

Pourquoi obtient-on cet alignement ?



Est-ce que tous ces rectangles ont la même aire ?

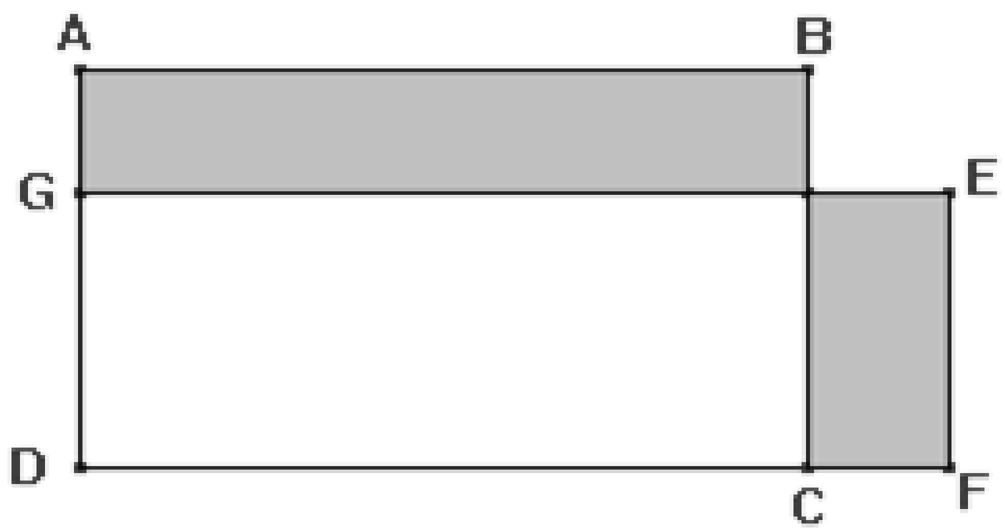
Spontanément, une grande partie des élèves pense qu’ils ont la même aire.
Le professeur utilise à nouveau la ficelle en leur montrant plusieurs cas jusqu’au cas limite du segment.

Certains n’y croient pas encore et pensent que cela se compense jusqu’à une rupture brutale où tout d’un coup l’aire devient nulle.

Il arrive parfois qu’un élève propose un rectangle de 9 cm sur 0 cm : c’est un segment qui a 18 cm de périmètre et une aire nulle.

Pour expliciter l’idée de limite, le professeur peut proposer un rectangle de 8,9 cm sur 0,1 cm. Les élèves pensent alors au rectangle de 8,99 cm sur 0,01 cm et ainsi de suite.

C’est à ce moment là que l’on montre cette figure aux élèves.



Les élèves calculent les aires des différents rectangles et les rangent dans une troisième ligne du tableau de valeurs.

On peut alors s'intéresser au rectangle qui a l'aire la plus grande.

Le professeur peut donner une ficelle à chaque élève afin qu'il réalise lui même l'expérience.
L'utilisation de la ficelle permet aux élèves de conjecturer que c'est le carré qui a la plus grande aire.
En effet , l'aire croît puis décroît et il semble « évident » vue la symétrie du phénomène qu'elle soit maximale pour le carré.

Les élèves placent dans un graphique les points correspondants à l’aire des rectangles en fonction d’une des dimensions. Le professeur incite les élèves à placer le plus de points possible.

On obtient une parabole, le professeur distribue le graphique réalisé avec un logiciel. On peut voir sur ce graphique le point correspondant à l’aire maximum pour le carré.

On a ainsi utilisé un tableau de valeurs, une formule et un graphique pour étudier une situation où il y a des grandeurs qui varient : nous considérons que c’est une première initiation à la notion de fonction.

En seconde, on prouvera que le carré a bien la plus grande aire en utilisant une méthode algébrique.
Pour faciliter cette étape, on choisira plutôt un périmètre de 40 cm. Le maximum sera alors l'aire du carré : 100 cm².

Les élèves étudient la fonction qui, à un côté du rectangle associe son aire, définie par la formule $x(20 - x)$.
On se demande si 100 cm² est bien l'aire la plus grande, cela revient à résoudre l'inéquation $x(20 - x) \leq 100$

$$100 - x(20 - x) \geq 0$$

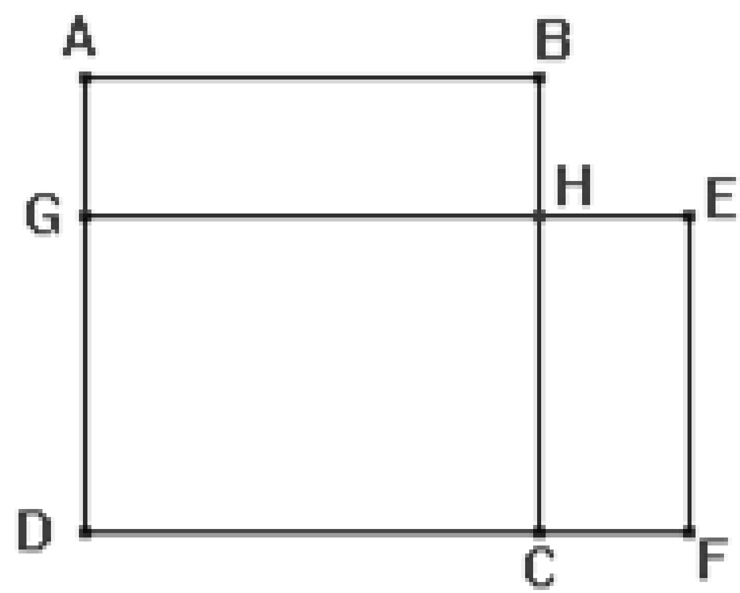
$$100 - 20x + x^2 \geq 0$$

On reconnaît facilement $(10 - x)^2$ qui est toujours positif, donc le rectangle a toujours une aire plus petite que celle du carré.

ABCD étant le carré, on fait un changement de variable, on appelle X la longueur BH.

L'aire du rectangle EFDG est :
$(10 – X)(10 + X) = 100 – X^2$

Cette aire sera maximale pour X = 0,
C'est à dire pour le carré.



Un exemple en seconde

« les bidons »

Les bidons

Chez un vigneron, on peut acheter du vin au litre. Dans ce cas, le vin est conditionné dans des cubitainers d'une capacité de 5 litres.

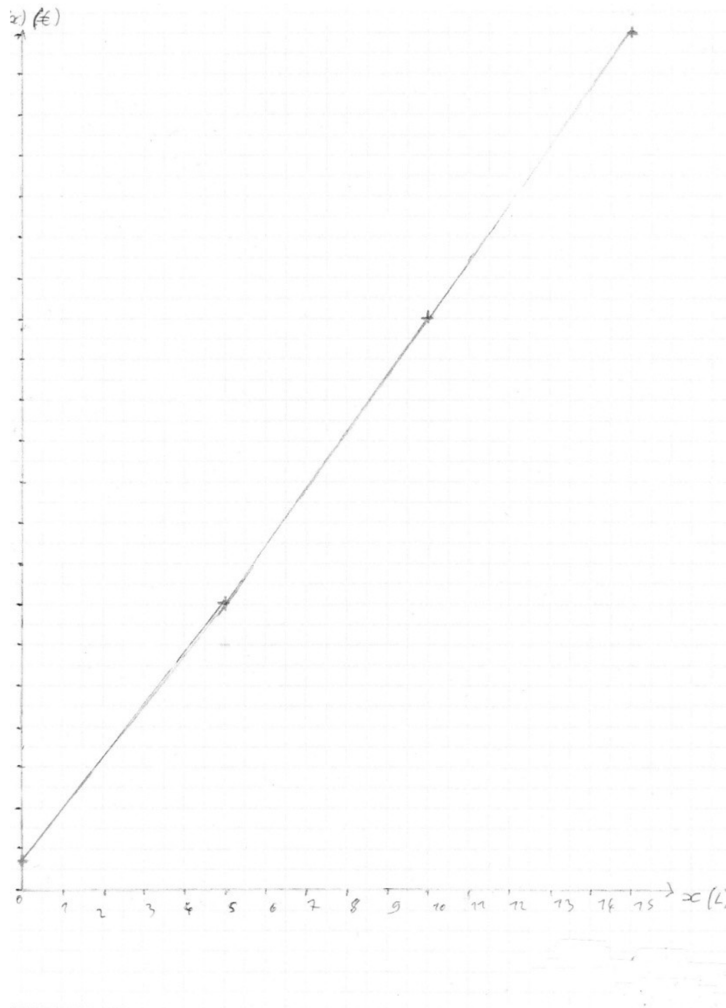
Le vin est vendu 2,50 € le litre et un cubitainer est vendu 1,50 €.

1. Calculer le prix qu'un client devra payer pour 2 litres achetés, puis pour 5 litres et 7 litres. Expliquez brièvement vos calculs.

2. Exprimer le prix $p(x)$ en fonction du volume x (exprimé en litres) de vin acheté, x étant compris entre 0 et 15.

3. Tracer la courbe représentative de la fonction p dans un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour 1 litre en abscisses et 1 cm pour 2 € en ordonnées.

Premier type d'erreur



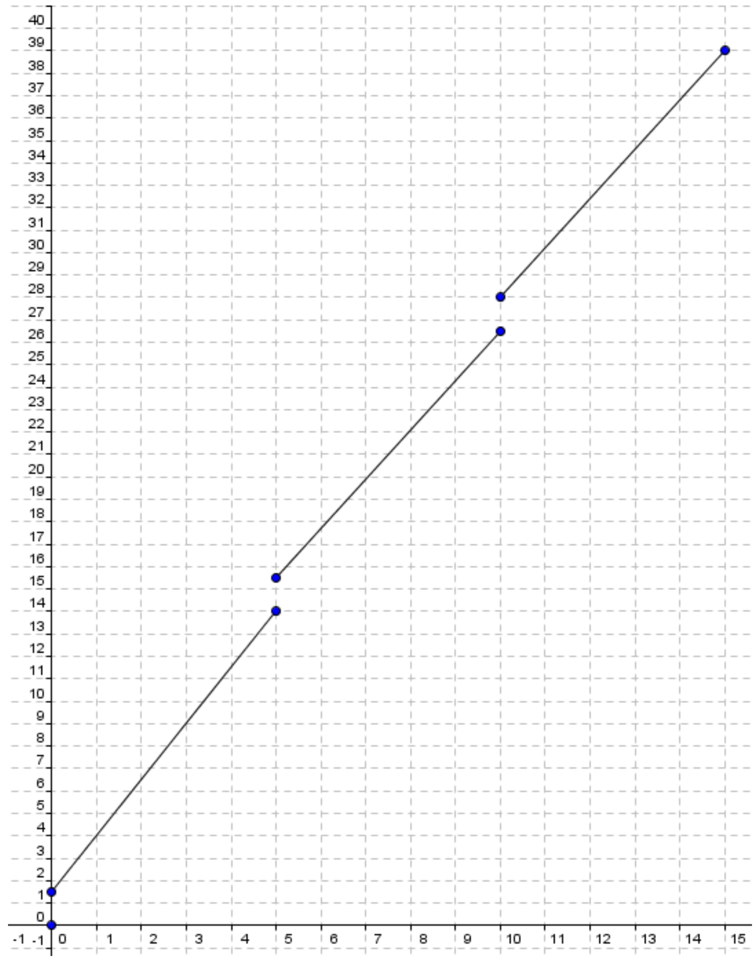
Beaucoup d’élèves, reconnaissant une fonction affine par morceaux et sachant ainsi que sa courbe était constituée de segments, ont fait le choix de déterminer les coordonnées de deux points par segment.

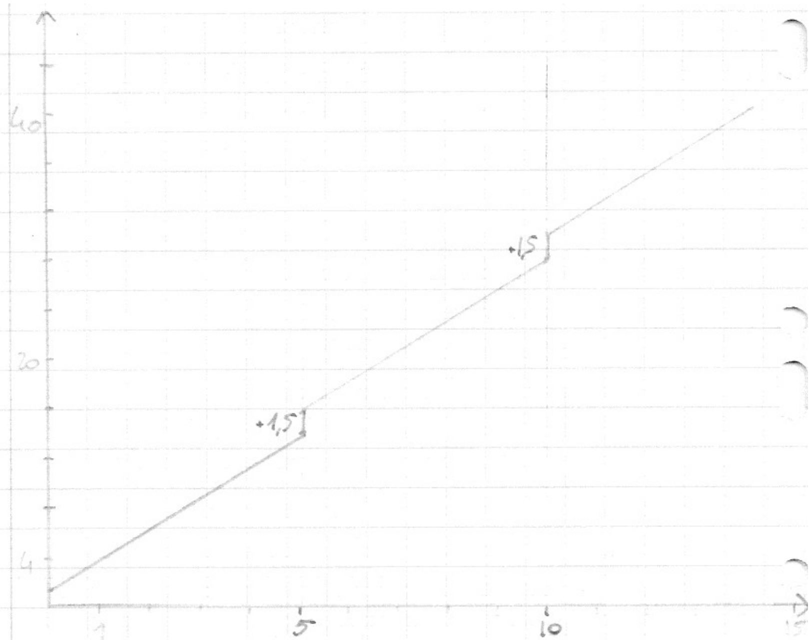
On obtient alors presque systématiquement les couples de points suivants :

- A_1 (1 ; p(1)) et A_5 (5 ; p(5))
- A_6 (6 ; p(6)) et A_{10} (10 ; p(10))
- A_{11} (11, p(11)) et A_{15} (15 ; p(15)).

Quatre stratégies (avec quelques variantes) pour relier les points sont alors mises en œuvre.

Tracé juste (assez rare !)





II : 1) $3\left[\left(x+\frac{5}{3}\right)^2-\frac{1}{9}\right]$

$= 3\left(x^2+\frac{10}{3}x+\frac{25}{9}-\frac{1}{9}\right)$

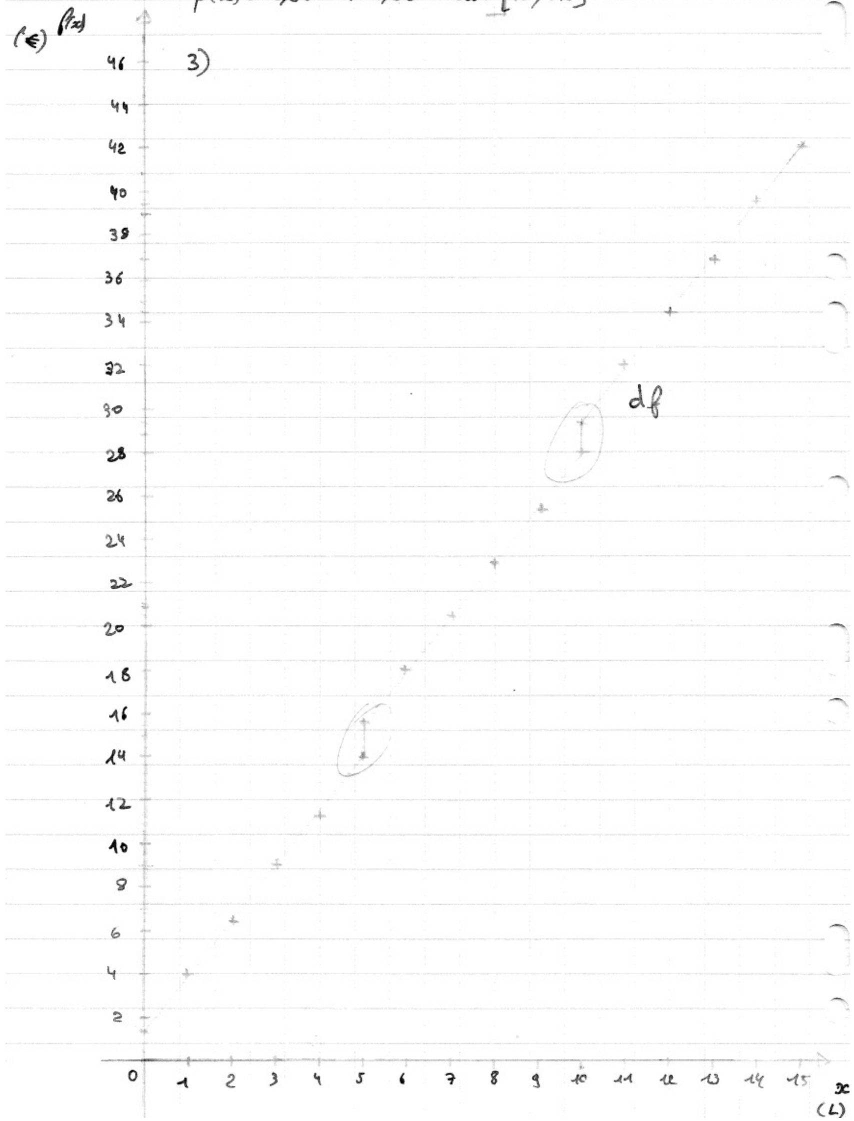
$= 3\left(\frac{9x^2}{9}+\frac{30}{9}x+\frac{25}{9}-\frac{1}{9}\right)$

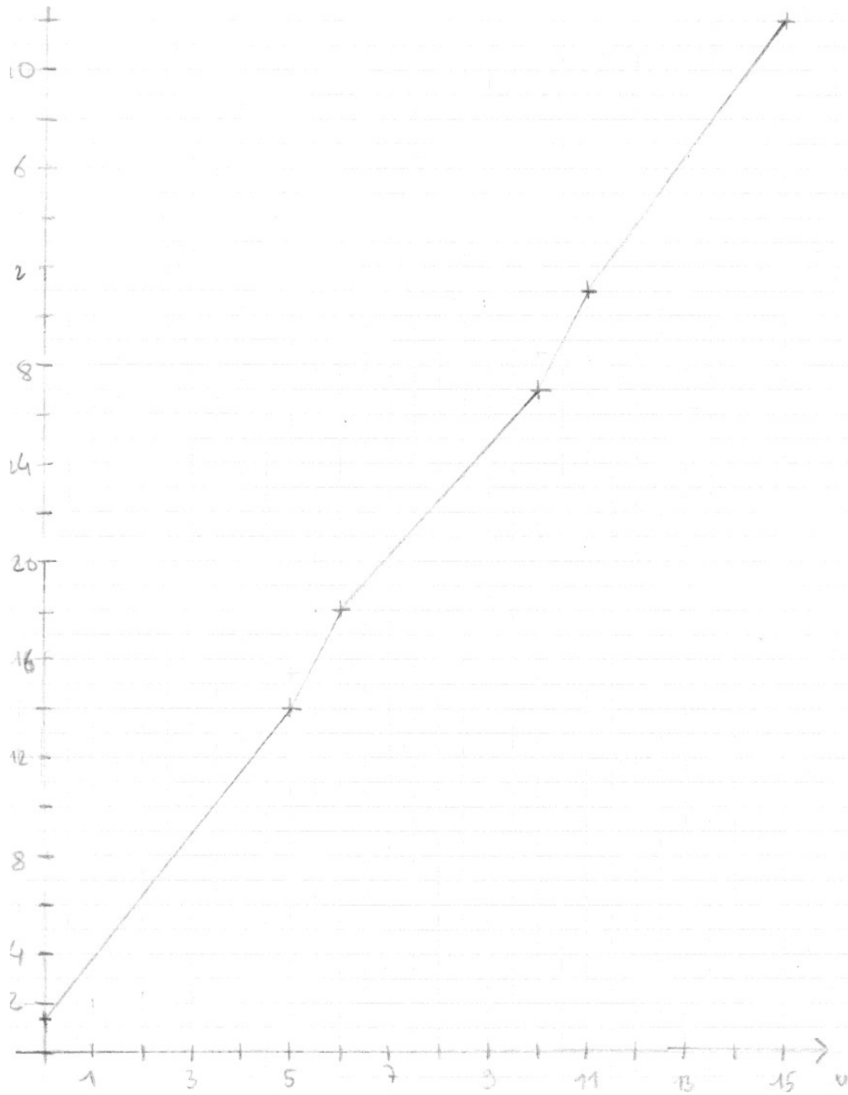
$= 3\left(\frac{9x^2+30x+24}{9}\right)$

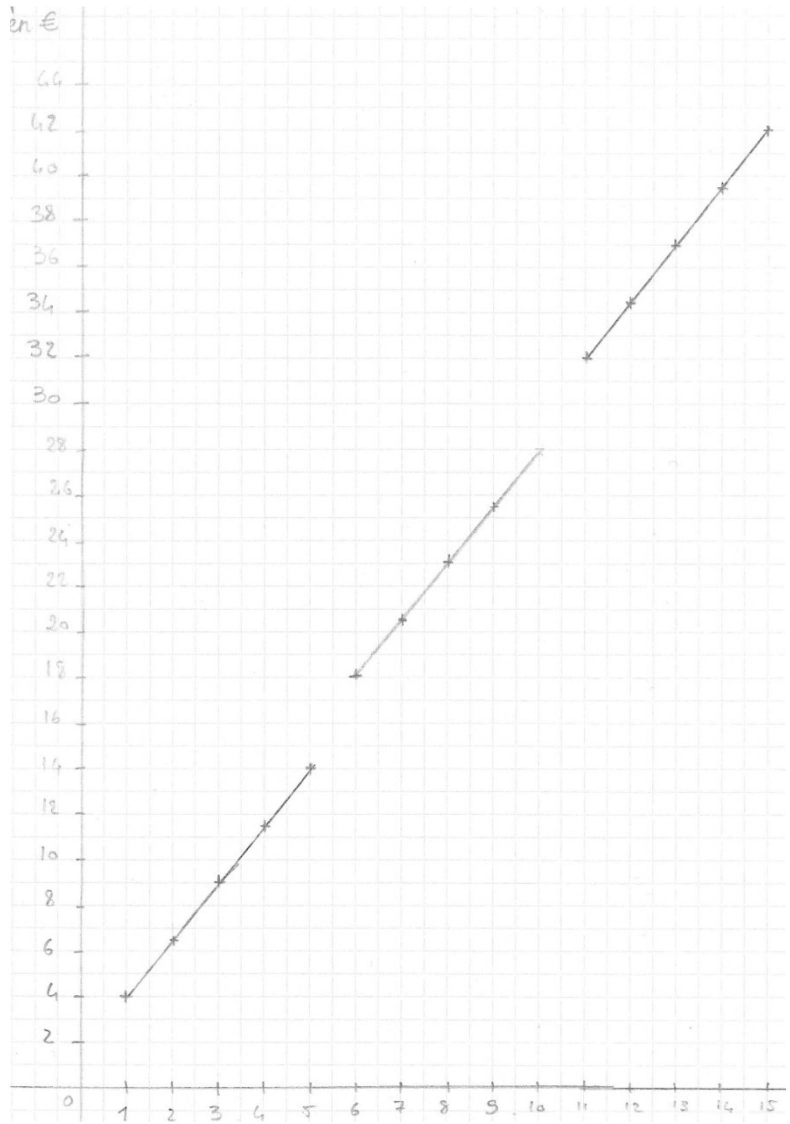
$= \frac{9x^2+30x+24}{3} = 3x^2+10x+8.$

$p(x) = 2{,}50x + 4{,}50$ sur $[10 ; 15]$

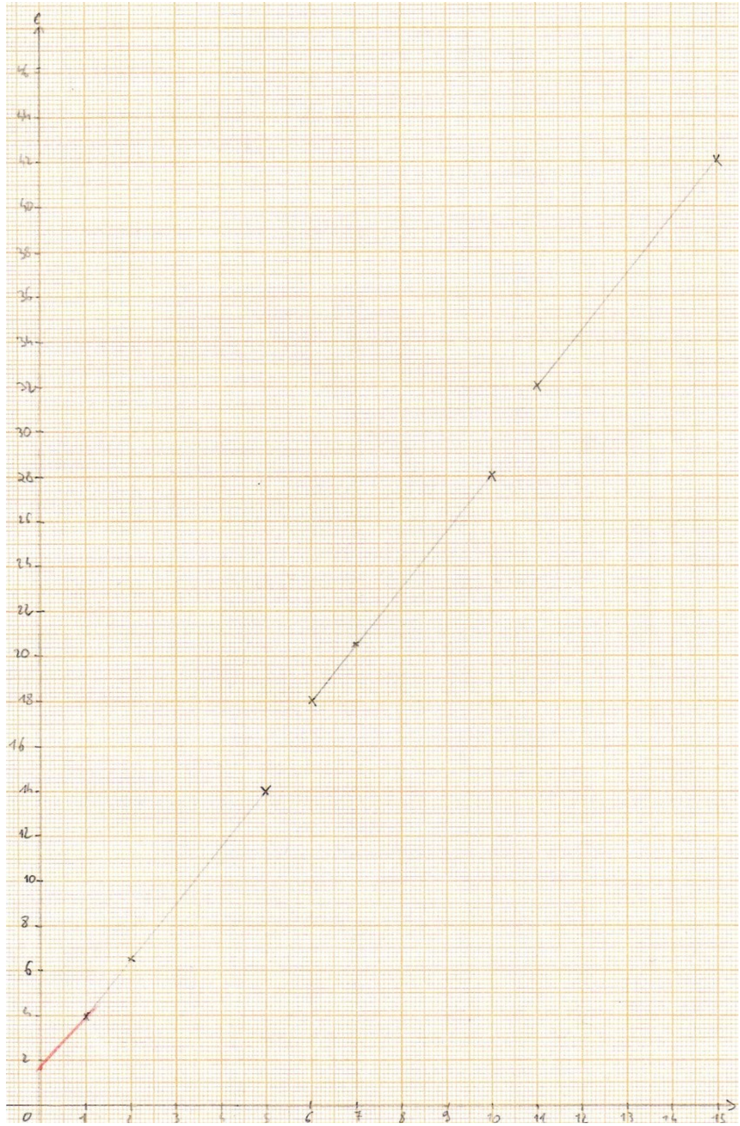
3)




10
6
2
8
14
20
16
12
8
4
2
1
3
5
7
9
11
13
15
v



en €
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15



ℓ
46
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

La dernière remarque a permis d’engager une discussion sur le lien entre les fonctions, la réalité et la modélisation (simplification) de la réalité.

Il faut avoir l’esprit critique pour interpréter le modèle.

Conclusion

Ce problème économique d'apparence simpliste nous a ainsi donné l'occasion d'affiner la notion de représentation graphique de fonction et de reparler de la notion de modélisation d'une situation, tout en utilisant les propriétés des fonctions affines.