

**Test de Mathématiques – 2015-2016 – Test numéro 1**

Durée : 20 min. Merci de répondre directement sur cette feuille. Pas de calculatrice. Pas de document.

NOM :

GROUPE :

/5

1. Soient les nombres complexes  $z_1 = \sqrt{2} \cdot (1 + j)$ ,  $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}$  et  $z = \frac{z_1}{z_2}$ .

(a) Déterminer le module et l'argument de  $z$  (0,5 pt)

(b) Écrire  $z$  sous forme algébrique (0,5 pt)

(c) En déduire les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  (0,5 pt)

2. Quels sont les nombres complexes qui, élevés à la puissance 4, donnent  $j$ ? (0,5 pt)

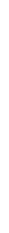
3. À quelle puissance non-nulle faut-il élever  $\sqrt{3} + j$  pour avoir un nombre réel? (0,5 pt)

4. Soient la droite  $\mathcal{D}$  passant par les points  $A(1 ; 1)$  et  $B(2 ; 3)$ , le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $A$  et de rayon 2, et la transformation  $T$  associée à la fonction  $f(z) = 1 + jz$ .

(a) Déterminer l'équation **complexe** de  $\mathcal{D}$  (0,5 pt)



(b) Déterminer l'équation **complexe** de  $\mathcal{C}$  (0,5 pt)



(c) Déterminer l'équation **cartésienne** de l'image de  $\mathcal{D}$  par  $T$  (0,5 pt)



(d) Donner le centre et le rayon du cercle image de  $\mathcal{C}$  par  $T$  ? (0,5 pt)



(e) Donner la nature de  $T$  (0,5 pt).

