

# Théorie des Jeux

Master 1 Economie

**Mickael Beaud**

Maître de Conférences des Universités  
Faculté d'Economie de l'Université de Montpellier  
CEE-M (UMR: UM-CNRS-INRA-MontpSupAgro)

Courriel: [mickael.beaud@umontpellier.fr](mailto:mickael.beaud@umontpellier.fr)

# Introduction à la théorie des jeux

---

1. Qu'est-ce que la théorie des jeux?
2. Qu'est-ce qu'un jeu?
3. Théorie des jeux et théorie économique
4. Rationalité et intelligence
5. Qu'entend-on par équilibre d'un jeu?
6. Typologie des jeux
7. Bibliographie et plan du cours

# 1. Qu'est-ce que la théorie des jeux?

- Une définition générale
  - La TJ consiste en l'étude de **modèles mathématiques** décrivant des situations dans lesquelles des **agents rationnels** et **intelligents** prennent des **décisions** en situation d'**interdépendance**.
- La TJ n'est pas une théorie récréative
  - Contrairement à ce que son nom pourrait laisser penser, la TJ ne se limite pas à l'étude des jeux de salon ou jeux de société comme les jeux de cartes et les jeux de pions.
  - Les jeux de salon ont toutefois constitué son premier objet d'étude et lui ont donné son nom.
  - Les noms de « **théorie de la décision en interaction** » ou d'« **analyse du conflit et de la coopération** » seraient plus appropriés pour décrire le propos de ce qu'il est toutefois convenu d'appeler la « théorie des jeux ».

## 2. Qu'est-ce qu'un jeu?

- Définition informelle d'un jeu
  - Un jeu est une situation où des agents (appelés **joueurs**) sont conduits à prendre des décisions (choisir une **stratégie**) dans un cadre défini (par les **règles du jeu**).
  - Les décisions prises par les joueurs conduisent à une situation (**l'issue du jeu**) impliquant des coûts et/ou des bénéfices pour chaque joueur (**paiements**).
- Il y a « jeu » dès qu'il y a interaction stratégique entre au moins deux agents
  - Ainsi, beaucoup de situations économiques peuvent être considérées comme des jeux et être analysées grâce à la TJ:
    - Marchés oligopolistiques, exploitation des ressources communes, réduction des émissions de gaz à effet de serre, enchères pour l'attribution des marchés publics, audit fiscal, congestion routière et toutes les relations d'agence de type actionnaire-gestionnaire, prêteur-emprunteur, assureur-assuré, Etat-entreprise réglementée, etc.

## 2. Qu'est-ce qu'un jeu?

- Décision individuelle et décision en interaction:
  - Si un groupe de 4 individus dîne au restaurant et qu'il est convenu d'avance que chacun paye le prix du menu qu'il commande, on peut étudier cette situation avec la théorie de la décision individuelle (4 problèmes **indépendants**).
  - Si par contre il est convenu d'avance que le coût total du repas sera partagé en 4 parts égales, cette situation doit être étudiée par la TJ (4 problèmes **interdépendants**).
  - La TJ peut donc être vue comme une extension de la théorie de la décision individuelle (au cas où il existe au moins deux décideurs).

### 3. Théorie des jeux et théorie économique

- Les origines de la théorie des jeux
  - Les premiers jeux étudiés dans la littérature économique ont été les modèles de duopole de Cournot (1838) et Bertrand (1883).
  - La TJ moderne débute avec les travaux des mathématiciens Ernst Zermelo (1913), Emile Borel (1921) et John von Neumann (1928).
  - Toutefois, l'acte fondateur de la TJ reste la publication, en 1944, de l'ouvrage du mathématicien John Von Neumann et de l'économiste Oskar Morgenstern intitulé: « *Theory of Games and Economic Behavior* ».
- Les apports de la théorie des jeux à la théorie économique
  - La TJ a permis des avancées importantes dans la l'analyse de nombreux problèmes économiques.
  - Aussi, la TJ est devenue un élément essentiel de la boîte à outils de l'économiste.

### 3. Théorie des jeux et théorie économique

- Les théoriciens des jeux lauréats du prix de sciences économiques à la mémoire d'Alfred Nobel:
  - 1994 - John Harsanyi, John Nash et Reinhard Selten, pour: « *Leur analyse première de l'équilibre dans la théorie des jeux non-coopératifs* ».
  - 2005 - Robert Aumann et Thomas Schelling, pour: « *Avoir augmenté notre compréhension du conflit et de la coopération par la théorie des jeux* ».
  - 2007 - Leonid Hurwicz, Eric Maskin et Roger Myerson, pour: « *Avoir fondé la théorie des mécanismes incitatifs* ».
  - 2012 - Alvin Roth et Lloyd Shapley, pour: « *Leurs travaux sur les marchés et la façon d'appareiller offre et demande* ».
  - 2014 - Jean Tirole, pour: « *Son analyse du pouvoir de marché et de la réglementation* ».
- On peut également citer William Vickrey co-lauréat en 1996 (application de la théorie des jeux à l'étude des enchères).

### 3. Théorie des jeux et théorie économique

- Modèles mathématiques
  - Comme dans les sciences dites dures, les théoriciens des jeux utilisent des modèles comme outils d'analyse du monde réel (ex. modèle de gravitation de Newton, modèle de l'atome, etc.).
  - L'emploi de modèles mathématiques se justifie principalement par le fait qu'ils permettent d'arriver, par un raisonnement logique, à des conclusions précises sur la base d'hypothèses clairement spécifiées.
- Qu'est ce qu'un « bon » modèle?
  - Tout modélisateur est contraint d'arbitrer entre le degré de complexité du modèle et la précision de la capture (par le modèle) de la situation étudiée.
  - Le modèle doit intégrer les éléments essentiels ou fondamentaux de la situation étudiée, mais pas les détails superflus (car le modèle doit rester suffisamment simple pour être interprétable et utile en pratique).



### 3. Théorie des jeux et théorie économique

- Situations hypothétiques et monde réel
  - Les situations auxquelles nous faisons face dans le monde réel ne correspondent jamais exactement à celles décrites par les modèles de TJ.
  - Cependant, les théoriciens des jeux pensent que l'on peut parvenir à une meilleure compréhension des situations réelles en étudiant les situations hypothétiques décrites par les modèles de TJ.

## 4. Rationalité et intelligence

- Les joueurs sont supposés rationnels
  - Dans le cadre de la TJ, comme dans celui de la théorie de la décision individuelle, les joueurs sont supposés rationnels dans le sens où chacun prend des décisions cohérentes par rapport à l'objectif qu'il poursuit. Cet objectif est la recherche par chacun du paiement espéré individuel maximum.
    - Ainsi, on suppose que les stratégies des joueurs découlent d'un processus mental (conscient ou non) d'optimisation.
- Incertitude et croyances
  - Face à l'incertitude, on suppose que chaque joueur est en mesure de former des croyances cohérentes (l'incertitude peut porter sur les caractéristiques ou les stratégies des autres joueurs).
    - Plus précisément, on suppose que les agents sont en mesure d'attribuer des probabilités subjectives aux événements incertains.

## 4. Rationalité et intelligence

- Rationalité Bayésienne

- L'hypothèse de rationalité Bayésienne implique que les joueurs prennent des décisions optimales compte tenu de leurs croyances.
- Elle implique également que, lorsqu'ils acquièrent une information nouvelle, les joueurs révisent (actualisent) leurs croyances selon la règle de Bayes.
- Rappel: Soit deux événements A et B, la probabilité d'intersection est calculée par  $\Pr(A/B) \times \Pr(B)$  ou  $\Pr(B/A) \times \Pr(A)$ , d'où l'on tire la règle de Bayes:

$$\Pr(A/B) = \Pr(B/A) \times \Pr(A) / \Pr(B)$$

## 4. Rationalité et intelligence

- Bien entendu, il est inexacte d'affirmer que les agents se conduisent toujours de manière rationnelle, mais il est encore plus inexacte d'affirmer que les agents se conduisent toujours de manière irrationnelle.
  - Comment construire et que penser d'une théorie considérant que les agents prennent des décisions sans se soucier de leurs conséquences ou se trompent systématiquement?
- Même si les agents se trompent parfois, il est réaliste de supposer qu'ils apprennent de leurs erreurs.
  - La répétition d'un même jeu devrait ainsi permettre l'élimination des comportements irrationnels.
- De plus, puisque les stratégies irrationnelles nuisent à ceux qui les adoptent, il existe une pression économique sélective qui tend à les éliminer (ex. faillite due à une mauvaise gestion).

## 4. Rationalité et intelligence

### Exemple. Jeu des boîtes

- Il est très facile de construire des situations dans lesquelles des joueurs inexpérimentés (n'ayant jamais été confrontés à cette situation) se comportent quasi-systématiquement de manière irrationnelle. Le jeu des boîtes en est un exemple connu.
- Vous participez à un jeu télévisé. Le présentateur vous demande de choisir une boîte parmi trois boîtes opaques alignées devant vous (boîte A, boîte B et boîte C).
- Vous savez qu'une seule des trois boîtes contient un gain important (deux boîtes sont vides). Vous avez donc a priori une probabilité de gagner égale à  $\frac{1}{3}$  et une probabilité de perdre égale à  $\frac{2}{3}$ .
- Choisissez une boîte.

## 4. Rationalité et intelligence

### Exemple. Jeu des boîtes (suite)

- Une fois que vous avez choisi une boîte, le présentateur se propose de vous aider en éliminant une boîte perdante parmi les deux boîtes qui n'ont pas été choisies. Puis il vous offre la possibilité de changer votre choix initial. Quelle est votre stratégie? « Changer » ou « Conserver » votre choix initial?
- En comparant les deux stratégies possibles, Changer ou Conserver, on s'aperçoit que l'une des deux stratégies permet de gagner deux fois plus souvent que l'autre. Pourtant, rares sont ceux qui la choisissent.
- D'un autre côté, si des individus étaient amenés à rejouer après avoir parfaitement compris le problème de décision, on peut s'attendre à ce qu'ils choisissent la stratégie rationnelle.

## 4. Rationalité et intelligence

- Les joueurs sont supposés intelligents
  - On considère que les joueurs connaissent tout ce que le théoricien des jeux connaît sur le jeu et peuvent raisonner comme lui. Autrement dit, on suppose que les joueurs comprennent la TJ.
    - Toutefois, on ne considère pas que les joueurs sont des experts (universitaires) de la TJ.
    - On suppose plutôt que les joueurs ont conscience des interactions stratégiques présentes dans le jeu auquel ils participent et les comprennent.
  - Concrètement, chaque joueur est supposé capable de prendre en compte non seulement l'impact de ses propres décisions sur l'issue du jeu, mais également l'impact de celles des autres joueurs.

## 4. Rationalité et intelligence

- La théorie des marchés concurrentiels considère que les agents sont rationnels mais pas intelligents.
  - Les consommateurs et les entreprises sont rationnels car les consommateurs choisissent le panier de consommation maximisant leur bien-être, tandis que les entreprises choisissent un niveau de production maximisant leur profit.
  - Cependant, les agents ne sont pas supposés comprendre la structure globale de l'économie. Chaque agent réagit seulement aux prix et ne tient pas compte du fait que ces prix dépendent des choix combinés de tous les agents.
- Ce n'est pas le cas de la théorie de l'oligopole. Par exemple, dans le duopole de Cournot, chaque entreprise décide de sa production en prenant en compte l'impact de la production de l'autre sur le prix du marché.



## 5. Qu'entend-on par équilibre d'un jeu?

- Un équilibre est une déduction de l'issue du jeu
  - Il s'agit de déduire les issues possibles du jeu à partir des contraintes imposées par l'hypothèse de rationalité des joueurs.
  - Les issues ainsi identifiées sont alors qualifiées de **rationalisables**.
    - Au mieux, mais rarement, cette approche permet de dégager une unique issue rationnelle du jeu. Dans ce cas nous pouvons affirmer que c'est « la prédiction » de l'issue du jeu.
    - Au pire, mais le plus souvent, elle permet seulement de simplifier un jeu en éliminant les stratégies qui contredisent la rationalité.
  - Cette approche est donc très solide mais sa portée est souvent limitée. D'autres hypothèses que la rationalité ou d'autres concepts d'équilibre sont donc généralement nécessaires pour résoudre un jeu.

## 5. Qu'entend-on par équilibre d'un jeu?

- Un équilibre est un état stable (ou point fixe) du jeu
  - L'issue d'un jeu est un état stable lorsqu'aucun joueur n'a intérêt à dévier unilatéralement (être le seul à ne pas choisir la stratégie d'équilibre). Nous verrons qu'il s'agit alors d'un **équilibre de Nash**.
    - Ainsi, lorsque l'issue d'un jeu est un état stable, aucun joueur ne regrette sa stratégie lorsqu'il découvre celle des autres.
    - De plus, si un joueur pense que les autres joueurs vont jouer un état stable, il ne peut faire mieux que de jouer celui-ci. En conséquence, si un état stable est prédit par tous les joueurs, il sera effectivement joué.

## 5. Qu'entend-on par équilibre d'un jeu?

- L'ensemble des états stables d'un jeu est inclus dans l'ensemble des issues rationalisables de ce jeu
  - Tout état stable est donc une issue rationnelle, mais la réciproque est fausse.
- Identifier les états stables d'un jeu permet donc d'avancer face au problème de la multiplicité des issues rationalisables.
  - Toutefois, nous verrons que les jeux admettent généralement plusieurs états stables et qu'il est parfois difficile d'expliquer pourquoi un état stable en particulier sera ou devrait être joué.
  - Des critères supplémentaires (plus restrictifs) sont alors nécessaires pour sélectionner certains états stables. On parle de **raffinement** du concept d'équilibre de Nash.

## 6. Typologie des jeux

- Jeux non-coopératifs
  - Dans un jeu non-coopératifs, les joueurs peuvent éventuellement conclure des **accords**, mais ces accords ne sont **ni obligatoires** (ayant une valeur juridique) **ni exécutoires** (pouvant être forcés par une décision de justice).
  - Cela ne signifie toutefois pas que les joueurs refusent systématiquement de coopérer (ex. ententes tacites entre entreprises).
  - Au contraire, un des résultats remarquables de la théorie des jeux non-coopératifs est de mettre en évidence le fait que des comportements coopératifs peuvent émerger même lorsque chaque joueur reste uniquement motivé par son seul intérêt.
  - On parle d'apparition endogène des comportements coopératifs (ex. jeux répétés).

## 6. Typologie des jeux

- Jeux coopératifs
  - Dans un jeu coopératif, on considère que des **accords obligatoires** et **exécutoires** entre les joueurs sont possibles.
  - On dit des joueurs signant un accord qu'ils forment une **coalition**, dont les membres agissent de concert.
  - La théorie des jeux coopératifs s'intéresse principalement à l'**existence** et à la **stabilité** des **coalitions** permettant de réaliser un objectif désirable.
  - Il peut s'agir d'étudier la formation et la stabilité des cartels (ententes explicites entre entreprises), ou encore la possibilité de réussite d'une action collective de financement d'un bien commun.

## 6. Typologie des jeux

- Jeux coopératifs vs jeux non-coopératifs
  - La distinction entre théorie des jeux coopératifs et théorie des jeux non-coopératifs ne se situe pas dans la présence ou l'absence de coopération.
  - Elle a plutôt à voir avec le caractère obligatoire et exécutoire des éventuels accords.
  - Les jeux coopératifs peuvent être considérés comme des cas particuliers des jeux non-coopératifs dans la mesure où des procédures de négociation et d'accord peuvent être intégrées explicitement dans les règles d'un jeu non-coopératif.
  - Pour ces raisons, la distinction entre jeux non-coopératifs et jeux coopératifs est assez trompeuse. Il est préférable de qualifier ces derniers de **jeux de coalitions**.

## 6. Typologie des jeux

- Jeux à information complète
  - Dans un jeu est à information complète, il est **connaissance commune** que chaque joueur connaît:
    - (i) Les règles du jeu.
    - (ii) L'ensemble des stratégies possibles de chaque joueur.
    - (iii) Le paiement de chaque joueur à chacune des issues possibles du jeu.
  - Une information est connaissance commune lorsque tous les joueurs la connaissent, tous les joueurs savent que tous les joueurs la connaissent, tous les joueurs savent que tous les joueurs savent que tous les joueurs la connaissent, et ainsi de suite...

## 6. Typologie des jeux

- Jeux à information parfaite et jeux à information imparfaite
  - Parmi les jeux à information complète, on distingue ceux où l'information parfaite de ceux où elle est imparfaite.
    - **Dans un jeu à information parfaite**, les décisions ne sont jamais prises simultanément et, à chaque fois qu'un joueur prend une décision, il connaît parfaitement toutes les décisions prises par les joueurs ayant joué avant lui (ex. jeu d'échec, duopole de Stackelberg).
    - **Dans un jeu à information imparfaite**, il peut y avoir des décisions prises par certains joueurs qui ne sont pas observées par d'autres joueurs. L'information est imparfaite, car au moment où un joueur prend une décision, il ne connaît pas toutes les décisions prises par les autres joueurs (ex. poker, duopole de Cournot).



## 6. Typologie des jeux

- Jeux à information incomplète
  - **Dans un jeu à information incomplète**, certaines caractéristiques du jeu ou des joueurs peuvent ne pas être connues de tous les joueurs.
  - Ainsi, certains joueurs peuvent disposer d'une **information privée**. On dit que l'information privée dont dispose un joueur détermine son **type**. Il peut s'agir par exemple du:
    - Prix de réserve d'un participant à une enchère, degré d'aversion pour le risque d'un assuré, compétence d'un employé, risque de défaillance d'un emprunteur, coût de production d'une entreprise réglementée, etc.
  - Les modèles principal-agent en asymétrie d'information appartiennent à la classe des jeux à information incomplète.

## 6. Typologie des jeux

- Jeux à information incomplète et jeux à information imparfaite
  - Depuis les travaux d'Harsanyi (1967, 1968), la distinction entre jeux à information incomplète et jeux à information imparfaite est devenue formelle.
    - L'idée étant d'introduire un joueur exogène, **la nature**, qui attribue une caractéristique au jeu et/ou aux joueurs à partir d'une **distribution de probabilité connue de tous**, et informe chaque joueur uniquement de sa propre caractéristique (son type).
    - Le **jeu transformé** est à information complète (car la distribution de probabilité des types est connaissance commune) mais imparfaite (car chaque joueur ne connaît pas le choix de la nature).

## 6. Typologie des jeux

- Jeux statiques et jeux dynamiques
- Les jeux statiques se déroulent un coup simultané et ne sont joués qu'une seule fois entre même joueurs.
  - On ne considère pas nécessairement que les décisions sont prises simultanément (ce qui est rigoureusement impossible).
  - L'hypothèse essentielle est qu'au moment où un joueur décide de sa stratégie, il ne connaît pas les stratégies effectivement choisies par les autres joueurs.
  - Ainsi, **les jeux statiques sont toujours à information imparfaite.**

## 6. Typologie des jeux

- Jeux statiques et jeux dynamiques
- Les jeux dynamiques prennent **le temps** en considération. Les joueurs peuvent ainsi être amenés à prendre des décisions à différentes étapes du jeu.
  - Dans ce contexte, une stratégie d'un joueur s'apparente à un **plan d'action** (défini avant de jouer le jeu) spécifiant ses choix pour chacun des coups qu'il pourrait être amené à jouer.
  - On parle alors de **stratégie conditionnelle** dans la mesure où l'action spécifiée à une étape avancée du jeu est conditionnée par les coups joués aux étapes précédentes.

## 7. Bibliographie et plan du cours

- Principaux ouvrages:
  - K. Binmore , *Jeux et théorie des jeux*, De Boeck, 1999.
  - G. Demange et J. -P. Ponsard , *Théorie des jeux et analyse économique*, puf, 1994.
  - D. Fudenberg and J. Tirole, *Game Theory*, MIT Press, 1991.
  - C. Montet and D. Serra, *Game Theory and Economics*, Palgrave, 2003.
  - R. B. Myerson, *Game Theory: Analysis of Conflict*, Harvard University Press, 1991.
  - M. J. Osborne and A. Rubinstein, *A Course in Game Theory*, MIT Press, 1994.

## 7. Bibliographie et plan du cours

- Compléments:
  - G. Giraud, *La théorie des jeux*, Flammarion, 2004.
  - B. Guerrien, *La théorie des jeux*, Economica, 2002.
  - D. M. Kreps, *Théorie des jeux et modélisation économique*, Dunod, 1999.
  - A. Mas-Colell, M. D. Whinston and J. R. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995.
  - J. Tirole, *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, 1988.

## 7. Bibliographie et plan du cours

- Plan général du cours:
  - Partie 1: Jeux à information complète
    - Chap. 1. Jeux statiques à information complète
    - Chap. 2. Jeux dynamiques à information complète
  - Partie 2: Jeux à information incomplète
    - Chap. 3. Jeux statiques à information incomplète
    - Chap. 4. Jeux dynamiques à information incomplète
  - Partie 3: Compléments (éventuels)
    - Chap. 5. Jeux répétés
    - Chap. 6. Jeux de coalitions