

Devoir surveillé n° 3 du 30/11/2020 - Durée : 1h10

NOM, Prénom :

- Documents et calculatrices non autorisés. Barème indicatif
- **Toutes les réponses doivent être justifiées et les résultats soulignés.**

Répondez **uniquement dans les cases** de cet énoncé. Si vous manquez de place, continuez au verso.

Exercice 1. (3 pts) Calculer le volume du cône de \mathbf{R}^3 , d'origine \mathbf{O} , d'axe de révolution \mathbf{Oz} , d'angle d'ouverture $\pi/4$ par rapport à cet axe, et de hauteur $\mathbf{2}$.

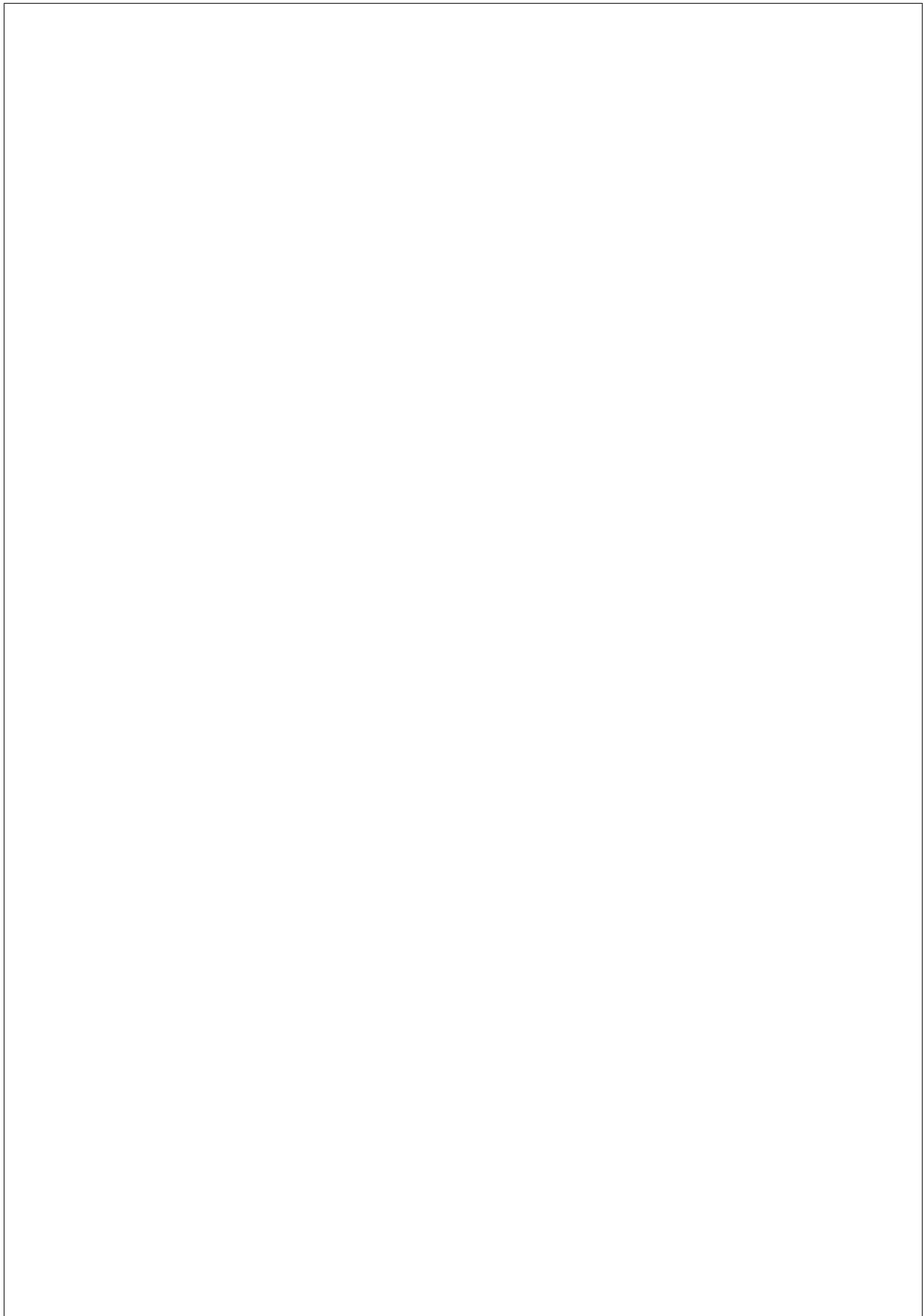
Exercice 2. (5 pts) On considère le domaine $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, \quad x^2 + y^2 \leq z, \quad 0 \leq z \leq 1\}$.

a) Caractériser géométriquement Δ , et le dessiner.

b) Calculer son volume V .

c) Calculer la hauteur z_G de son centre de gravité G sur l'axe $\mathbf{0}z$, donnée par la formule :

$$z_G = \frac{1}{V} \iiint_{\Delta} z \, dx \, dy \, dz.$$



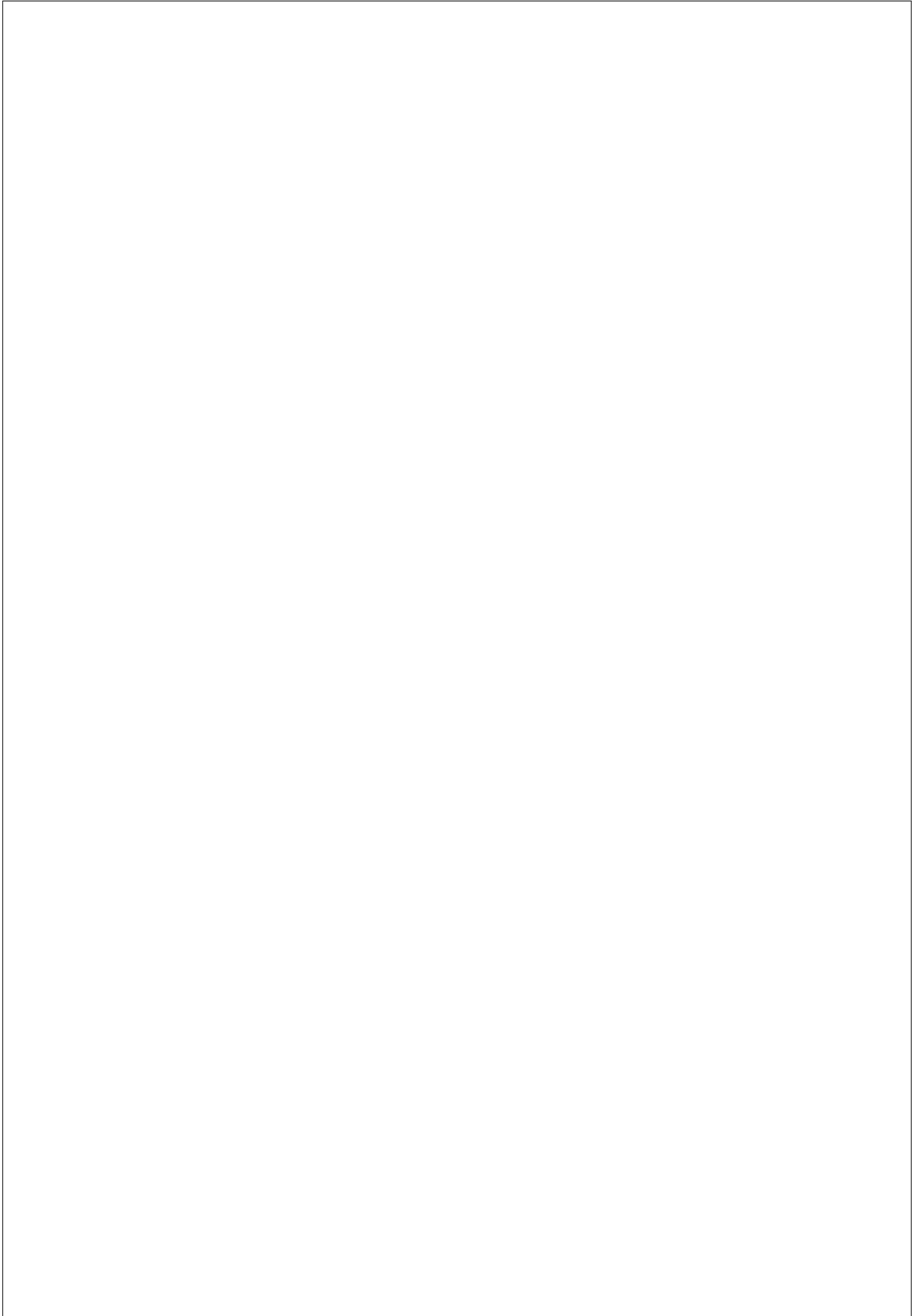
Exercice 3. (4 pts)

On considère le domaine $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 \leq 36, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.

a) Caractériser géométriquement Δ , et le dessiner.

b) Calculer son volume V en utilisant les coordonnées sphériques .

NB : On rappelle au que l'élément d'intégration est $r^2 \cos(\varphi) dr d\theta d\varphi$.



Exercice 4. (4 pts)

Résoudre l'équation différentielle avec condition initiale : $y'(x) + y(x) = e^{-x}x^5$, et $y(0) = 1$.

Exercice 5. (4 pts) Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 5y' + 4y = 8x + 6$.