

Devoir surveillé n° 3 du 25/11/2019 - Durée : 1h15

NOM, Prénom :

- Documents et calculatrices non autorisés. Barème indicatif
- Toutes les réponses doivent être justifiées et les résultats soulignés.

Répondez **uniquement dans les cases** de cet énoncé. Si vous manquez de place, continuez au verso.

Exercice 1. (3 pts) Calculer le volume du cône de \mathbf{R}^3 , d'origine \mathbf{O} , d'axe de révolution \mathbf{Oz} , d'angle d'ouverture $\pi/6$ par rapport à cet axe, et de hauteur $\mathbf{1}$.

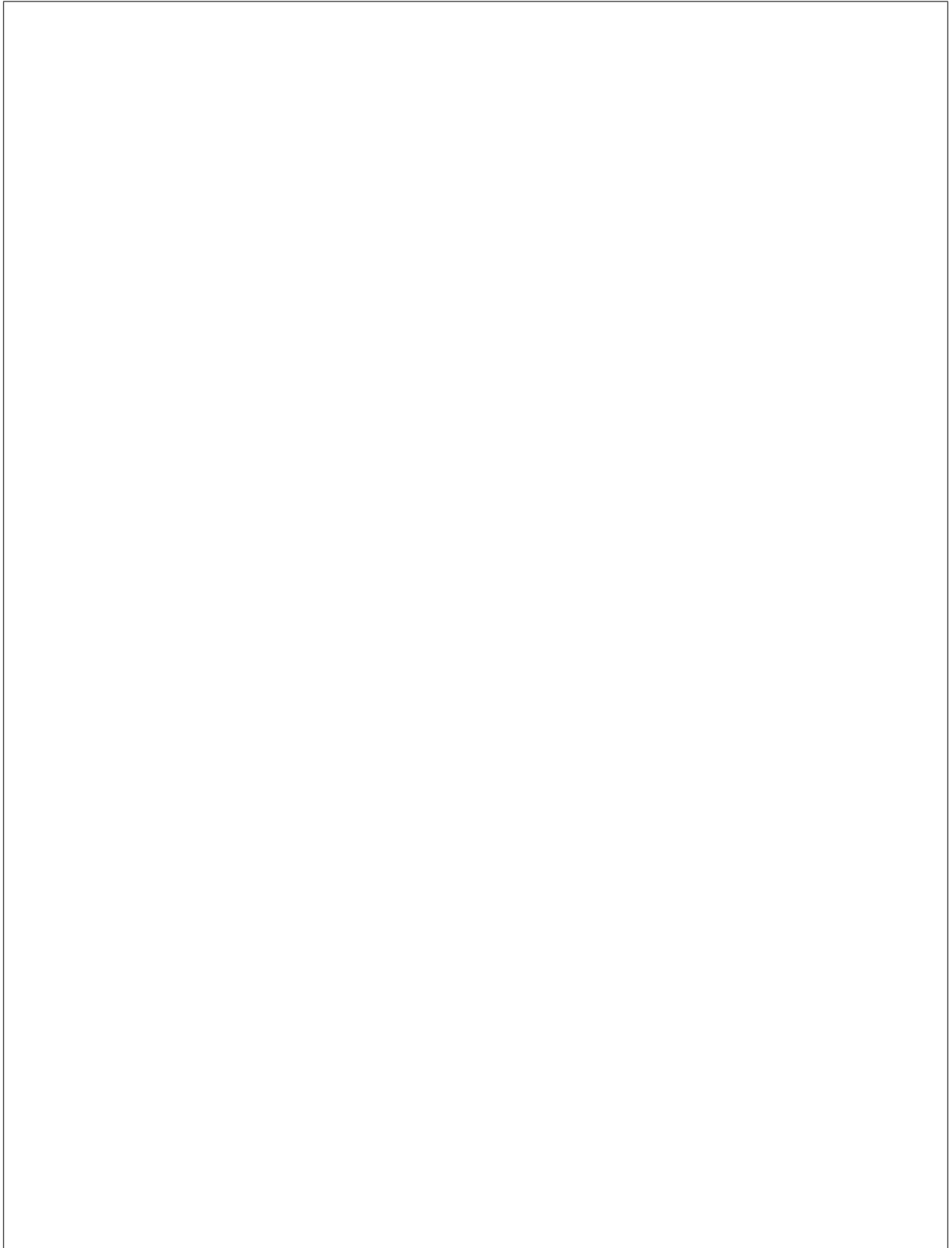
Exercice 2. (5 pts) On considère le domaine $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, \quad x^2 + y^2 \leq z^4, \quad 0 \leq z \leq 1\}$.

a) Dessiner et caractériser géométriquement Δ .

b) Calculer son volume V .

c) Calculer la hauteur z_G de son centre de gravité G sur l'axe $\mathbf{0}z$, donnée par la formule :

$$z_G = \frac{1}{V} \iiint_{\Delta} z \, dx \, dy \, dz.$$



Exercice 3. (4 pts)

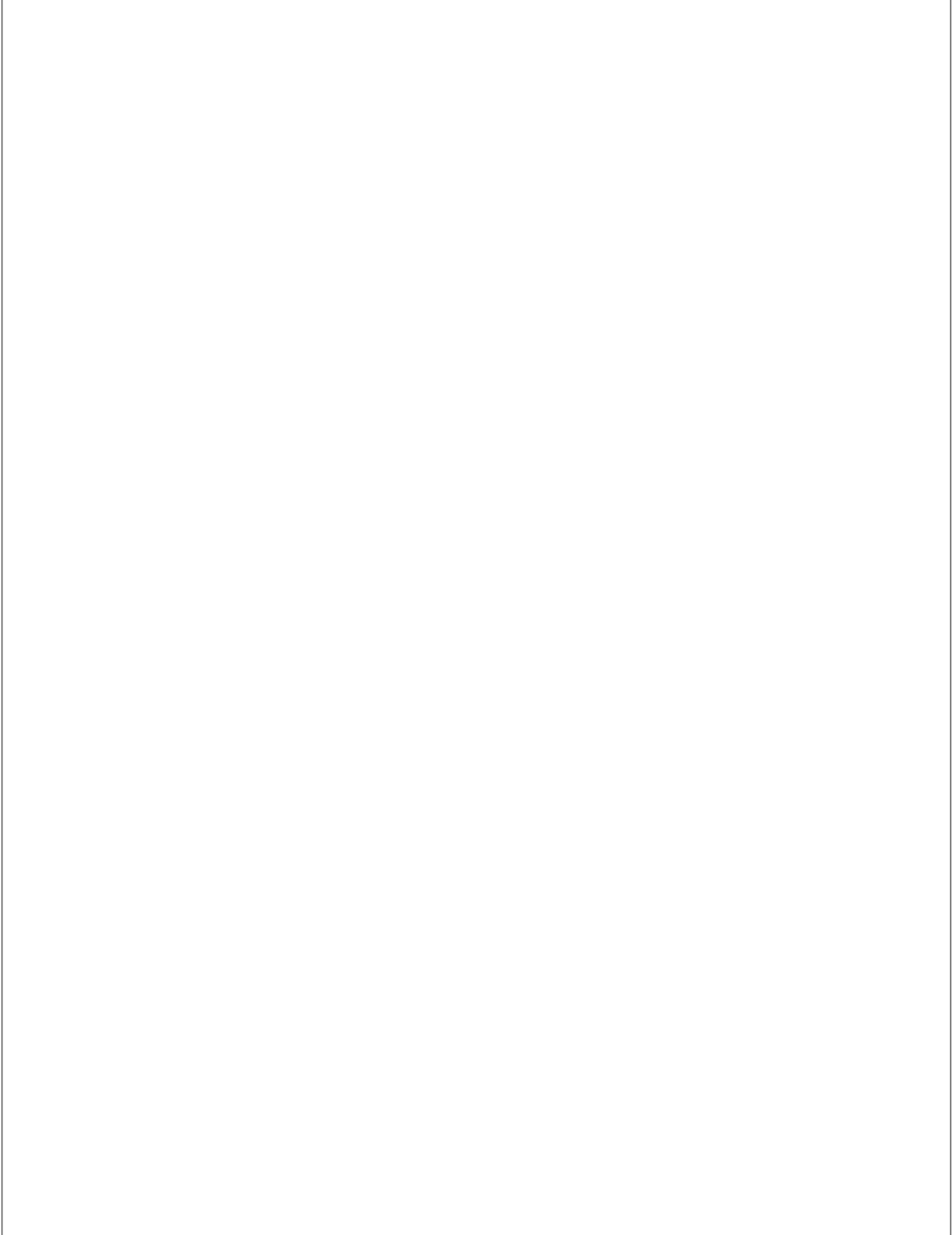
Pour $R > 0$, on considère le domaine $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$.

a) Dessiner et caractériser géométriquement Δ .

b) Donner son volume V sans faire obligatoirement de calcul.

c) Calculer la hauteur z_G de son centre de gravité G sur l'axe $\mathbf{0z}$, donnée par la formule :

$$z_G = \frac{1}{V} \iiint_{\Delta} z \, dx \, dy \, dz. \text{ (On rappellera au tableau les éléments d'intégration.)}$$



Exercice 4. (4 pts)

Résoudre l'équation différentielle avec condition initiale : $y'(x) - 2y(x) = e^{2x}x^2$, et $y(0) = 0$.

Exercice 5. (4 pts) Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 3y' + y = x$.