

Licence L2 - Techniques mathématiques EEA (HLMA306)

Devoir surveillé n° 3 – 04/12/2017 – Durée : 1h30 – Aucun document

Barème indicatif : .

Exercice 1

- (3 pts) 1) Pour tout entier $n \geq 2$ calculer la surface S_n du domaine Δ_n du plan délimitée par les courbes d'équations $y = x^n$ et $x = y^n$.
2) Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$ sans utiliser la valeur de S_n .

Exercice 2

- (3 pts) Calculer le volume du cône de \mathbb{R}^3 , d'origine O , d'axe de révolution $0z$, d'angle d'ouverture $\pi/6$ par rapport à cet axe, et de hauteur 1.

Exercice 3

(5 pts) On considère le domaine $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 \leq z^4, 0 \leq z \leq 1\}$.

- a) Dessiner et caractériser géométriquement Δ .
b) Calculer son volume V .
c) Calculer la hauteur z_G de son centre de gravité G sur l'axe $0z$, donnée par la formule :

$$z_G = \frac{1}{V} \iiint_{\Delta} z \, dx \, dy \, dz.$$

Exercice 4

(4 pts) Pour $R > 0$, on considère le domaine $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$.

- a) Dessiner et caractériser géométriquement Δ .
b) Donner son volume V sans faire obligatoirement de calcul.
c) Calculer la hauteur z_G de son centre de gravité G sur l'axe $0z$, donnée par la formule :

$$z_G = \frac{1}{V} \iiint_{\Delta} z \, dx \, dy \, dz.$$

(On rappellera au tableau l'élément d'intégration en coordonnées sphériques.)

Exercice 5

(3 pts) Résoudre l'équation différentielle : $y'(x) - 2y(x) = e^{2x}x^2$ avec $y(0) = 0$.

Exercice 6

(3 pts) Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 3y' + y = x$