

Licence L2- Techniques mathématiques EEA

Devoir surveillé n° 3 - Le 5/12/16 - Durée 1h30 - Devoir sur 21 points

Exercice 1

(2 pts) Calculer $\iint_{[1,2] \times [0,1]} y^x dx dy$.

Exercice 2

(2 pts) Calculer la surface du domaine Δ du plan délimitée par les courbes d'équations $y = x^4$ et $x = y^4$.

Exercice 3

(3 pts) Calculer le volume du cône de \mathbb{R}^3 , d'origine O , d'axe de révolution $0z$, d'angle d'ouverture $\pi/3$ par rapport à cet axe, et de hauteur 1.

Exercice 4

(4 pts) On considère le domaine $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 \leq z, 0 \leq z \leq 1\}$.

a) Dessiner et caractériser géométriquement Δ .

b) Calculer son volume V .

c) Calculer la hauteur z_G de son centre de gravité G sur l'axe $0z$, donnée par la formule :

$$z_G = \frac{1}{V} \iiint_{\Delta} z dx dy dz.$$

Exercice 5

(4 pts) Pour $R > 0$, on considère le domaine $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$.

a) Dessiner et caractériser géométriquement Δ .

b) Donner son volume V sans faire obligatoirement de calcul.

c) Calculer la hauteur z_G de son centre de gravité G sur l'axe $0z$, donnée par la formule :

$$z_G = \frac{1}{V} \iiint_{\Delta} z dx dy dz.$$

(On rappelle que l'élément d'intégration en coordonnées sphériques est $r^2 \cos(\varphi) dr d\theta d\varphi$.)

Exercice 6

(3 pts) Résoudre l'équation différentielle : $y'(x) - (1+x)y(x) = -2x - x^2$ avec $y(0) = 2$.

Exercice 7

(3 pts) Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 2y' + 5y = 10 \cos x$