

Licence L2- Techniques mathématiques EEA

Devoir surveillé n° 3

Exercice 1

(6 pts) Calculer la surface de  $\Delta$ , la partie du plan  $\mathbb{R}^2$  limitée par les paraboles d'équations  $y = x^2$  et  $x = y^2$ .

Exercice 2

(4 pts) Calculer  $\int \int_D \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy$ , où  $D$  est le disque unité de  $\mathbb{R}^2$ .  
(On rappelle que  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 1\}$ .)

Exercice 3

(3 pts) On considère la boule de rayon  $R$  :  $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$ .  
Calculer son volume en utilisant les coordonnées sphériques.  
(On rappelle que l'élément d'intégration est  $r^2 \cos(\varphi) dr d\theta d\varphi$ .)

Exercice 4

(7 pts) Résoudre les équations différentielles :

1.  $y'(x) - 2y(x) = e^{2x}x^2$ , avec  $y(0) = 0$ .
2.  $y'(x) - (1+x)y(x) = -2x - x^2$ , avec  $y(0) = 2$ .