

Licence L2- Techniques mathématiques EEA

Devoir surveillé n° 1 – 17/10/2016 – Durée : 1h 30

Exercice 1

(2 points) *Sans utiliser de développement limité*, calculer

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/4} - 1}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{6+x} - 3}{x - 3}$

Exercice 2

(4 points) Calculer les dérivées des fonctions suivantes:

1. $f(x) = x^2 \left(x + \frac{1}{\sqrt{3x}} \right)$

2. $f(x) = \cos \sqrt{x^4 - 1}$

3. $f(x) = \ln \left(\left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{1/5} \right)$

4. $f(x) = x^4 4^x$

Exercice 3

(6 points)

1. Calculer les dérivées successives de la fonction f définie par $f(x) = \ln(1-x)$.
2. Redonner la formule de Taylor permettant de calculer le développement limité d'ordre n d'une fonction F au point $x = 0$.
3. En déduire ainsi le développements limité de f d'ordre n en $x = 0$:

$$\ln(1-x) = -x - x^2/2 - x^3/3 - \dots - x^n/n + o(x^n)$$

Exercice 4

(6 points) Déterminer les développements limités suivants.

1. $DL_4(0)$ de $f(x) = \tan x$.
2. $DL_4(0)$ de $f(x) = e^{\cos x}$.
3. $DL_7(0)$ de $f(x) = \arctan(x)$.
4. $DL_1(0)$ de $f(x) = \sqrt{2+x}$.

Exercice 5

(2 points) *En utilisant les développements limités*, calculer la limite en 0 de

$$f(x) = \frac{e^x - \sin x - \cos x}{x^2}$$