

Licence L2- Techniques mathématiques EEA

Devoir surveillé n° 1

Exercice 1

(2 points) Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$

Exercice 2

(3 points) Calculer la dérivée de $f(x) = \ln(\tan^2 x)$

Exercice 3

(5 points)

1. Démontrer que $\forall x \in [-1, 1]$, $\arccos x + \arcsin x = \pi/2$

2. Démontrer que $\forall x \in]-\infty, +\infty[$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \pi/2$

On rappelle, si besoin était, que $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

Exercice 4

(2 points) Déterminer le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $f(x) = \frac{e^x}{1-x}$

Exercice 5

(5 points) Déterminer le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $f(x) = -3 \sin x \cos^2 x$ suivant deux méthodes :

1. En commençant par calculer une primitive de f
2. Directement

Exercice 6

(6 points)

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/3} - 1}{x}$

2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{x-1}$ de deux manières :

- (a) en utilisant un développement limité
- (b) sans en utiliser

On rappelle que $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + 1/2 \alpha(\alpha-1)x^2 + o(x^2)$