

**Licence L2- Techniques mathématiques EEA**

Rattrapage du contrôle continu - 22 Juin 2015 - Durée : 2h - Aucun document

*Les calculs et les méthodes utilisés devront être clairement justifiés*

*Epreuve sur 22 pts*

Exercice 1

(1 point) Calculer la limite en  $+\infty$  de la fonction  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - x$

Exercice 2

(1 point) En utilisant la dérivation, calculer  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{x-1}$

Exercice 3

(2 points) Calculer la dérivée de  $f(x) = \ln(\tan^2 x)$

Exercice 4

(3 points) Déterminer le développement limité à l'ordre 2 en 0 de  $f(x) = \frac{e^x}{1-x}$

Exercice 5

(4 points : 1,1,2) Déterminer les primitives suivantes.

(a)  $\int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$

(b)  $\int x e^x dx$

(c)  $\int \frac{dx}{2x^2 + 8}$

Exercice 6

(3 points) Calculer la valeur de l'intégrale suivante :  $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$

Exercice 7

(3 points) Calculer la surface de  $\Delta$ , la partie du plan  $\mathbb{R}^2$  limitée par les paraboles d'équations  $y = x^2$  et  $x = y^2$ .

Exercice 8

(2 points) On considère la boule de rayon  $R$  :  $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$ .

Calculer son volume en utilisant les coordonnées sphériques, et en justifiant tous les calculs.

(On rappelle que l'élément d'intégration est  $r^2 \cos(\varphi) dr d\theta d\varphi$ .)

Exercice 9

(3 points : 2,1) Résoudre les équations différentielles :

1.  $y' - 2y = 4$ , avec  $y(0) = 0$ .

2.  $y'' - 3y' + 2y = 0$ .