
Module d'outil mathématique 2 : Devoir Surveillé

Merci de répondre **directement et uniquement** sur le sujet. Durée : 1h30.

Calculatrice IUT autorisée. Formulaire A4 recto-verso manuscrit autorisé.

NOM :

GROUPE :

NOTE :

/20

Important : Le sujet comporte 4 pages. Toutes les questions de ce sujet sont indépendantes.

1 Développements limités (9 pt)

Notation : On note $DL_n(x_0)$ le développement limité à l'ordre n au voisinage de x_0 . Ainsi un $DL_4(0)$ est un développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 (x proche de 0).

1. Donner le $DL_4(0)$ de $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$ et en déduire $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. (2 pt)

--	--

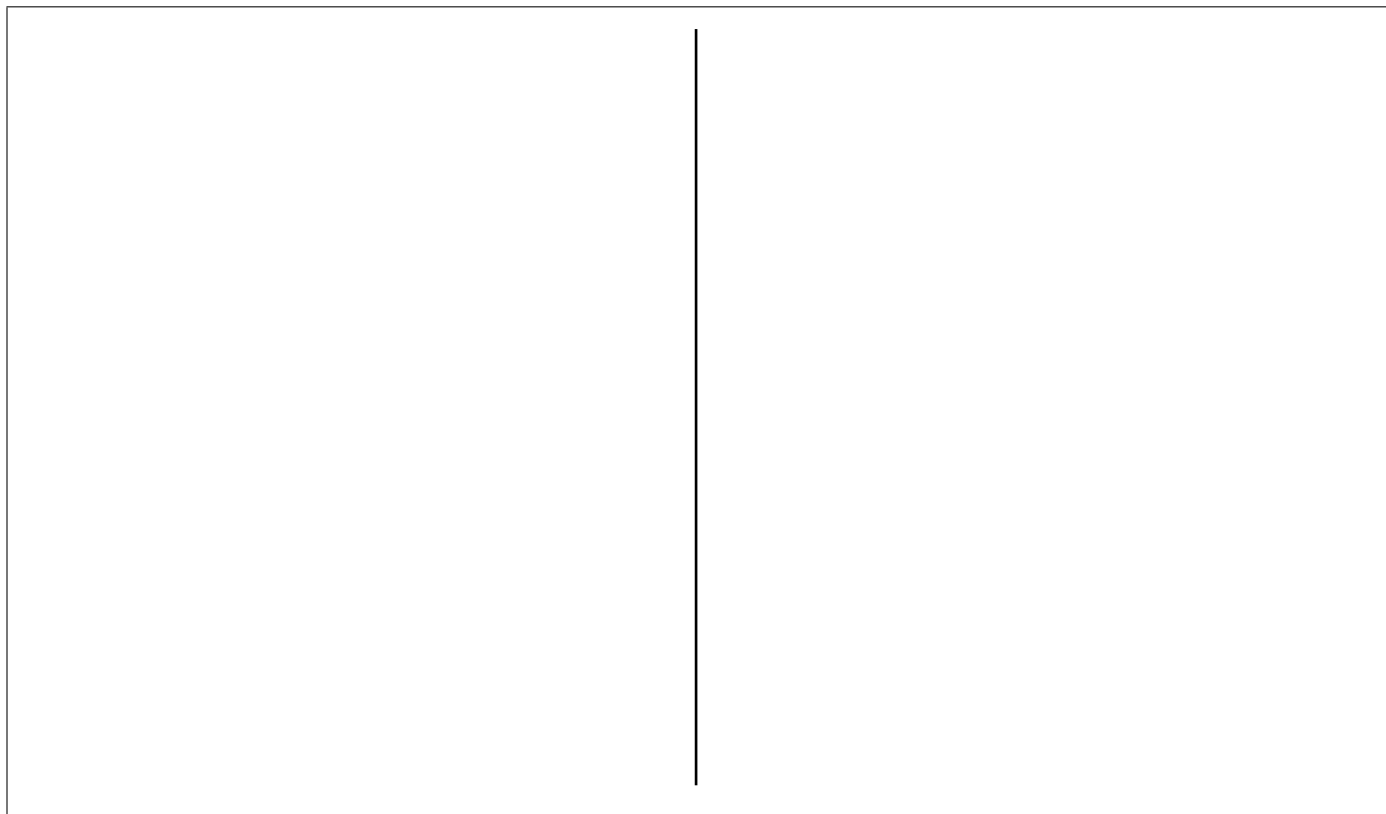
2. Donner le $DL_2(0)$ de $f(x) = \frac{3}{2-3x}$. (2 pt)

--	--

3. En faisant un DL_2 au numérateur et au dénominateur, déterminer l'équation de la tangente T du graphe \mathcal{C} de la fonction $f(x) = \frac{\cos(2x) - 1}{\sin x}$ en $x = 0$. (2 pt)

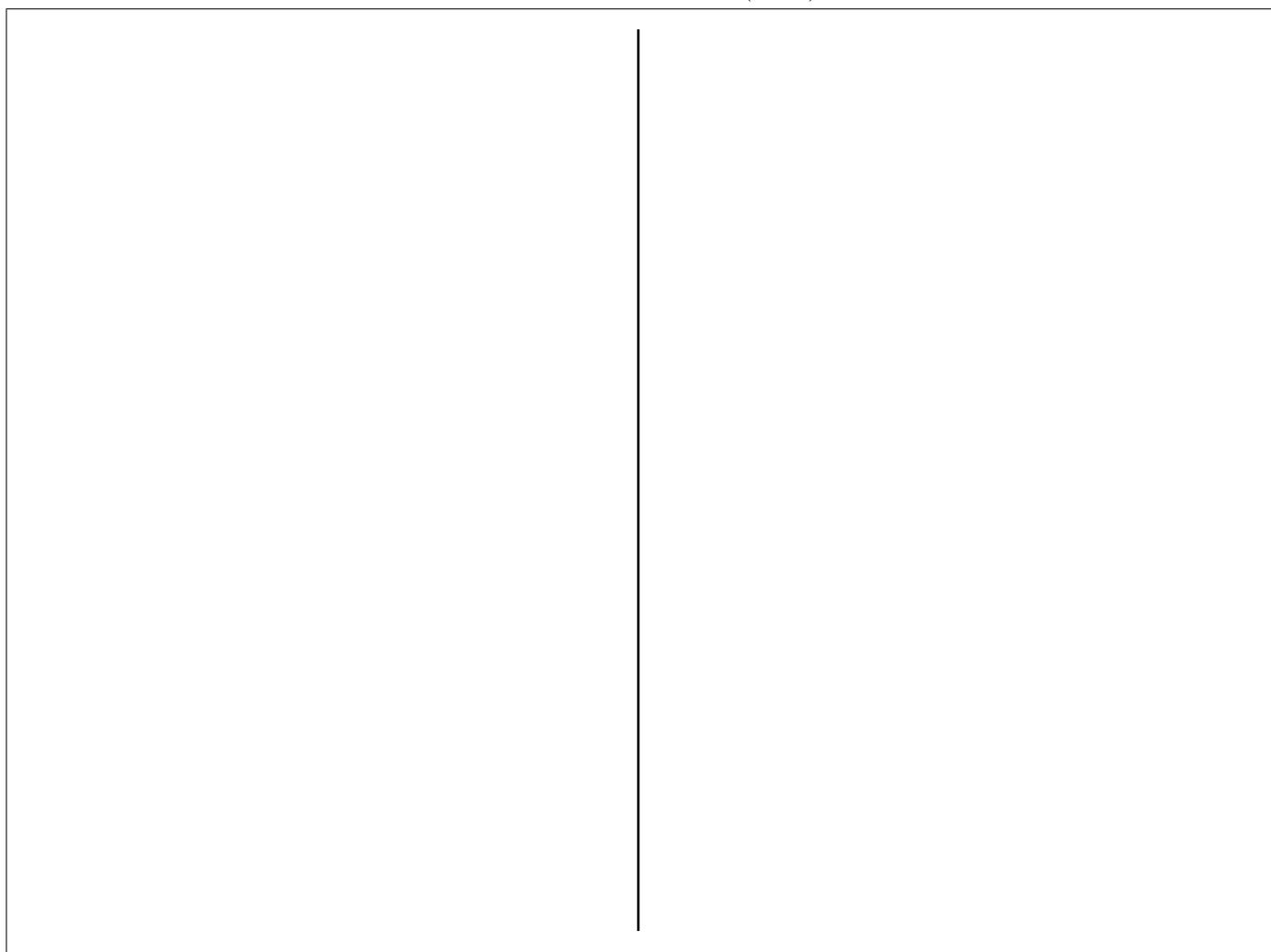
--	--

4. Déterminer l'asymptote oblique en $+\infty$ du graphe de $f(x) = \sqrt{2x^2 - x + 1}$. On remarquera qu'un DL₁ est suffisant. (3 pt)



2 Intégrales (9 pt)

1. Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction $f(x) = \frac{2x^3 + 1}{x(x+1)^2}$. (3 pt)



2. Calculer $I_1 = \int_0^1 \frac{4x}{(x^2 + 1)^2} dx$ et $I_2 = \int_0^\pi \sin\left(\frac{x - \pi}{2}\right) dx$. (2 pt)

--	--

3. Calculer $I_3 = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1 + e^x} dx$ en posant $u = e^x$. (2 pt)

--	--

4. Calculer $I_4 = \int_0^1 x \ln(x+1) dx$ à l'aide d'une intégration par parties. (2 pt)

--	--

3 Équation différentielle (2 pt)

Résoudre l'équation différentielle $y' - (\cos x)y = 0$. (2 pt)

--	--