Méthodes formelles (de développement) pour le génie logiciel

David Delahaye

Faculté des Sciences
David.Delahaye@lirmm.fr

Master M2 2018-2019

Pourquoi les méthodes formelles ?

Développement de systèmes critiques

Systèmes critiques : système dont la panne peut avoir des conséquences dramatiques (morts, dégâts matériels importants, conséquences graves pour l'environnement).

Domaines d'application critiques :

- Transports : avions, trains, automobiles ;
- Production d'énergie : contrôle des centrales nucléaires ;
- Santé : chaînes de production de médicaments, appareil médicaux ;
- Système financier : paiement électronique ;
- Domaine militaire.

Est-ce rare d'avoir des bugs dans les systèmes critiques ?

Bug ? Vous avez dit bug ?

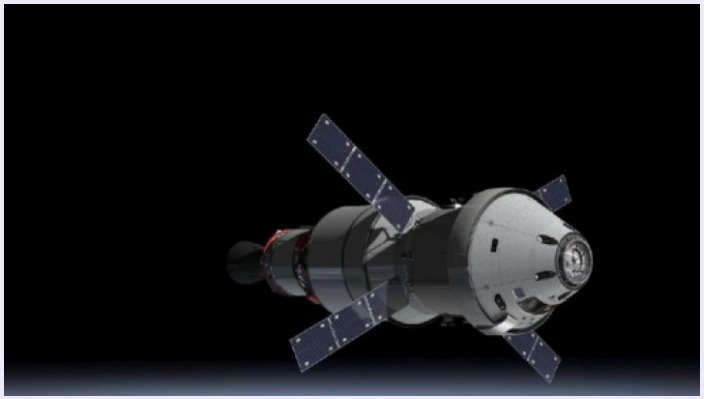
« catastrophes » dues à des erreurs informatiques

- 2003 : arrêt en cascade et simultanées de 256 centrales électriques en Amérique du Nord.
  50 millions de foyers privés d'électricité, 11 morts,
  6 milliards de dollars de dégâts.
- 1985-1987 : dysfonctionnement du logiciel de la machine de radiothérapie Therac 25.
  Surdosage de radiations (jusqu'à 100 fois la dose de radiations).
  Mort directe de 6 patients.
- 2012 : problème dans le logiciel algorithmique de passage d'ordre de l'entreprise Knight capital group.
  Fortes fluctuations de l'action, perte de 440 millions de dollars.
  L'entreprise a frôlé la faillite, recapitalisation en urgence.

Vous avez besoin d'un exemple plus récent ?

Bug ? Vous avez dit bug ?

Vaisseau américain Orion



- Premier vol habité d'Orion retardé à 2023 (17/09/2015) ;
- « Trop de paramètres et d'incertitudes sont en jeu pour permettre de déterminer si le vaisseau peut être prêt en 2021, a renchéri l'administrateur associé de la Nasa, Robert Lightfoot, lors d'une conférence de presse téléphonique.
  "C'est très loin d'être certain car des choses peuvent arriver, comme l'expérience nous l'a montré", a-t-il ajouté, citant notamment des "inconnus" comme des problèmes potentiels dans la mise au point des logiciels. »

Méthodes formelles

Différents méthodes

1. Le typage des langages de programmation est historiquement une des premières méthodes formelles.
2. La vérification déductive consiste à donner une représentation purement logique et sémantique à un programme.
3. Le « model-checking » analyse exhaustivement l'évolution du système lors de ses exécutions possibles.
4. L'analyse statique par interprétation abstraite calcule symboliquement un sur-ensemble des états accessibles du système.

Dans ce cours, nous verrons (1 + 2) et (3).

Preuves formelles

Plusieurs pré-requis

- Avoir une bonne connaissance de la sémantique de son langage ;
- Être capable d'exprimer cette sémantique formellement ;
- Savoir spécifier précisément le comportement de son programme ;
- Faire en sorte que la spécification soit totale.

Plusieurs langages en jeu

- Le langage de programmation ;
- Le langage de spécification ;
- Le langage de preuve.

Si ces trois langages sont réunis au sein du même environnement, c'est beaucoup plus pratique pour le développeur !

Spécification

Qu'est-ce que c'est ?

- C'est le « quoi » du programme, ce qu'il doit faire ;
- Peut-être exprimé dans le langage naturel (mais ambigu) :
  - Exemple : « ce programme calcule la racine carrée ».
- Plus formellement : spécification = type d'un programme.

Plusieurs degrés de spécifications

- Spécifications partielles :
  - Exemple : `sqrt : float` $\rightarrow$ `float` ;
  - Donne de l'information mais pas assez ;
  - Beaucoup de fonctions ont ce type (pas seulement racine carrée).
- Spécifications totales :
  - Exemple : $\forall x \in \mathbb{R}^+ . f(x) \geq 0 \wedge f(x) \times f(x) = x$;
  - Seule racine carrée vérifie cette proposition ;
  - Nécessite un langage basé sur la logique.

Preuves

Objectifs

- Mettre en adéquation un programme et sa spécification ;
- Apporter une garantie sur l'exécution du programme.

Remarques

- Plus simple de faire des preuves sur des programmes fonctionnels ;
- Fonctionnel utilisé aussi pour encoder les preuves dans certains outils ;
- Outils basés sur du fonctionnel : Coq, HOL, PVS, etc. ;
- Outils basés sur de l'impératif : Atelier B.

Une preuve triviale

Spécification

- On cherche à écrire une fonction f telle que :
  $\forall x \in \mathbb{N}.f(x) = x \times x$

Programme

- On considère le programme (fonction) suivant :
  $g(x) = x \times x$

Preuve d'adéquation

- On doit prouver que le programme g vérifie la spécification :
  $\forall x \in \mathbb{N}.g(x) = x \times x$
- On « déplie » la définition de g :
  $\forall x \in \mathbb{N}.x \times x = x \times x$
- Ce qui est trivial.

Une preuve plus difficile

Spécification

- La même que précédemment, c'est-à-dire :
  $\forall x \in \mathbb{N}. f(x) = x \times x$

Programme

- On considère le programme (fonction) suivant :

$$h(x,i) = \begin{cases} x, & \text{si } i = 0,1 \\ x + h(x, i-1), & \text{sinon} \end{cases}$$

$$g(x) = h(x,x)$$

Preuve ?

- Par récurrence (exercice pour la semaine prochaine).

Mécanisation des preuves

Outils d'aide à la preuve

- Beaucoup d'outils existants ;
- Développés par des équipes de recherche ;
- Mais pas que : Atelier B (Alstom, ClearSy) ;
- Mécanisation ne signifie pas automatisation :
  - Outils de preuve interactive (Coq, HOL, etc.) ;
  - Outils de preuve automatique (Vampire, Zenon, etc.).

Transfert industriel ?

- Difficile au début ;
- Investit les milieux R&D progressivement ;
- Plus facile si l'outil vient d'une initiative industrielle (Atelier B) ;
- Plusieurs succès académiques récents changent la donne.

Quelques succès marquants

Ligne de métro 14 (Meteor)

- Ouverte en 1998 ;
- Développée par Siemens (Matra à l'époque) ;
- Utilisation de la méthode B ;
- Théorie des ensembles en première page des journaux ;
- Siemens continue à développer des métros sans conducteur.

Quelques succès marquants

JavaCard (Gemalto)

- Formalisation de l'architecture JavaCard ;
- Utilisation de Coq.

Le compilateur certifié CompCert (Inria, Gallium)

- Produit du code assembleur pour PowerPC, ARM, et x86 ;
- Développé en Coq et certifié correct.

Projet L4.verified (NICTA)

- Formalisation du micro-noyau seL4 ;
- Utilisation d'Isabelle/HOL.

Formalisation des Mathématiques

Théorème des 4 couleurs

- Énoncé :
  - Coloriage de n'importe quelle carte découpée en régions connexes ;
  - Deux régions adjacentes (ou limitrophes), deux couleurs distinctes ;
  - Utilisation de seulement 4 couleurs.
- Prouvé en Coq par Gonthier et Werner (2005).

Classification des groupes finis

- Travaux entre 1955 et 1983 ;
- Théorème « énorme » : 500 articles par plus de 100 auteurs ;
- Preuve « patchée » à plusieurs reprises ;
- Preuve du théorème de Feit-Thompson en Coq par Gonthier (2012) ;
- Preuve complète encore en cours.

Outil d'aide à la preuve Coq (vu en HMIN203)

Caractéristiques

- Développement par l'équipe Inria πr^2 ;
- Preuve de programmes fonctionnels ;
- Théorie des types (calcul des constructions inductives) ;
- Isomorphisme de Curry-Howard (objets preuves).

Implantation

- Premières versions milieu des années 80 ;
- Implantation actuelle en OCaml ;
- Preuve interactive (peu d'automatisation) ;
- En ligne de commande ou avec l'interface graphique CoqIDE ;
- Installer Coq : `https://coq.inria.fr/`.

Plusieurs familles d'outils d'aide à la preuve

Selon la théorie utilisée

- Théorie naïve des ensembles de Cantor (1872), Frege (1879) :
  - Théories incohérentes ;
  - Paradoxe de Russell (1903) : $\{x \mid x \notin x\}$.
- Deux théories alternatives :
  - Théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel (1908) ;
  - Théories des types de Whitehead-Russell (1910).
- Exemples d'outils :
  - Théorie des ensembles : Z, B, Alloy ;
  - Théorie des types : Coq, Isabelle, PVS.

Plusieurs familles d'outils d'aide à la preuve

Selon la logique utilisée

- Logique classique : tiers exclu accepté, $A \vee \neg A$;
- Logique intuitionniste :
  - Rejet du tiers exclu ;
  - Initiée par Brouwer (1930), puis ses étudiants Glivenko, Heyting, Gödel et Kolmogorov ;
  - Initiative vivement critiquée par Hilbert : « Priver le mathématicien du tertium non datur [pas de troisième possibilité] serait enlever son télescope à l'astronome, son poing au boxeur » ;
  - Interprétation de Brouwer-Heyting-Kolmogorov.
- Exemples d'outils :
  - Logique classique : B, PVS, HOL.
  - Logique intuitionniste : Coq, Nuprl, Alfa.

Peut-on automatiser les preuves ?

Question à se poser

- Le problème est-il décidable ?
- Problème posé par Hilbert et Ackermann en 1928 ;
- « Entscheidungsproblem » (problème de décision).

Réponse

- La réponse est négative ;
- Preuves par Church et Turing (indépendamment) en 1936 ;
- Utilisent les résultats de Gödel (théorèmes d'incomplétude) de 1931.

Mais tout n'est pas perdu...

Fragments décidables

- Logique propositionnelle (classique et intuitionniste) ;
- Arithmétique linéaire ;
- Réels (corps réels clos) ;
- Géométrie ;
- Tableaux (informatique).

Pour le reste

- Méthodes de recherche de preuve correctes et complètes ;
- Mais non terminantes.

Preuve automatique

Logique propositionnelle

- Problème décidable (même en intuitionniste), mais forte complexité ;
- Solveurs SAT ;
- DPLL, CDCL et variantes.

Logique du premier ordre (calcul des prédicats)

- Problème indécidable (semi-décidable) ;
- Tableaux, résolution (superposition).

Raisonner modulo théories

Qu'est-ce qu'une théorie ?

- Ensemble d'axiomes (axiomatisation) ;
- Exemples : arithmétique, théorie des ensembles, etc.

Deux grandes familles

- Solveurs SMT (solveur SAT + théories) ;
- Déduction modulo théorie, superdéduction.

Automatiser le raisonnement en Coq ?

Difficultés

- Logique d'ordre supérieur :
  - Indécidable (validité) ;
  - Mais l'unification est également indécidable !
- Système de types très élaboré :
  - Polymorphisme ;
  - Types dépendants ;
  - Types inductifs.
- Le manque d'automatisation est le prix à payer pour l'expressivité.

Organisation du cours

Deux parties

1. Preuves (automatiques) de programmes (projet) ;
2. « Model-checking » (examen écrit).

Supports de cours

- Disponibles sous Moodle (clé : « hmin338 ;2018 ») :

  https://moodle.umontpellier.fr/course/view.php?id=1054

Partie preuve

Plan

1. Preuves en logique du premier ordre ;
2. Preuve automatique en logique propositionnelle ;
3. Preuve automatique en logique du premier ordre ;
4. Déduction modulo théorie et variantes ;
5. Solveurs SMT.