

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER
FACULTÉ D'ÉCONOMIE
Année universitaire 2016-2017 - EXAMENS

Année d'étude : Master 1
Matière : Théorie des jeux
Semestre : 1

Enseignant : M. Beaud
Durée : 2h
Session : 1

Documents autorisés : non

Dictionnaires autorisés pour les étudiants non francophones : oui

Calculatrices non programmables autorisées : non

L'utilisation du téléphone portable durant les épreuves est formellement interdite.

Exercice 1:

Deux joueurs (le joueur 1 et le joueur 2) participent à une version simplifiée d'un jeu de poker. Tout d'abord, chaque joueur paye deux euros pour participer au jeu.

Le joueur 1 tire une carte d'un jeu contenant autant de cartes noires (trèfle ou pic) que de cartes rouges (cœur ou carreau), et reste le seul à en observer la couleur. Il a alors le choix entre miser quatre euros supplémentaires (action M) ou se coucher (action C). Si le joueur 1 se couche, le jeu s'arrête et le joueur 2 remporte le pot.

Si le joueur 1 décide de miser, le joueur 2 a alors le choix entre suivre en ajoutant également quatre euros supplémentaires (action S) ou se coucher (action C). Si le joueur 2 se couche, le joueur 1 remporte le pot. Si le joueur 2 décide de miser, le joueur 1 doit montrer sa carte. Si cette carte est noire le joueur 1 remporte le pot. Si cette carte est rouge le joueur 2 remporte le pot.

L'utilité d'un gain monétaire est supposée être égale au montant de ce gain. Les joueurs sont neutres au risque et maximisent leur espérance de gain.

Tous les éléments ci-dessus sont *connaissance commune*.

1. Représenter le jeu sous forme extensive et sous forme stratégique. (4 pts)
2. Déterminer l'unique équilibre de Nash du jeu. Ecrire les fonctions de meilleure réponse des joueurs et faire une représentation graphique de l'équilibre. (3 pts)
3. Déterminer les stratégies de comportement des joueurs à l'équilibre de Nash. (2 pts)

Exercice 1 (suite):

4. A l'équilibre de Nash, quelle est la probabilité *a posteriori* que le joueur 2 attribue au fait que la carte soit noire sachant que le joueur 1 a misé quatre euros supplémentaires. (2 pts)
5. Vérifier que la condition de rationalité séquentielle est satisfaite à l'équilibre pour le joueur 2 compte tenu (compte tenu de la probabilité *a posteriori* que vous venez de calculer). (1 pt)

Exercice 2 :

On considère une variante du jeu statique de la bataille des sexes. Comme dans le jeu standard, chaque joueur dispose de deux actions possibles, se rendre à un concert de Bach (action **B**) ou de Stravinsky (action **S**). Le jeu diffère du jeu standard dans la mesure où le joueur 1 dispose d'une information privée concernant ses paiements. Le joueur 1 est soit de type fidèle, soit de type infidèle. Le joueur 2 ne peut pas observer le type du joueur 1. Il attribue toutefois une probabilité p au fait que le joueur 1 soit de type fidèle (avec $0 < p < 1$) et une probabilité $1-p$ au fait qu'il soit de type infidèle. Lorsque le joueur 1 est de type fidèle, il est connaissance commune que la forme stratégique du jeu est la suivante :

type fidèle		2	
		B	S
1	B	(2 ; 1)	(0 ; 0)
	S	(0 ; 0)	(1 ; 2)

Lorsque le joueur 1 est de type infidèle, il est connaissance commune que la forme stratégique du jeu est la suivante :

type infidèle		2	
		B	S
1	B	(0 ; 1)	(2 ; 0)
	S	(1 ; 0)	(0 ; 2)

Tous les éléments ci-dessus sont connaissance commune.

1. Représenter ce jeu sous forme extensive. (3 pts)
2. Représentez le jeu sous forme stratégique (*c.à.d.* construire la matrice des paiements). (3 pts)
3. Déterminer les équilibres de Nash Bayésiens selon la valeur de p . (2 pts)