

Statistiques Mathématiques, Feuille 5-bis

Tests UPP (complément))

5 bis 1) Soit \mathcal{M}_n le modèle d'échantillonnage de n v.a.iid $X_i \sim N(0, \sigma^2)$. Déterminer le test UPP-SB de niveau α pour $\mathcal{H}_0 : \sigma = \sigma_0$ vs $\mathcal{H}_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Note : Si $f_n(y)$ dénote la densité de la loi χ_n^2 , utilisez l'identité : $y f_n(y) = n f_{n+2}(y)$

5 bis 2) Soit \mathcal{M}_n le modèle d'échantillonnage de 10 v.a.iid $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ où les deux paramètres sont inconnus. Déterminer le test UPP-SB de niveau 5% pour $\mathcal{H}_0 : \mu = \mu_0$ vs $\mathcal{H}_1 : \mu \neq \mu_0$

Application : Une étude est menée pour étudier l'efficacité de deux traitements (disons A et B) sur une variable réponse. Un groupe de 10 sujets a été choisi au hasard d'une population. On a administré à ces sujets le traitement A puis le traitement B et on a calculé la différence $X = B - A$ de la réponse à ces traitements. On suppose que les X_i sont iid $\sim N(\mu, \sigma^2)$. Les données sont :

$$X_i : 0.9 \ 1.2 \ 0.2 \ 0.7 \ 0.7 \ 1.9 \ 0.5 \ 1.7 \ 2.7 \ 0.9$$

- 1) En mot l'hypothèse nulle \mathcal{H}_0 ici est que les deux traitements ont en moyenne le même effet. Poser ce \mathcal{H}_0 en terme des paramètres de la loi des X_i
- 2) A priori, on ne sait rien de l'effet sur la réponse des 2 traitements. Poser le \mathcal{H}_1 correspondant à cette situation en terme des paramètres de la loi des X_i .
- 3) Avec les données plus haut, que peut-on conclure au niveau 5%

5 bis 3) : Une entreprise veut augmenter ses ventes. Les résultats des exercices financiers précédents montrent qu'une transaction est de \$100 en moyenne. 25 de ses agents sont choisis au hasard pour suivre une formation. Au terme de celle-ci, on constate que la moyenne des transactions (que l'on suppose de loi normale) est de \$130 avec un écart-type estimé de \$15. Au niveau 5%, peut-on inférer que la formation a fonctionné ?

Attention : ici il faut bien poser \mathcal{H}_1 .