Feuille TD 5 : Poutre à section variable

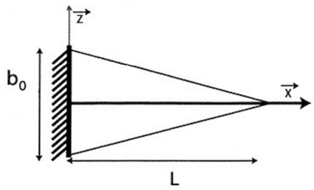

Fig 1 Vue de dessus

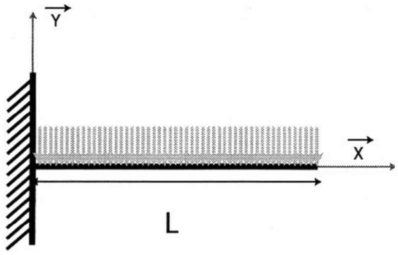

Fig 2 Chargement 1

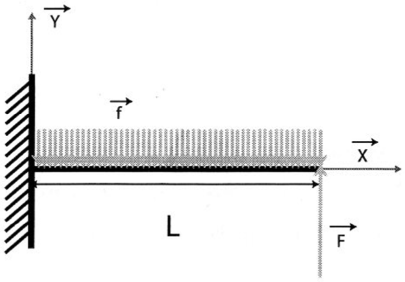

Fig 3 Chargement 2

L'objectif de ce TD est d'étudier une poutre console à section variable soumise à un echargement réparti. On assimilera le chargement à une densité de charge linéique définie par $\vec{f}(x) = -f\vec{y}$. La poutre est de longueur L, de hauteur h et de la largeur b(x). La variation de la largeur est linéaire (Fig.1). La poutre est encastrée en x=0. On remarquera que le problème est plan. La cinématique utilisée est celle de Navier-Bernouilli. On utilisera un repère cartésien $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. On notera M(x) le moment de flexion suivant $\vec{z}$, N l'effort normal dirigé suivant $\vec{x}$ et T l'effort tranchant dirigé suivant $\vec{y}$.

Cas du chargement 1 (Fig. 2) : Equation d'équilibre local

1. Déterminez le moment quadratique $I_z(x)$.
2. Déterminez les conditions aux limites en déplacement.
3. Déterminez les conditions aux limites en effort.
4. Ecrire et résoudre les équations d'équilibre local.
5. Tracer le diagramme des efforts tranchant et fléchissant.
6. Montrer que v(x), la flèche de la poutre, est de la forme d'un polynôme d'ordre 3. Déterminez les coefficients du polynôme.
7. Montrer que $v(L) = -2\frac{fL^4}{Eh^3 b_0}$.

Cas du chargement 2 (Fig. 3) : Méthode énergétique

On rappelle que l'énergie complémentaire de déformation d'une poutre s'écrit $w^* = \int_0^L \frac{M^2(x)}{2EI_z(x)} dx$. On peut déterminer la flèche à l'extrémité de la poutre console à l'aide du théorème de Castigliano dans le cas du chargement 2 à l'aide de $v(L) = \left(\frac{\partial}{\partial F} w^*\right)_{F=0}$.

8. A l'aide du principe de superposition, déterminer M(x) pour le cas de chargement 2.
9. Montrer que $w^* = \frac{1}{8}\frac{L^3(3f^2L^2 - 16fLF + 24F^2)}{Eh^3 b_0}$.
10. A l'aide du théoreme de Castigliano retrouver le résultat de la question 7.