

Outils mathématiques 1 — TD 6 : Fonctions numériques

1. Déterminer :

(a) les domaines de définition des fonctions

$$f_1(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; f_2(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}; f_3(x) = \frac{x}{\cos x - \sin x}; f_4(x) = \ln(x^3 - 8);$$

(b) et les antécédents par f_1 de 0,5.

2. Etudier la parité des fonctions faisant correspondre à tout x les valeurs :

$$(a) |x|; (b) x^2; (c) x^3; (d) \sqrt{x}; (e) x^{3/2}; (f) 2x + 1; (g) 2x^2 + 1; (h) \frac{x}{x^2 + 1}; (i) \frac{x^2}{x^2 + 1}; (j) \frac{2x + 1}{x^2 + 1}.$$

3. Soient les fonctions $f_1(x) = x^2 - 2x + 3$ et $f_2(x) = x^3 - x + 2$ de graphes respectifs C_1 et C_2 :

(a) déterminer l'équation de l'axe de symétrie de C_1 ;

(b) calculer les coordonnées du centre de symétrie Ω de C_2 .

4. Tracer sur $[-2; 6]$ la courbe représentative de la fonction f suivante :

$$f \text{ est 4-périodique et } \begin{cases} f(x) = x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ f(x) = 1 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ f(x) = 4 - x & \text{si } 3 \leq x < 4 \end{cases}$$

et en déduire les graphes des courbes de

(a) $f_1(x) = 1 + f(x)$ et $f_2(x) = -2f(x)$;

(b) $g_1(x) = f(x - 2)$ et $g_2(x) = f(2x)$.

(c) Conclure enfin sur la nature des transformations du graphe C_f associées aux opérations $\lambda \cdot f(x)$, $\lambda + f(x)$, $f(\lambda \cdot x)$ et $f(x - \lambda)$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

5. Soit la fonction de Heaviside $\theta(x)$ définie par

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Tracer la fonction $f(x) = \theta(x) - 2\theta(x - 1) + \theta(x - 2)$.

6. On souhaite créer une fonction causale $g(x)$ qui soit :

— nulle pour $x < \pi$;

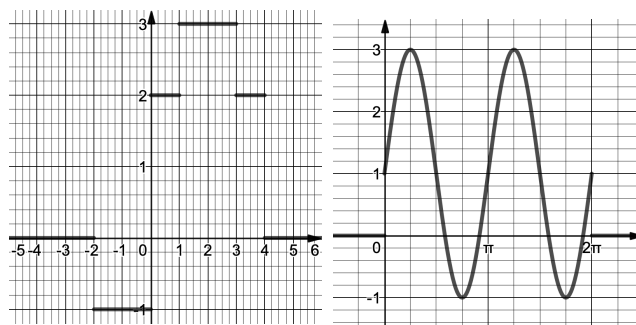
— sinusoidale, 2π -périodique, de valeur moyenne nulle et d'amplitude 2 pour $x \geq \pi$;

— et telle que $g(\pi) = 2$.

(a) Tracer le graphe de $g(x)$.

(b) Déterminer $g(x)$ à l'aide de la fonction de Heaviside.

7. Donner les équations des courbes représentées sur les figures ci-dessous.



8. Après avoir précisé leurs parités et périodicités, donner les ensembles d'étude réduits des fonctions :

$$f_1(x) = \cos\left(\frac{3\pi x}{4}\right); f_2(x) = \sin^2(2x); f_3(x) = \tan\left(\frac{x}{4}\right)$$