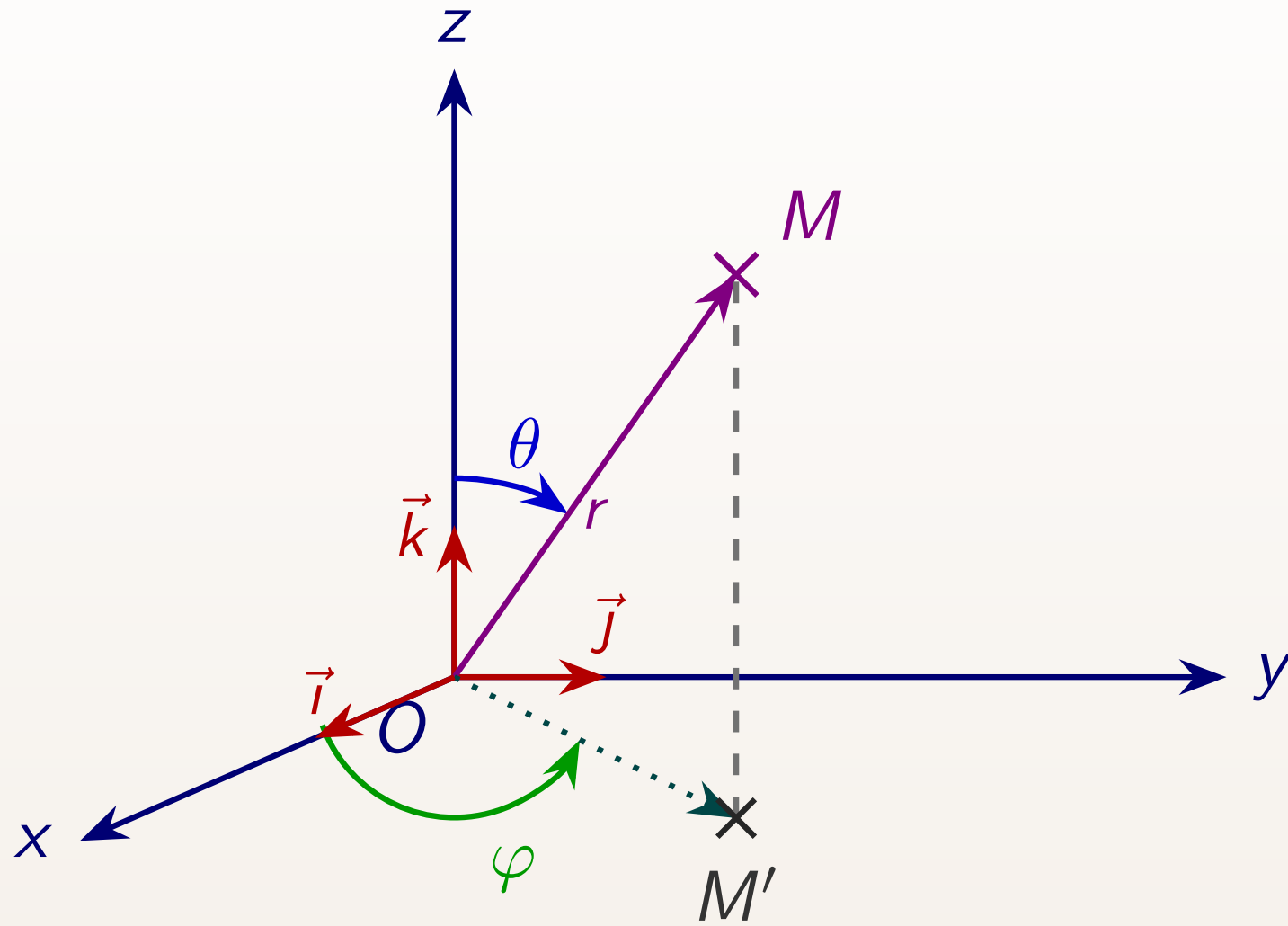


Coordonnées sphériques



$r \geq 0$ est le **rayon** ou la **distance**

$\theta \in [0; \pi]$ est la **colatitude**

$\varphi \in [-\pi; \pi]$ est la **longitude**

1. Je relève le rayon r

2. Je relève $\theta = \langle \vec{k}, \overrightarrow{OM} \rangle$ la colatitude

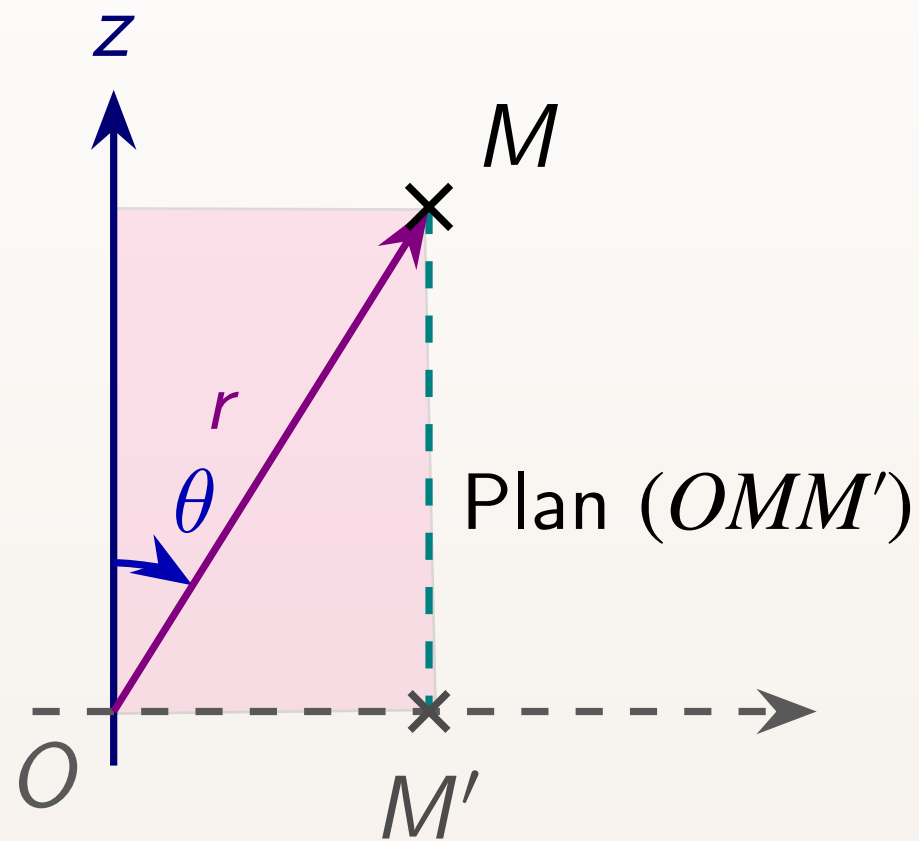
3. Je projète M sur $(xOy) \longrightarrow M'$

4. Je relève $\varphi = \langle \vec{i}, \overrightarrow{OM'} \rangle$ la longitude

$\longrightarrow$ Si $r = \text{cste}$ et que θ et φ varient : on trace une **sphère**

Remarque : l'angle φ des coordonnées sphériques a la même valeur que l'angle θ des coordonnées cylindriques

Relations cartésiennes — sphériques

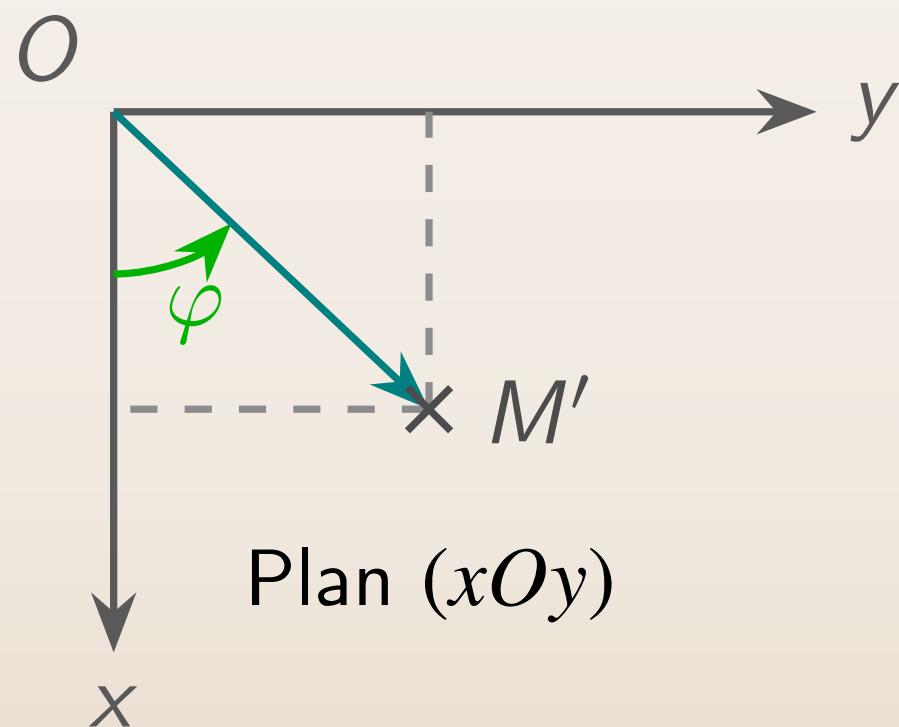


$$z = r \cos(\theta)$$

$$OM' = r \sin(\theta)$$

$$x = OM' \cos(\varphi) \Rightarrow x = r \sin(\theta) \cdot \cos(\varphi)$$

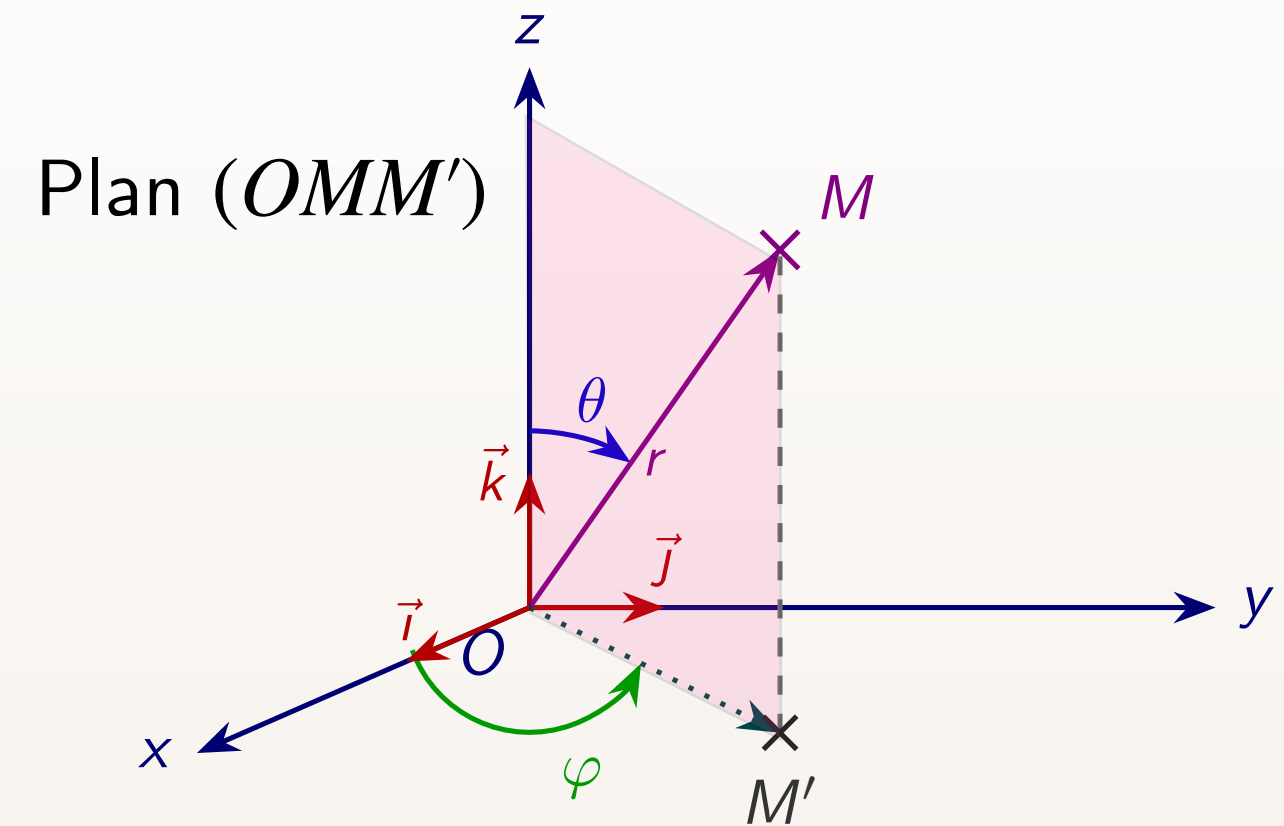
$$y = OM' \sin(\varphi) \Rightarrow y = r \sin(\theta) \cdot \sin(\varphi)$$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{z}{r}\right)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad \left(\pm \frac{1}{2} \text{ tour si } x < 0\right)$$



Questions

1. Soit le point M de coordonnées sphériques $(r; \theta; \varphi) = \left(4; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right)$. Déterminer ses coordonnées cartésiennes $(x; y; z)$.

$$x = r \sin \theta \cos \varphi = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (x; y; z) = (-\sqrt{3}; 3; 2)$$

$$y = r \sin \theta \sin \varphi = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

$$z = r \cos \theta = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

2. Soit le point M de coordonnées cartésiennes $(x; y; z) = (1; 1; \sqrt{2})$. Déterminer ses coordonnées sphériques $(r; \theta; \varphi)$.

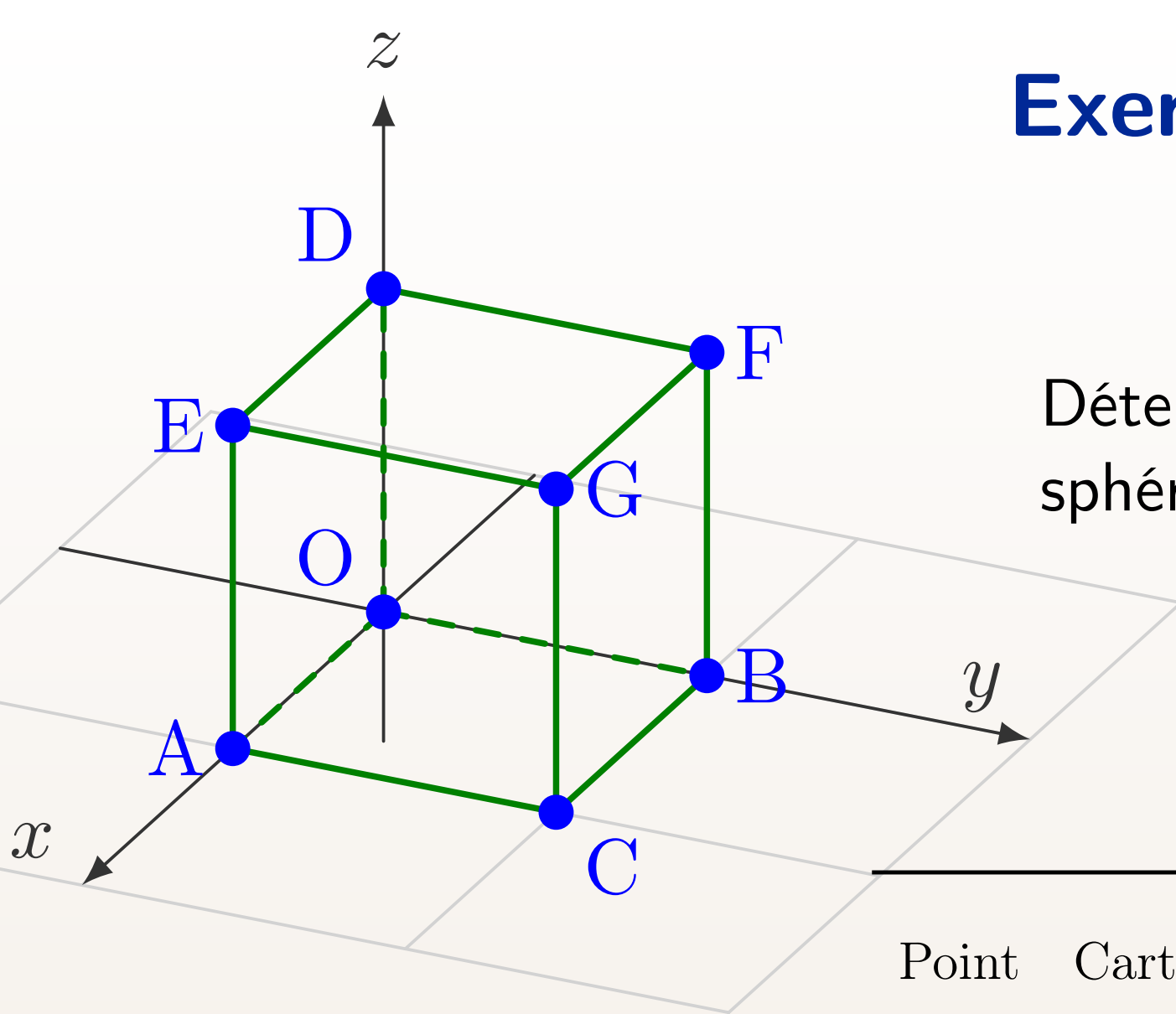
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{1 + 1 + 2} = 2$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{z}{r}\right) = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow (r; \theta; \varphi) = \left(2; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{\pi}{4}$$

Exercice de synthèse

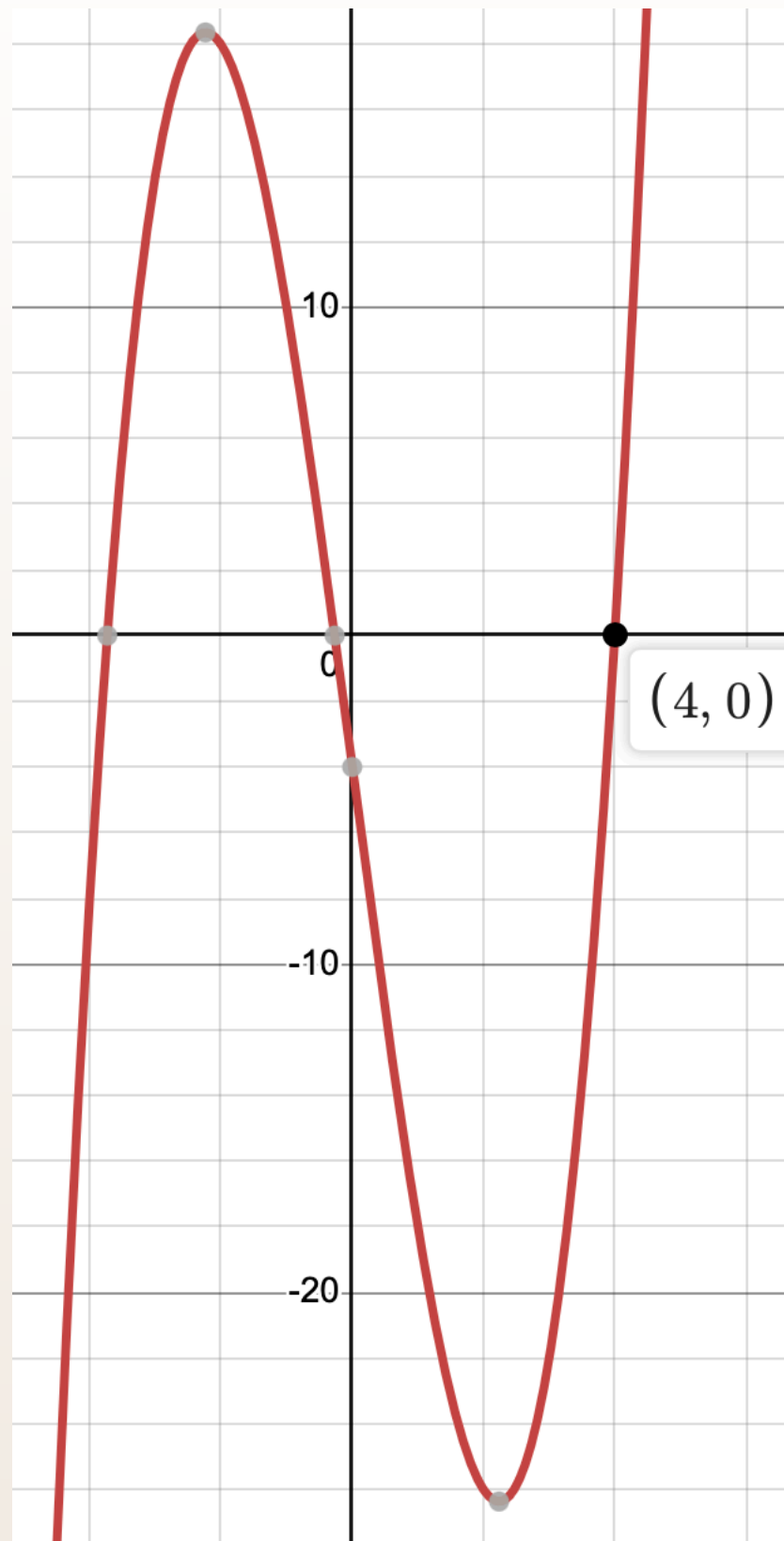


Déterminer les coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques des sommets du cube d'arête 1 ci-contre

Point	Cartésiennes $(x; y; z)$	Cylindriques $(r; \theta; z)$	Sphériques $(r; \theta; \varphi)$
O	$(0; 0; 0)$	$(0; \mathbf{0}; 0)$	$(0; \mathbf{0}; \mathbf{0})$
A	$(1; 0; 0)$	$(1; 0; 0)$	$\left(1; \frac{\pi}{2}; 0\right)$
B	$(0; 1; 0)$	$\left(1; \frac{\pi}{2}; 0\right)$	$\left(1; \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
C	$(1; 1; 0)$	$\left(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}; 0\right)$	$\left(\sqrt{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right)$
D	$(0; 0; 1)$	$(0; \mathbf{0}; 1)$	$(1; 0; \mathbf{0})$
E	$(1; 0; 1)$	$(1; 0; 1)$	$\left(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}; 0\right)$
F	$(0; 1; 1)$	$\left(1; \frac{\pi}{2}; 1\right)$	$\left(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$
G	$(1; 1; 1)$	$\left(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}; 1\right)$	$\left(\sqrt{3}; 0,955 \text{ rad} \approx 54,7^\circ; \frac{\pi}{4}\right)$

Chapitre 4 : Les nombres complexes

Introduction



- Italie, XVI^e siècle :
 ➔ *Scipione del Ferro, Cardano, Tartaglia, Bombelli*
- Résolutions d'équations de degré 3
- Utilisation des formules de Cardan :
 - Racines carrés négatives même pour calculer des solutions réelles 🤔
 - $x^3 - 15x - 4 = 0 \longrightarrow \sqrt{-121} = ?$

On pose i / $i^2 = -1$

- i est le nombre imaginaire
- $(11 i)^2 = -121$

Remarque : i est parfois noté j