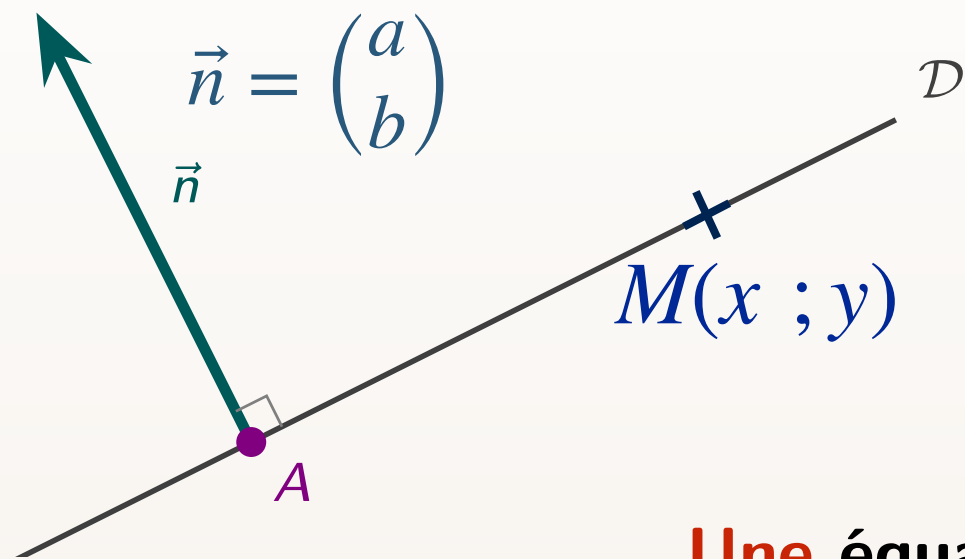


# Équations canoniques et paramétriques

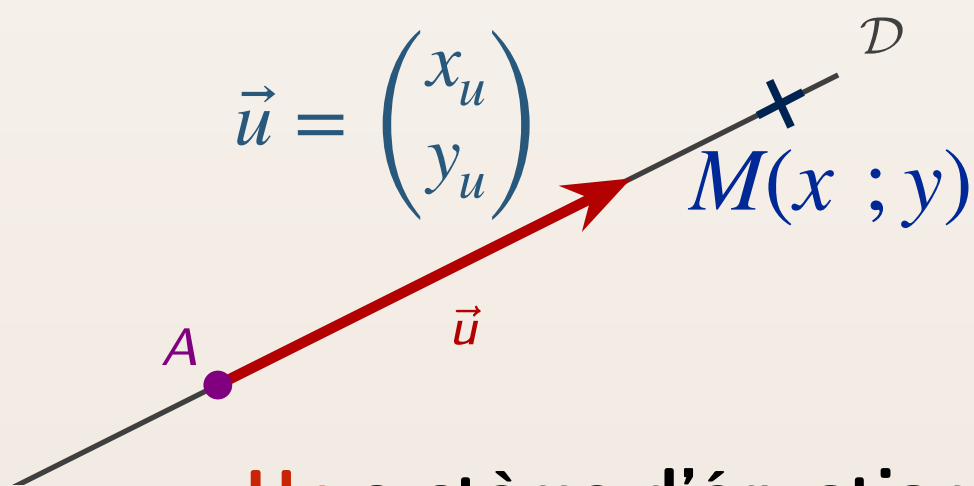


$$\mathcal{D} = \left\{ M(x; y) / \vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \iff \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix} = 0 \iff ax + by + \underbrace{(-ax_A - by_A)}_{c \in \mathbb{R}} = 0$$

**Une** équation canonique de  $\mathcal{D}$  de vecteur normal  $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

$$ax + by + c = 0$$



$$\mathcal{D} = \left\{ M(x; y) / \overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u}, t \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u} \iff \begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \end{pmatrix}$$

**Un** système d'équations paramétriques de  $\mathcal{D}$  de vecteur directeur  $\vec{u} = \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \end{pmatrix}$  et passant par **A**

$$\begin{cases} x = t \cdot x_u + x_A \\ y = t \cdot y_u + y_A \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

# Questions

- Déterminer des vecteurs directeurs et normaux

| Équation          | $\vec{u}$ | $\vec{n}$ |
|-------------------|-----------|-----------|
| $y = -2x + 4$     |           |           |
| $3x - 4y + 2 = 0$ |           |           |
| $y = 7x - 1$      |           |           |
| $2x + 3y = 5$     |           |           |

- Quelle forme réduite correspond au système paramétrique  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t + 1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} ?$

# Réponses

- Déterminer des vecteurs directeurs et normaux

| Équation          | $\vec{u}$  | $\vec{n}$  |
|-------------------|------------|------------|
| $y = -2x + 4$     | $(1 ; -2)$ | $(2 ; 1)$  |
| $3x - 4y + 2 = 0$ | $(4 ; 3)$  | $(3 ; -4)$ |
| $y = 7x - 1$      | $(1 ; 7)$  | $(7 ; -1)$ |
| $2x + 3y = 5$     | $(3 ; -2)$ | $(2 ; 3)$  |

- Quelle forme réduite correspond au système paramétrique  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t + 1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} ?$

$$y = 2 \times 2t + 1 \implies y = 2x + 1$$

# Remarques

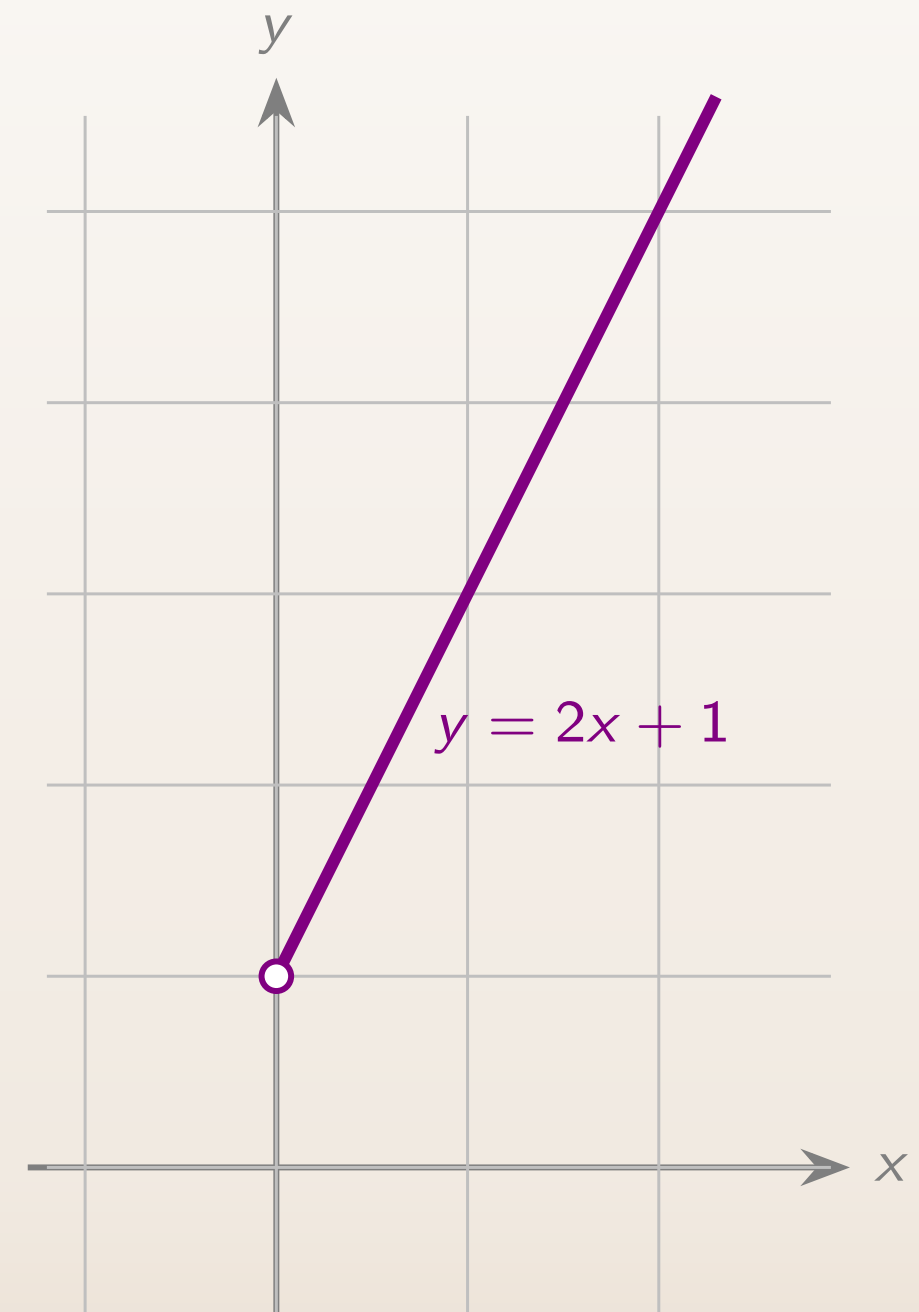
- Système d'équations **paramétriques** ou **paramétrées**

- Le système paramétrique  $\begin{cases} x = -t \\ y = -2t + 1 \end{cases} t \in \mathbb{R}$  correspond **aussi** à  $y = 2x + 1$

- Le système n'est **pas unique**
- Le **sens du tracé** diffère

- Système paramétrique  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t + 1 \end{cases} t \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow$

- Le paramètre indique :
  - le **sens du tracé**
  - les **intervalles** de valeurs prises par  $x$  et  $y$
  - utile, ou pas



# Questions

1. Donner une équation de la droite  $\mathcal{D}_1$  de vecteur directeur  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$  et passant par  $A(2 ; 5)$

$$y = 4x + p \implies 5 = 4 \times 2 + p \implies p = -3 \implies y = 4x - 3$$

2. Donner une équation de la droite  $\mathcal{D}_2$  de vecteur normal  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$  et passant par  $A(2 ; 5)$

$$3x - 2y + c = 0 \implies 3 \times 2 - 2 \times 5 + c = 0 \implies c = 4 \implies 3x - 2y + 4 = 0$$

3. Donner une équation de la droite  $\mathcal{D}_3$  de vecteur directeur  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  et passant par  $A(2 ; 5)$

$$\vec{n} = (1 ; -2) \implies x - 2y + c = 0 \implies 2 - 2 \times 5 + c = 0 \implies c = 8 \implies x - 2y + 8 = 0$$

4. Donner un système d'équations paramétriques pour la droite  $(BC)$  avec  $B(1 ; 4)$  et  $C(3 ; 2)$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \vec{u} \iff \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -2t + 4 \end{cases} \text{ ou bien } \begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -2t + 2 \end{cases}$$

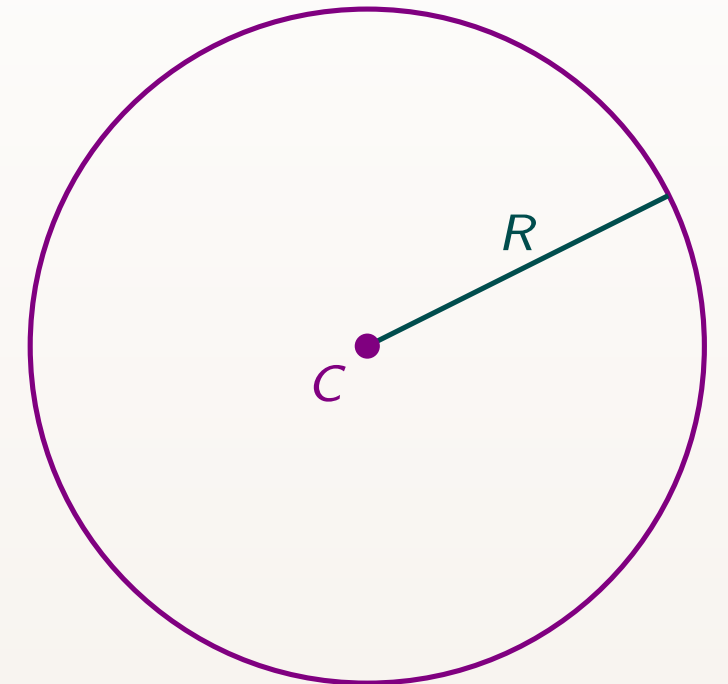
# Cercles du plan

Un cercle décrit les points situés à la distance  $R$  du centre

$$\mathcal{C} = \{M(x ; y) / CM = R\}$$

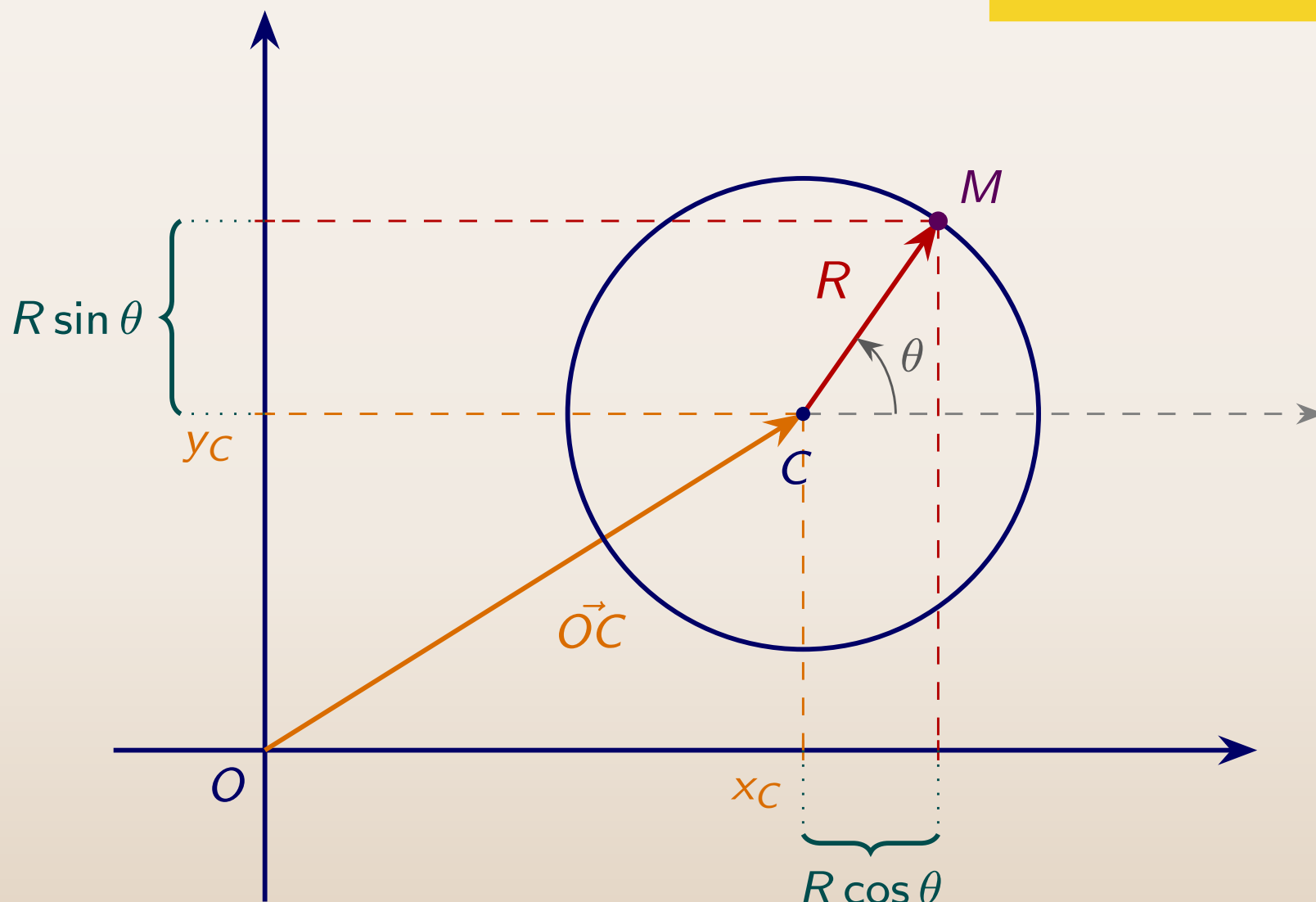
$$CM^2 = R^2 = \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CM} \text{ avec le carré scalaire}$$

$$\overrightarrow{CM} = \begin{pmatrix} x - x_C \\ y - y_C \end{pmatrix}$$



Équation canonique de  $\mathcal{C}$  de centre  $C$  et de rayon  $R$

$$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = R^2$$



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CM} \iff \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R \cos \theta \\ R \sin \theta \end{pmatrix}$$

Un système d'équations paramétriques de  $\mathcal{C}$

$$\begin{cases} x = x_C + R \cos \theta \\ y = y_C + R \sin \theta \end{cases} \quad \theta \in [-\pi ; \pi]$$

# Questions

Remplir le tableau ci-dessous :

| Équation canonique              | Centre     | Rayon |
|---------------------------------|------------|-------|
|                                 | $(1 ; 4)$  | 2     |
| $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 16$    |            |       |
| $\dots = 9$                     | $(-5 ; 2)$ |       |
| $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = \dots$ |            | 5     |

Donner un système d'équations paramétriques pour le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $(1 ; 3)$  et de rayon 2.

Donner un système d'équations paramétriques pour le demi-cercle correspondant aux abscisses de  $\mathcal{C}$  supérieures à  $x = 1$ .

# Réponses

Remplir le tableau ci-dessous :

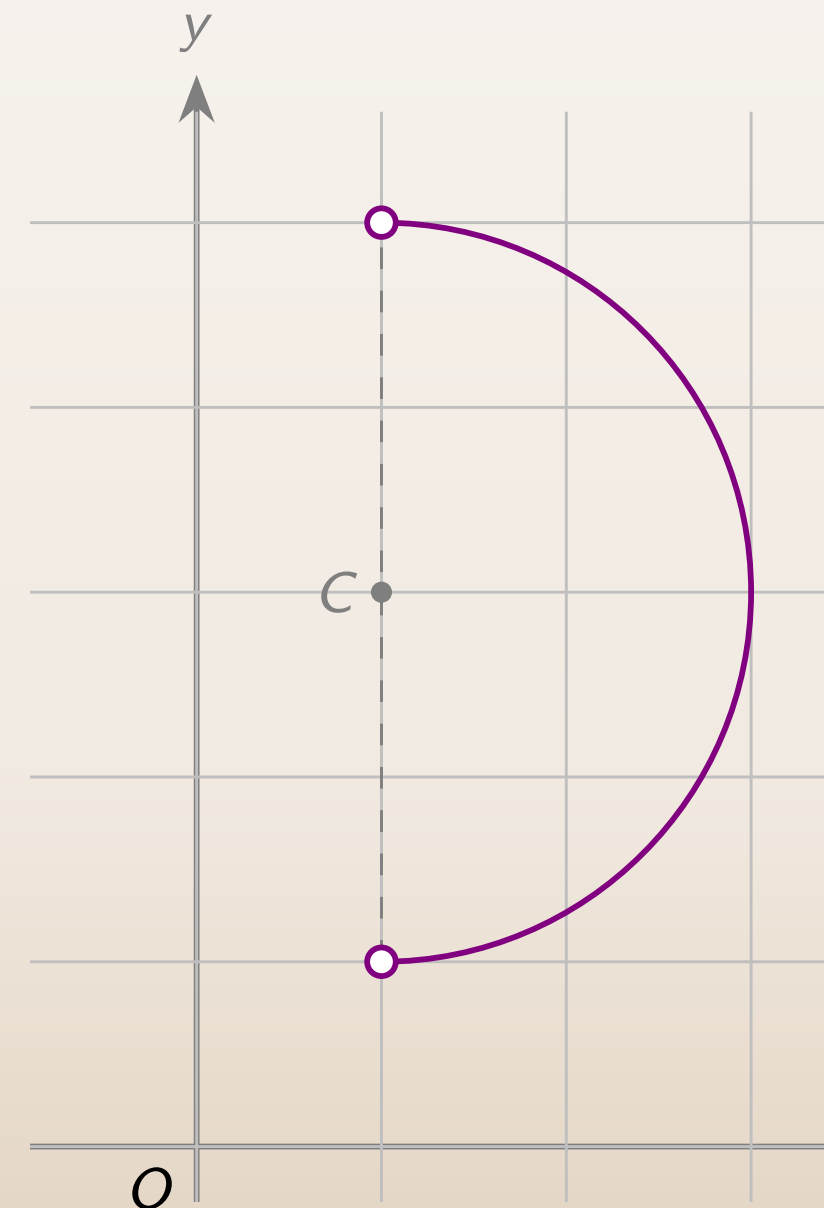
| Équation canonique           | Centre     | Rayon |
|------------------------------|------------|-------|
| $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$  | $(1 ; 4)$  | 2     |
| $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 16$ | $(1 ; -1)$ | 4     |
| $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 9$  | $(-5 ; 2)$ | 3     |
| $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 25$ | $(-4 ; 7)$ | 5     |

Donner un système d'équations paramétriques pour le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $(1 ; 3)$  et de rayon 2.

$$\begin{cases} x &= 1 + 2 \cos \theta \\ y &= 3 + 2 \sin \theta \end{cases} \quad \theta \in [-\pi; \pi]$$

Donner un système d'équations paramétriques pour le demi-cercle correspondant aux abscisses de  $\mathcal{C}$  supérieures à  $x = 1$ .

$$\begin{cases} x &= 1 + 2 \cos \theta \\ y &= 3 + 2 \sin \theta \end{cases} \quad \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$



# Barycentre

Le **barycentre**  $G$  de  $n$  point  $M_i(x_i ; y_i)$  associés respectivement aux poids  $p_i$  est le **point** vérifiant

$$p_1 \overrightarrow{GM_1} + p_2 \overrightarrow{GM_2} + \dots + p_n \overrightarrow{GM_n} = \vec{0}$$

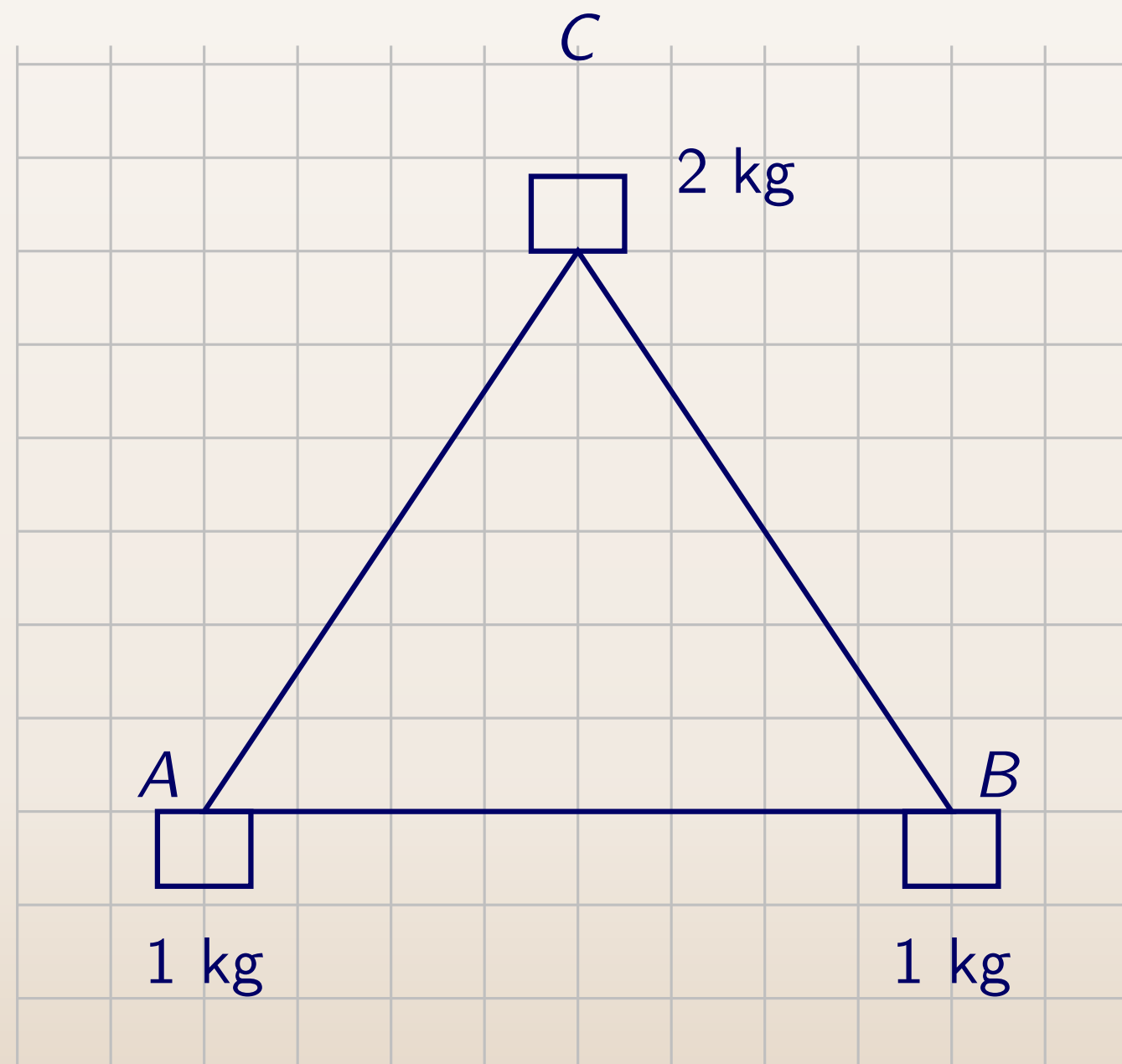
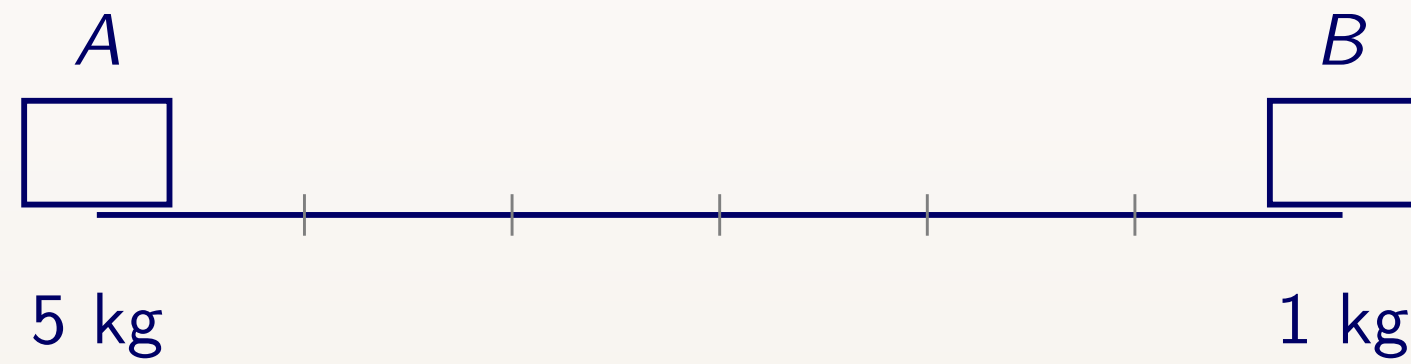
ou encore

$$\sum_{i=1}^n p_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$$

Lorsque tous les poids  $p_i$  sont les mêmes, on l'appelle **isobarycentre** et l'on pose  $p_i = 1 \ \forall i$

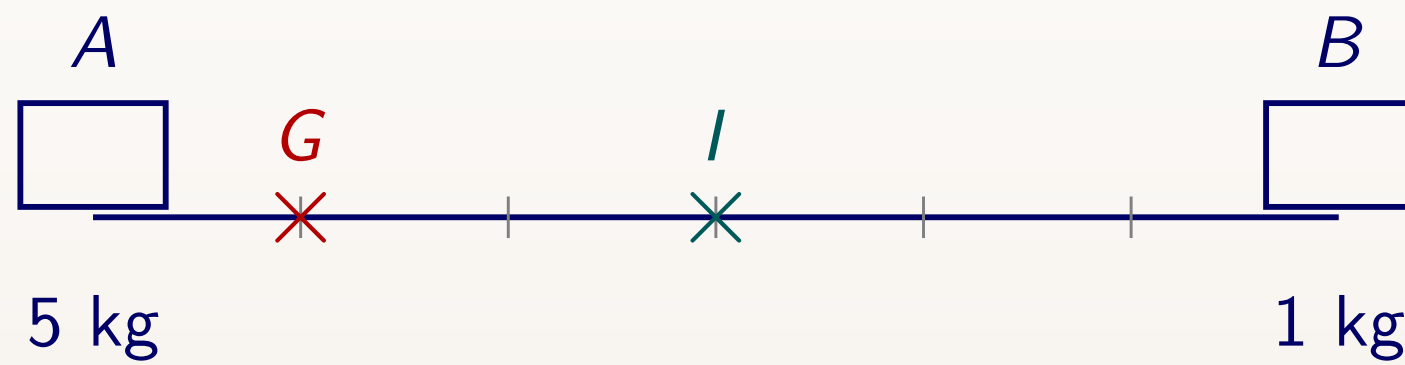
# Questions

Où est le barycentre  $G$  ? Et l'isobarycentre  $I$  ?



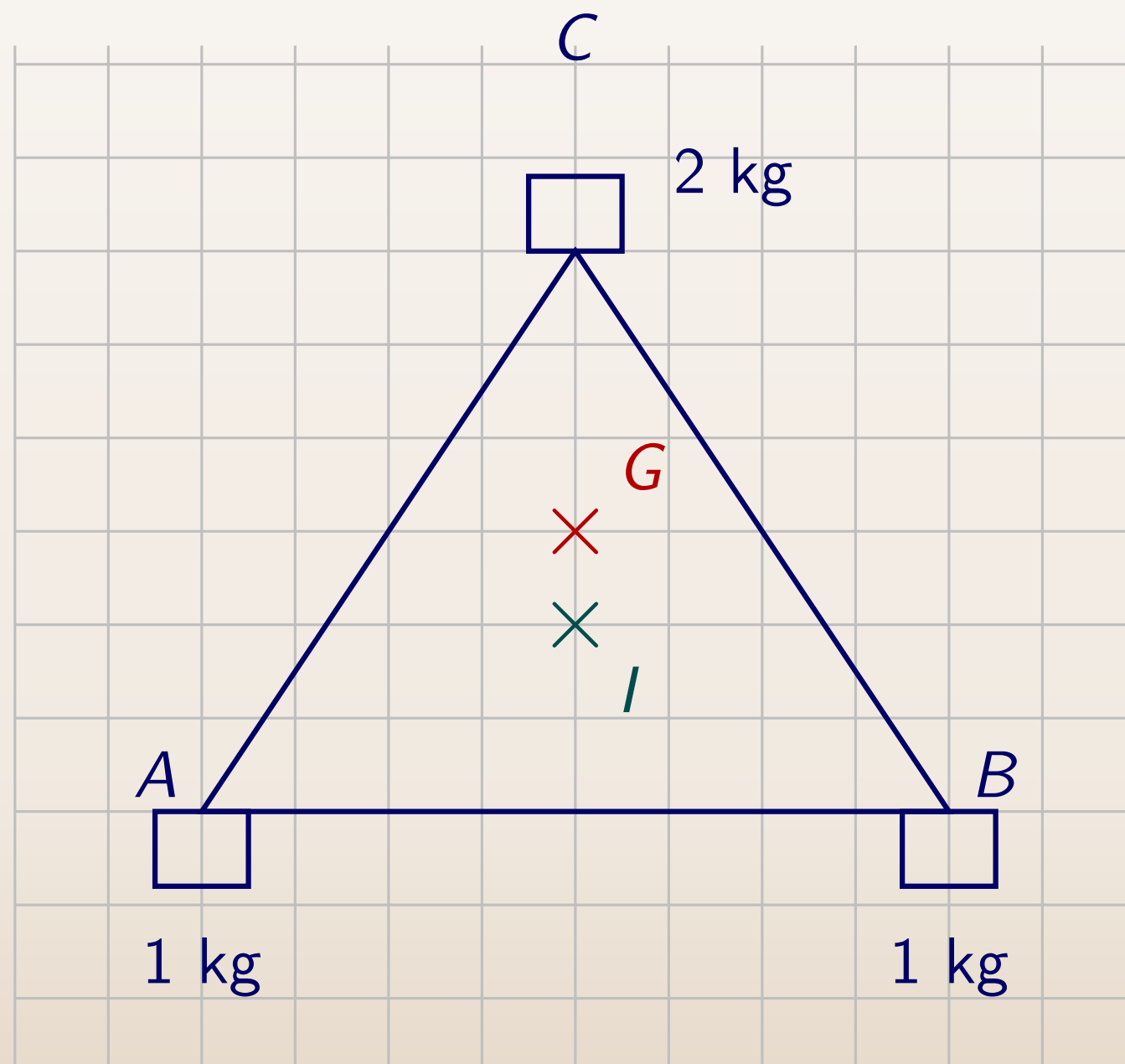
# Réponses

Où est le **barycentre**  $G$  ? Et l'**isobarycentre**  $I$  ?



$$5\overrightarrow{GA} + 1\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$$



$$1\overrightarrow{GA} + 1\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

## Lien avec les coordonnées

$$p_1 \overrightarrow{GM_1} + p_2 \overrightarrow{GM_2} + \dots + p_n \overrightarrow{GM_n} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow p_1(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OM_1}) + p_2(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OM_2}) + \dots + p_n(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OM_n}) = \vec{0} \text{ avec Chasles}$$

$$\Leftrightarrow (p_1 + p_2 + \dots + p_n) \overrightarrow{GO} + p_1 \overrightarrow{OM_1} + p_2 \overrightarrow{OM_2} + \dots + p_n \overrightarrow{OM_n} = \vec{0} \text{ en factorisant}$$

$$\Leftrightarrow (p_1 + p_2 + \dots + p_n) \overrightarrow{OG} = p_1 \overrightarrow{OM_1} + p_2 \overrightarrow{OM_2} + \dots + p_n \overrightarrow{OM_n} \text{ en changeant de membre}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{p_1 \overrightarrow{OM_1} + p_2 \overrightarrow{OM_2} + \dots + p_n \overrightarrow{OM_n}}{(p_1 + p_2 + \dots + p_n)} \quad \Leftarrow \text{ on calcule une } \mathbf{moyenne}$$

**Rappel** : le point  $M$  a les coordonnées de  $\overrightarrow{OM}$

$$\begin{cases} x_G = \frac{p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \dots + p_n \cdot x_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} \\ y_G = \frac{p_1 \cdot y_1 + p_2 \cdot y_2 + \dots + p_n \cdot y_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} \end{cases}$$

Les coordonnées du barycentre sont les **moyennes des coordonnées** des points dont il est le barycentre

**Remarque** : Moyenne simple pour un isobarycentre