

Mathématiques

Christophe Palermo
Mesures Physiques, BUT 1

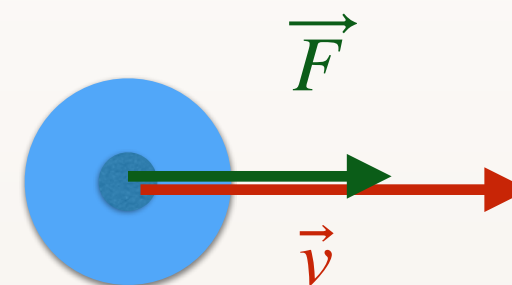
`christophe.palermo@umontpellier.fr`

Chapitre 1 : géométrie dans le plan

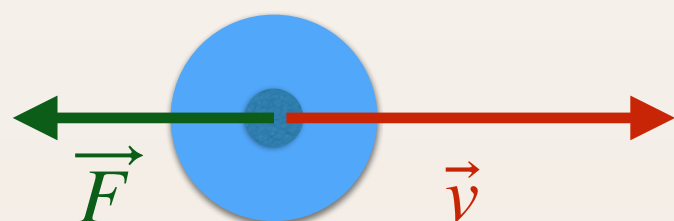
Que va-t-il se passer ?



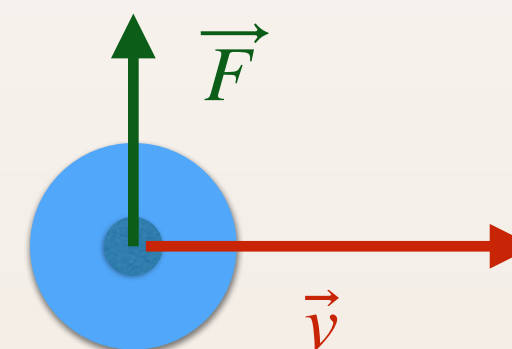
Situation 1



Situation 2

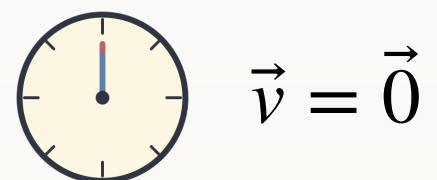


Situation 3

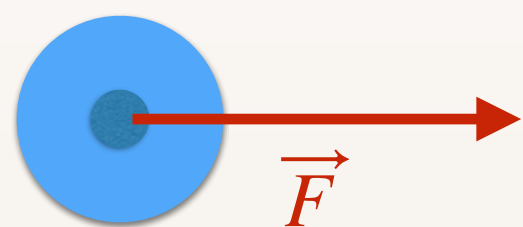


Situation 4

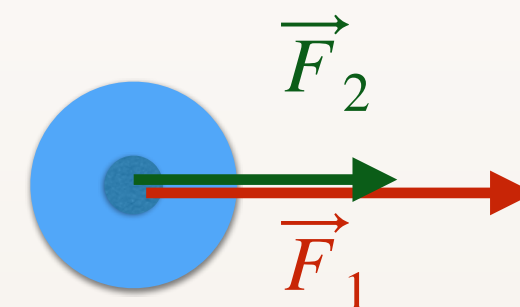
Que va-t-il se passer ? #2



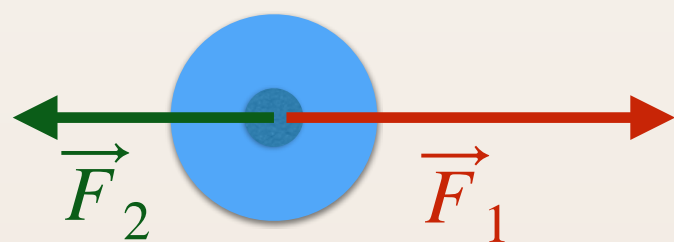
$$\vec{v} = \vec{0}$$



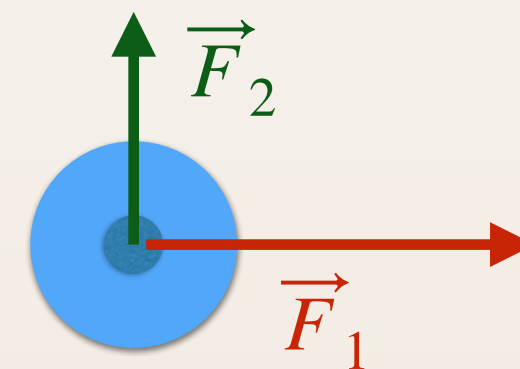
Situation 5



Situation 6



Situation 7



Situation 8

Vecteurs

- $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ est caractérisé par
 - Une **norme** (positive) ou **intensité**, notée $\| \vec{v} \|$
 - Une **direction** (axe)
 - Un **sens** (de A vers B)

- $\overrightarrow{AB}$: représentant de $\vec{v}$

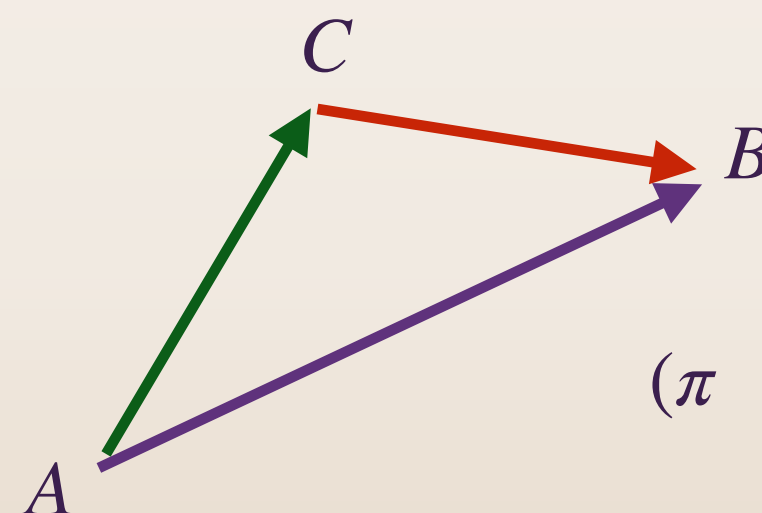
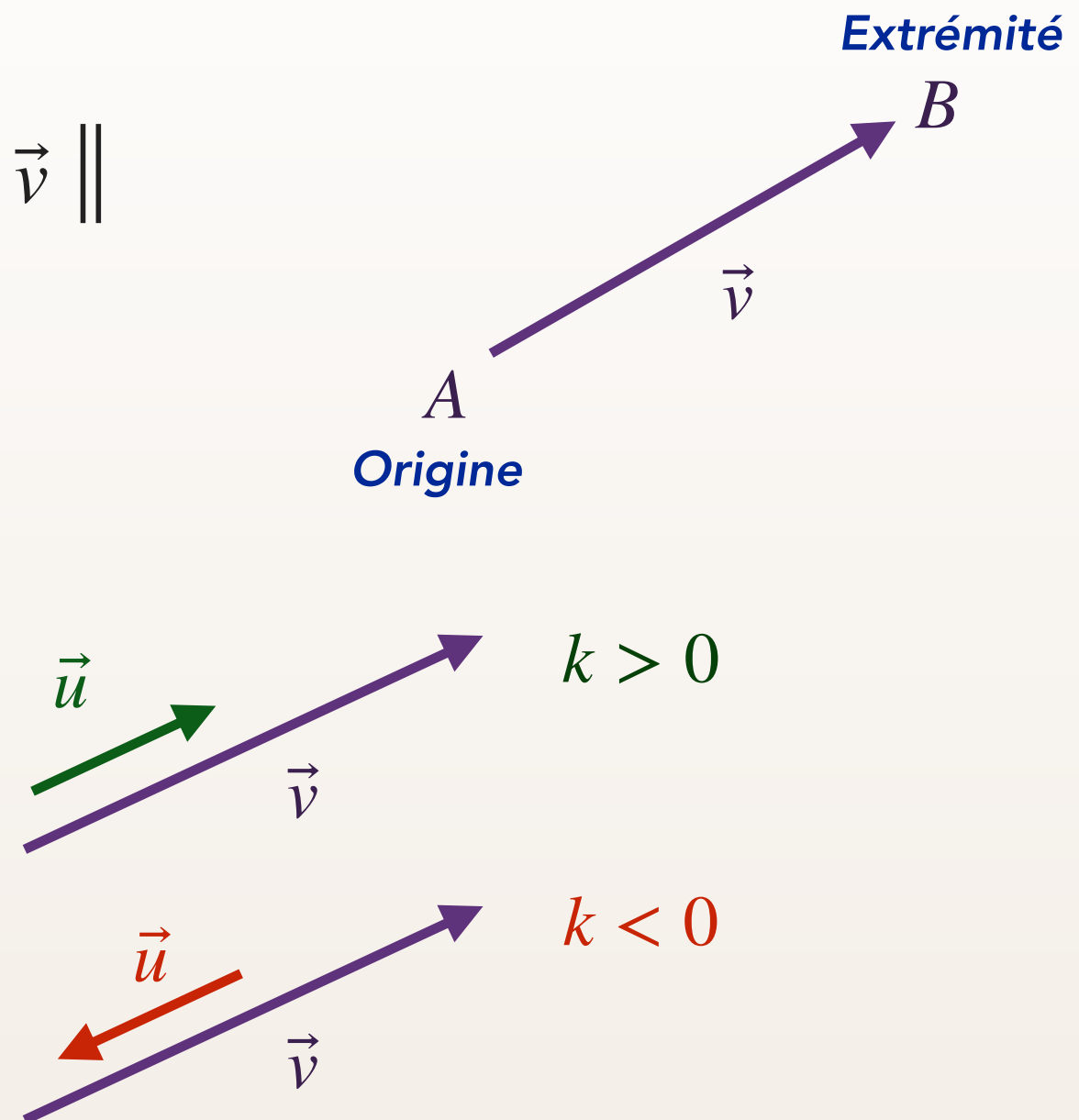
- Colinéarité

- $\vec{u} \parallel \vec{v} \iff \exists k \in \mathbb{R}^* / \vec{u} = k \cdot \vec{v}$
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

- Chasles

- $\forall C \in \pi, \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$
- $\overrightarrow{AA} = \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

- Vecteur $\vec{u}$ unitaire $\iff \|\vec{u}\| = 1$



$$\| \overrightarrow{AB} \| \leq \| \overrightarrow{AC} \| + \| \overrightarrow{CB} \|$$

Oui ou non ?

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs, $m \in \mathbb{R}$ et $p \in \mathbb{R}$.

Est-ce que cela a un sens d'écrire ?

1. $m \cdot \vec{u}$

2. $\vec{u} + \vec{v}$

3. $m + \vec{u}$

4. $\frac{\vec{u}}{m}$

5. $\vec{u} - \vec{v}$

6. $\vec{u}^2$

7. $m \cdot (\vec{u} + \vec{v})$

8. $(m + p) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$

9. $\|\vec{u}\| + m$

10. $\vec{u} \times \vec{v}$

11. $\frac{\vec{u}}{\vec{v}}$

Oui ou non ?

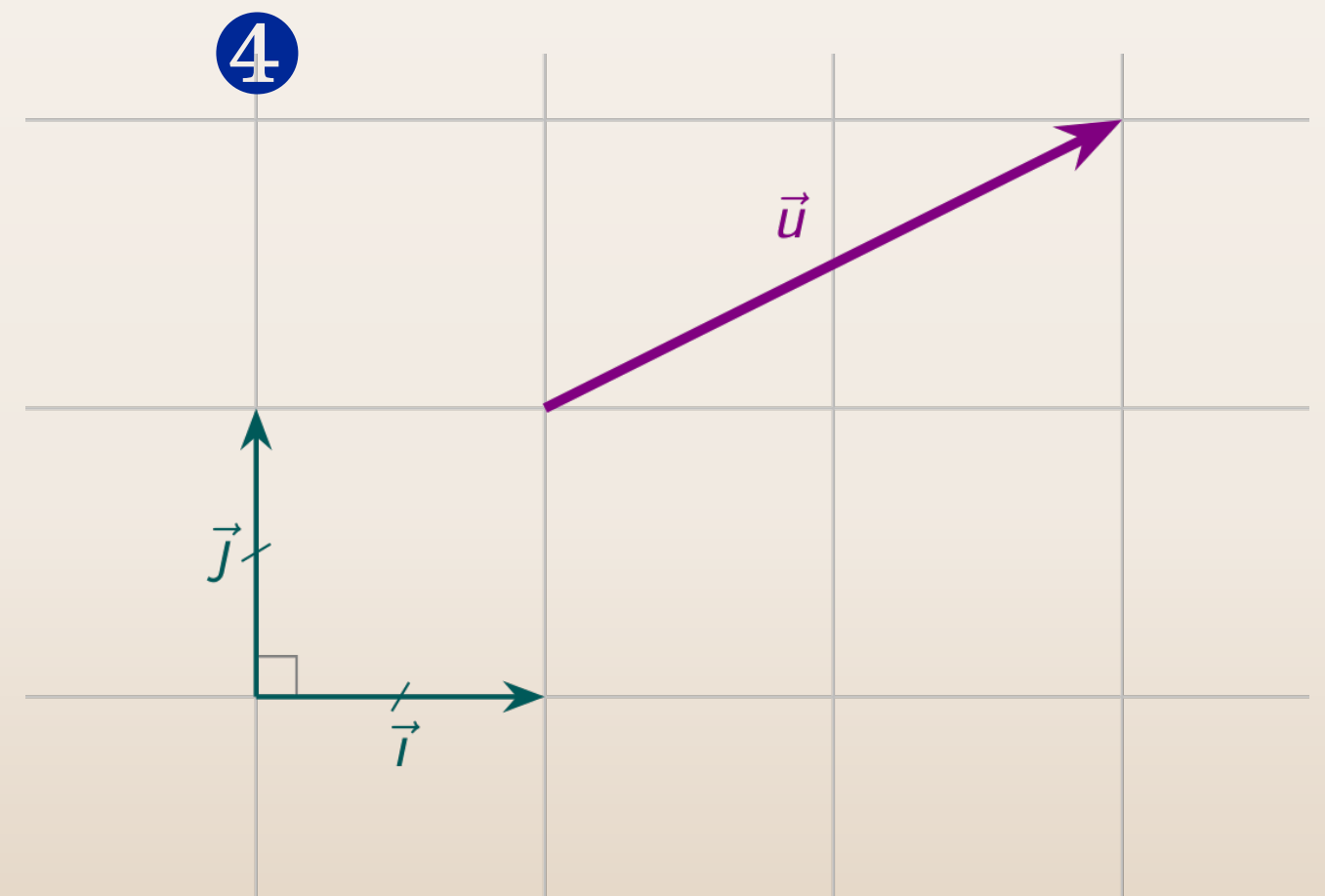
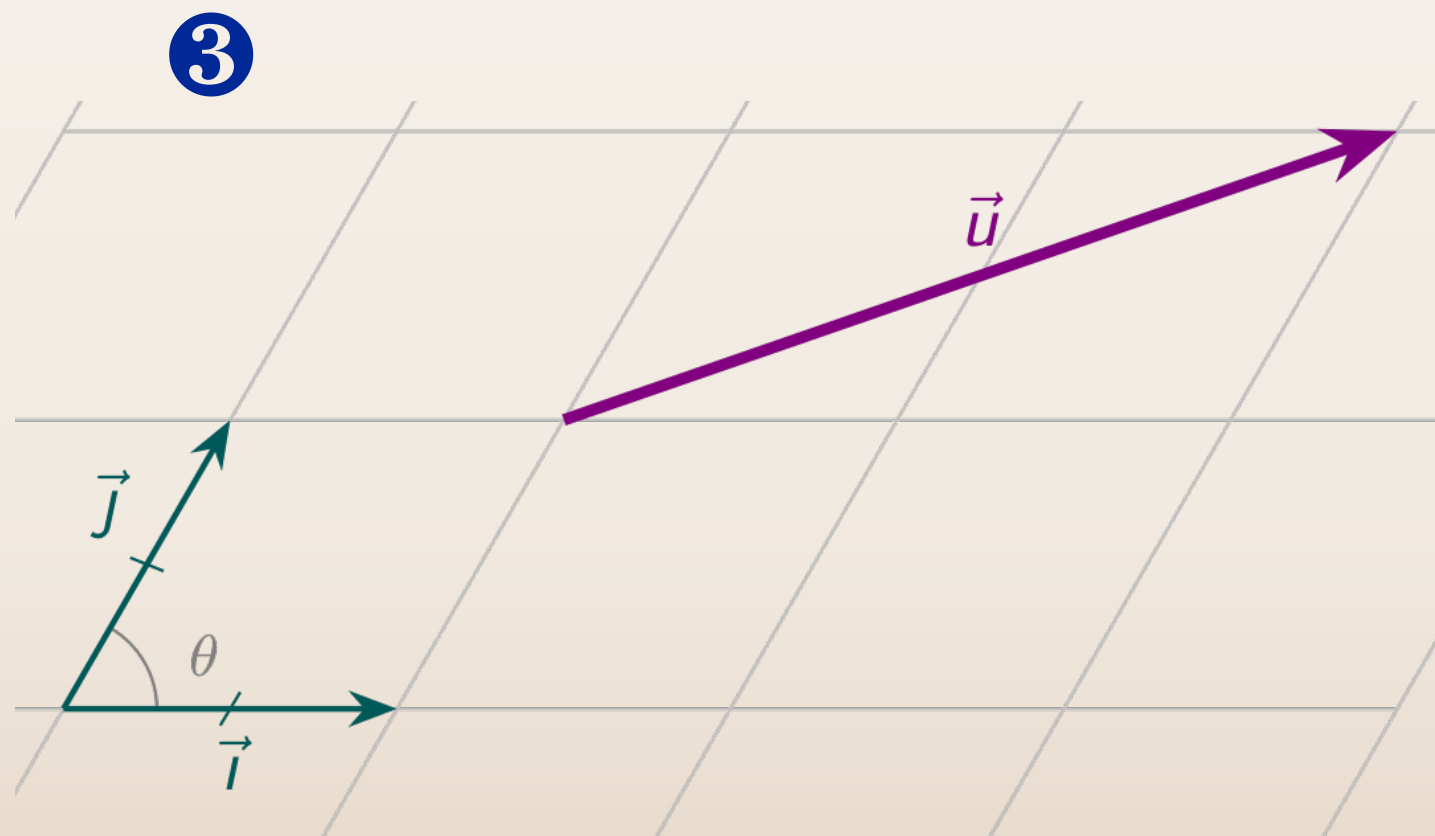
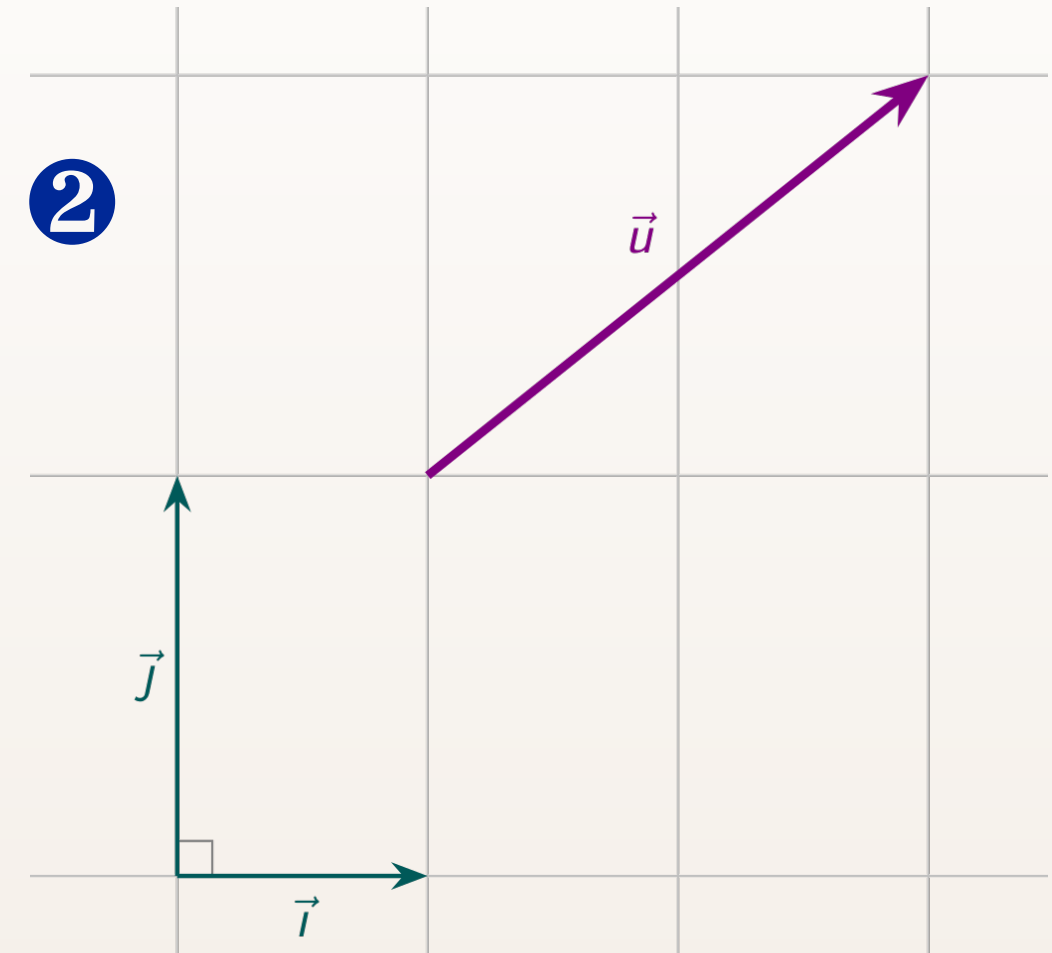
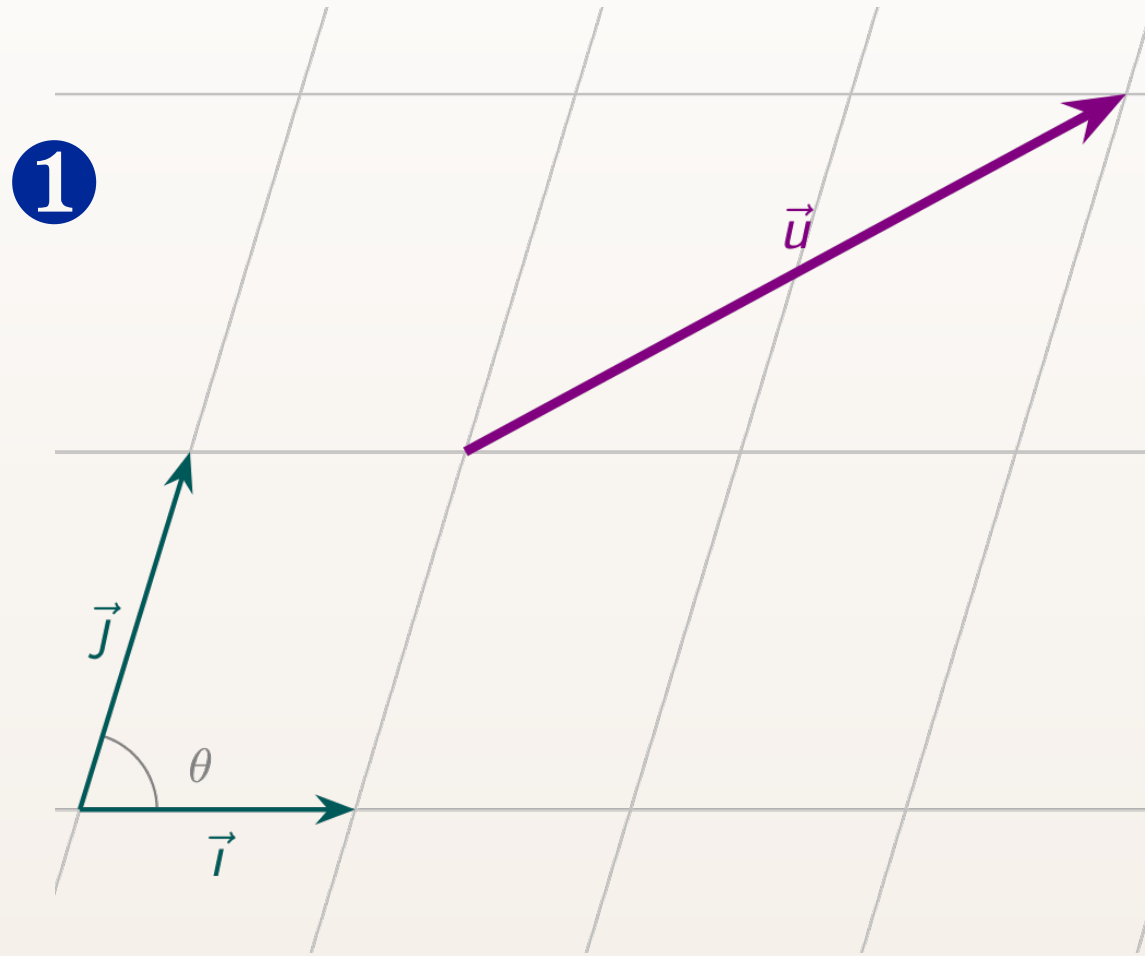
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs, $m \in \mathbb{R}$ et $p \in \mathbb{R}$.

Est-ce que cela a un sens d'écrire ?

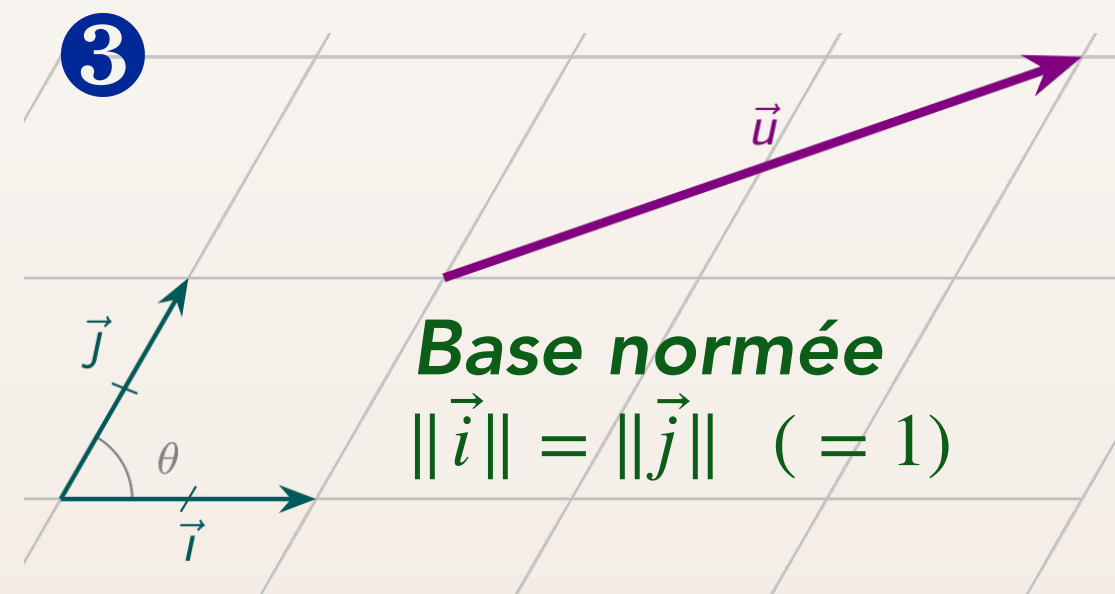
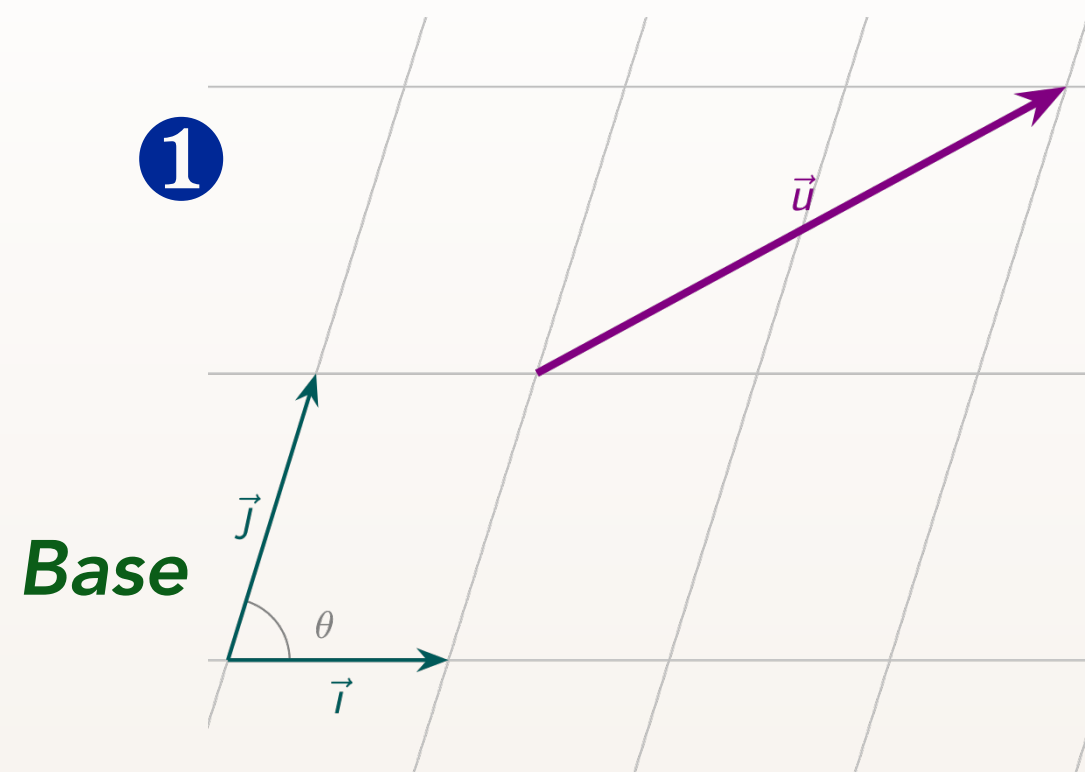
1. $m \cdot \vec{u}$ **oui**
2. $\vec{u} + \vec{v}$ **oui**
3. $m + \vec{u}$ **non**
4. $\frac{\vec{u}}{m}$ **oui** si $m \neq 0$
5. $\vec{u} - \vec{v}$ **oui**
6. $\vec{u}^2$ **oui**
7. $m \cdot (\vec{u} + \vec{v})$ **oui**
8. $(m + p) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$ **oui**
9. $\|\vec{u}\| + m$ **oui**
10. $\vec{u} \times \vec{v}$ **cela dépend de la définition !**
11. $\frac{\vec{u}}{\vec{v}}$ **non**

Coordonnées

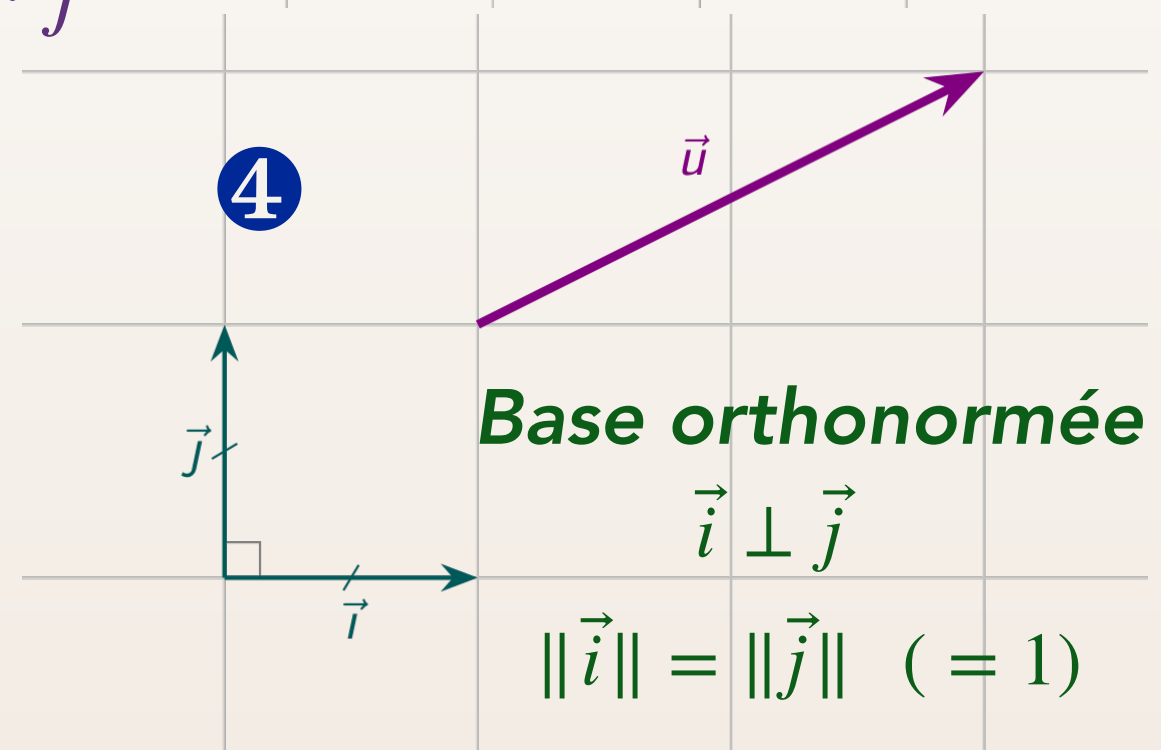
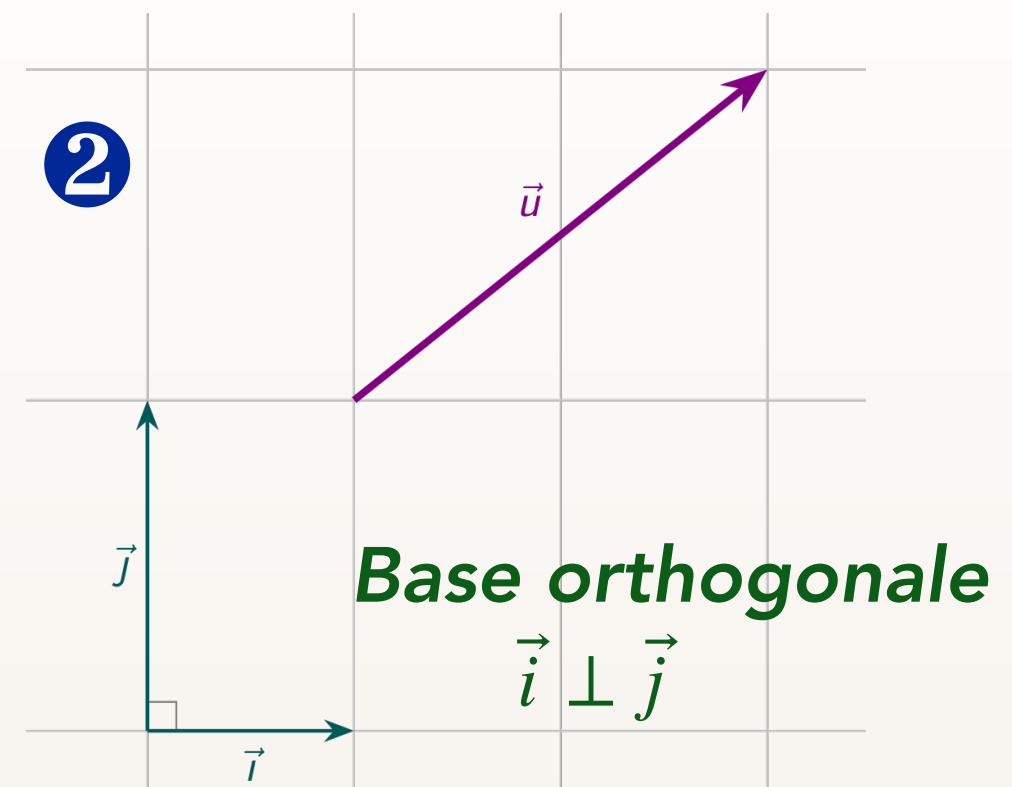
- Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{u}$?



Base et vecteurs de base



$$\vec{u} = 2 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j}$$

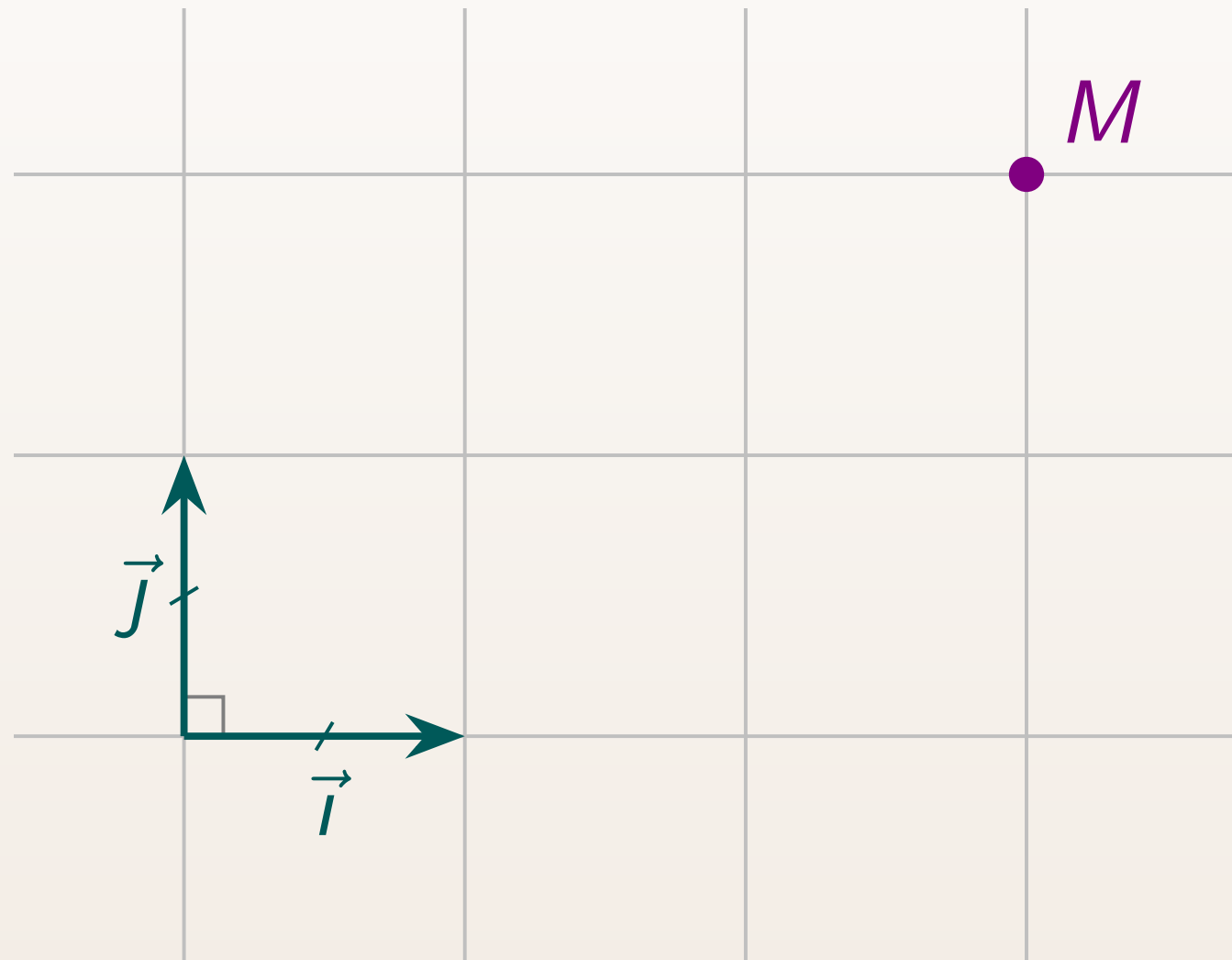


- Base et coordonnées :

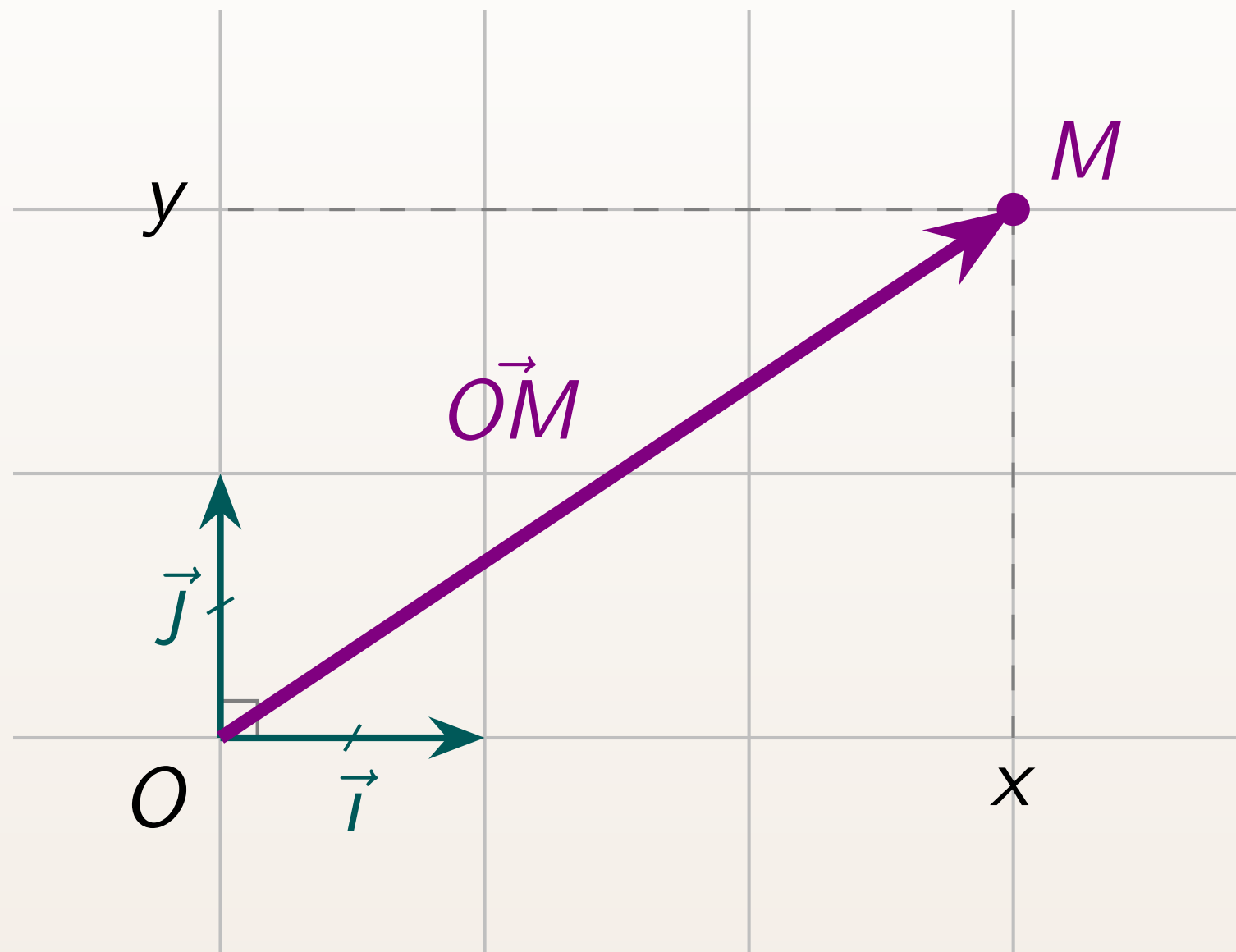
- $\vec{i}$ et $\vec{j}$ **non-colinéaires**
- $\forall \vec{u} \in \pi, \exists ! x \in \mathbb{R} \exists ! y \in \mathbb{R} / \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$
- $\vec{u} = (x ; y) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ **dépend** de la base
- $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ coordonnées ou composantes de $\vec{u}$ dans la base considérée

Comment décrire la position du point M ?

- **Maintenant** : Base orthonormée (*ou orthonormale*)

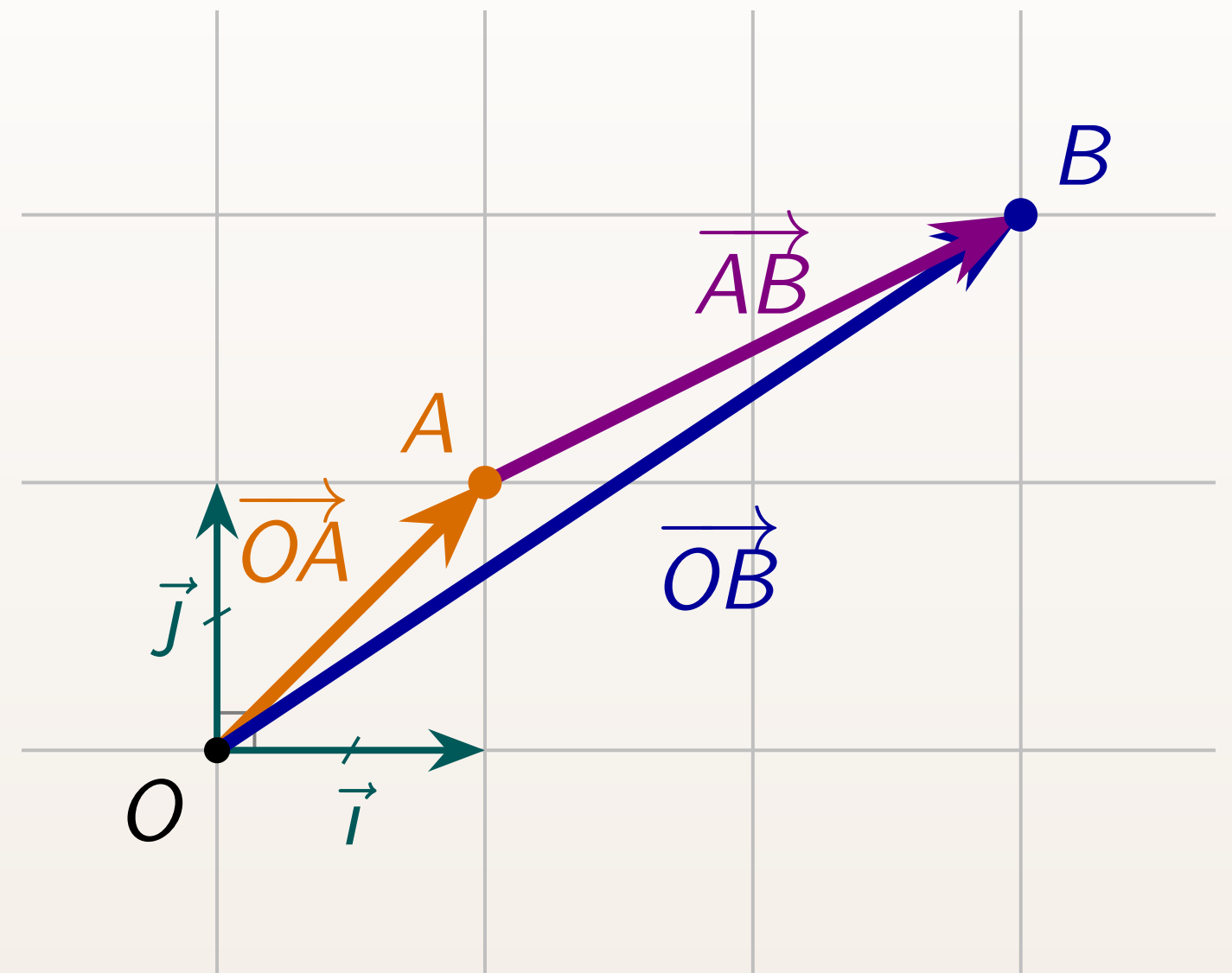


Repère : points et vecteurs



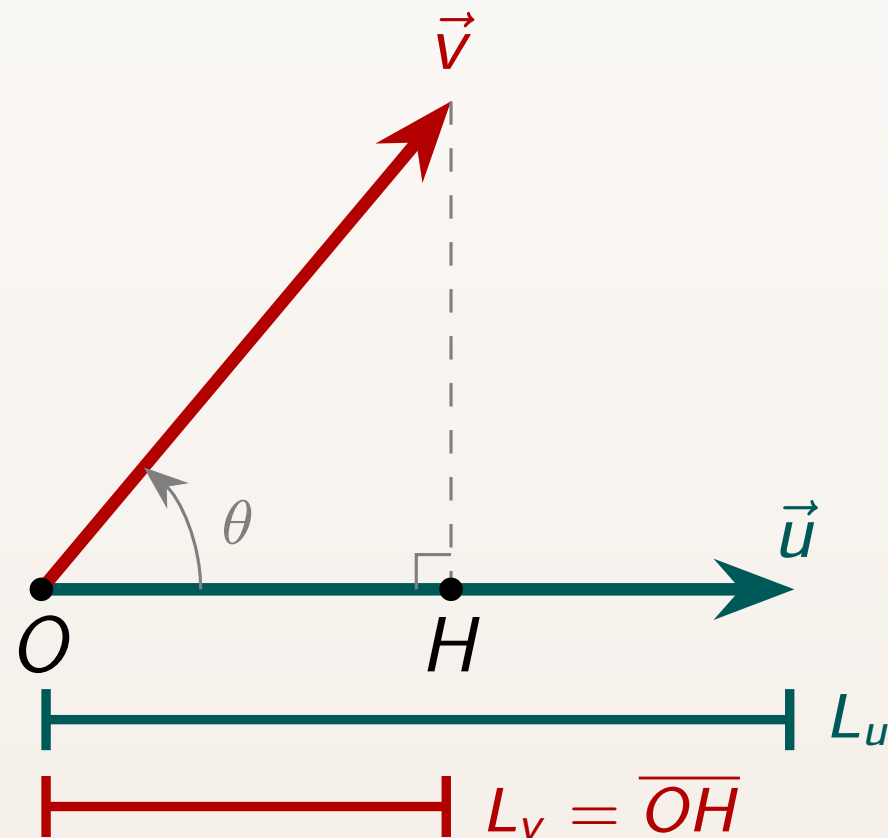
$$M(x; y) \iff \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

- Repère : base + origine O
- Le point M a les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$



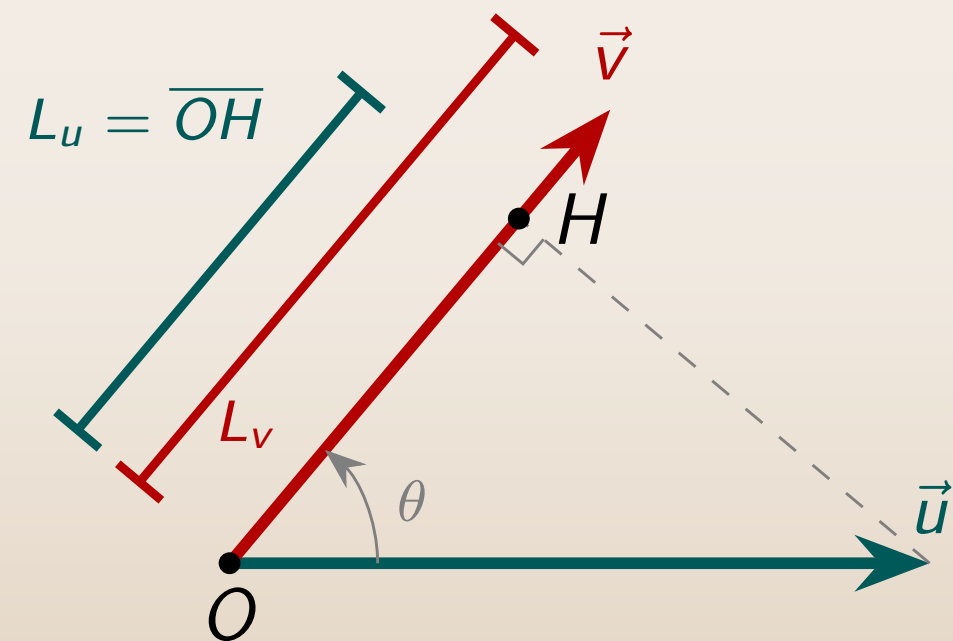
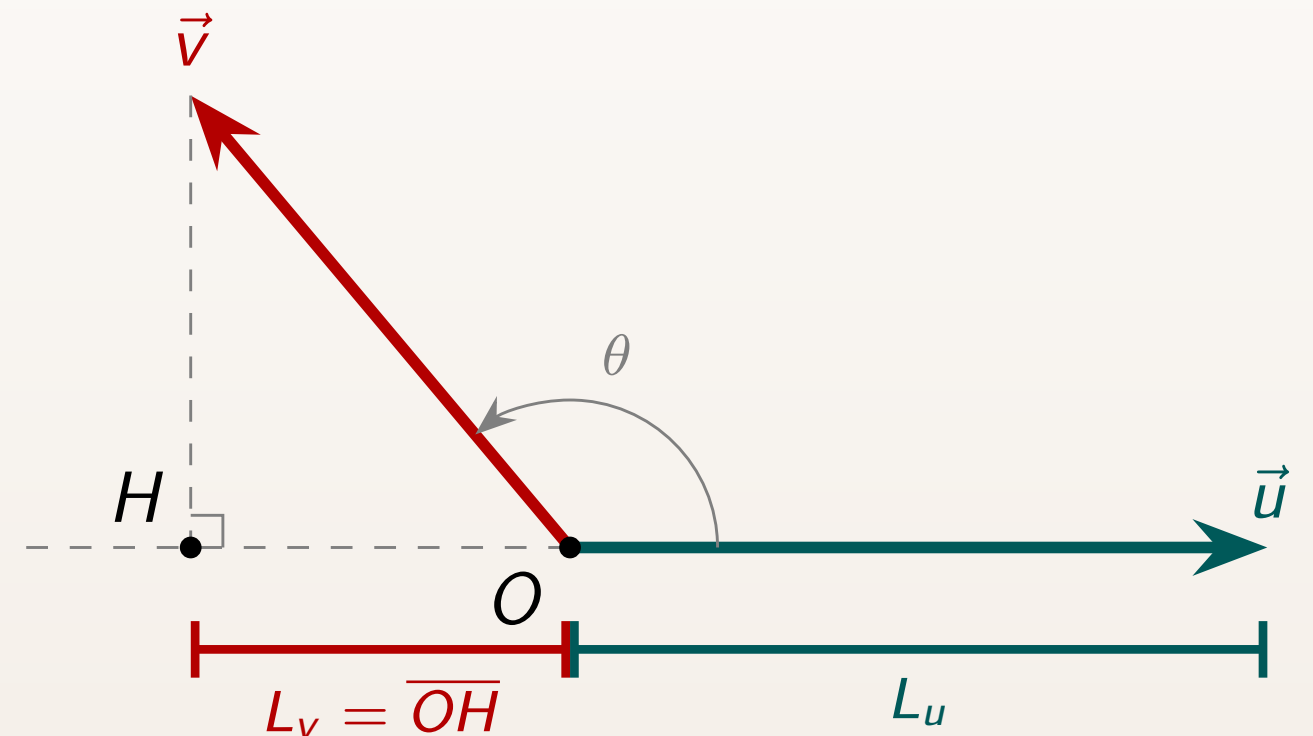
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \\ &= \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Produit scalaire



$$s = L_u \times L_v$$

$$\theta = (\widehat{\vec{u}; \vec{v}})$$



$$s = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos \theta$$

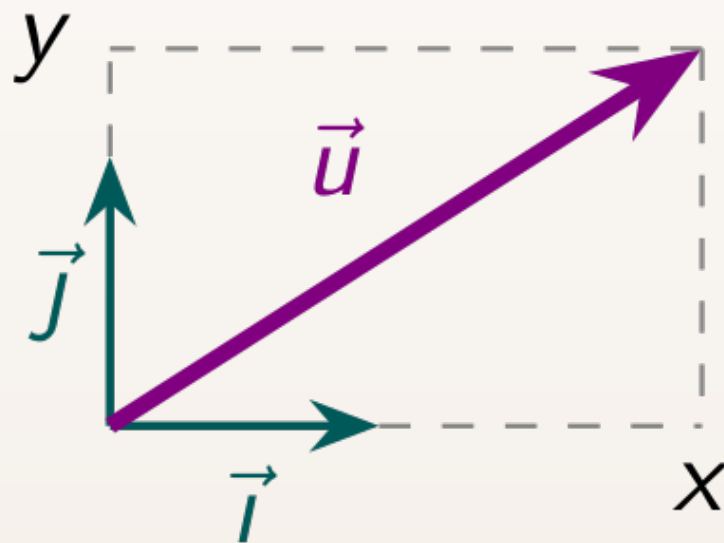
- Commutativité :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- En effet, $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$

Remarques sur le produit scalaire

- Base orthonormée :

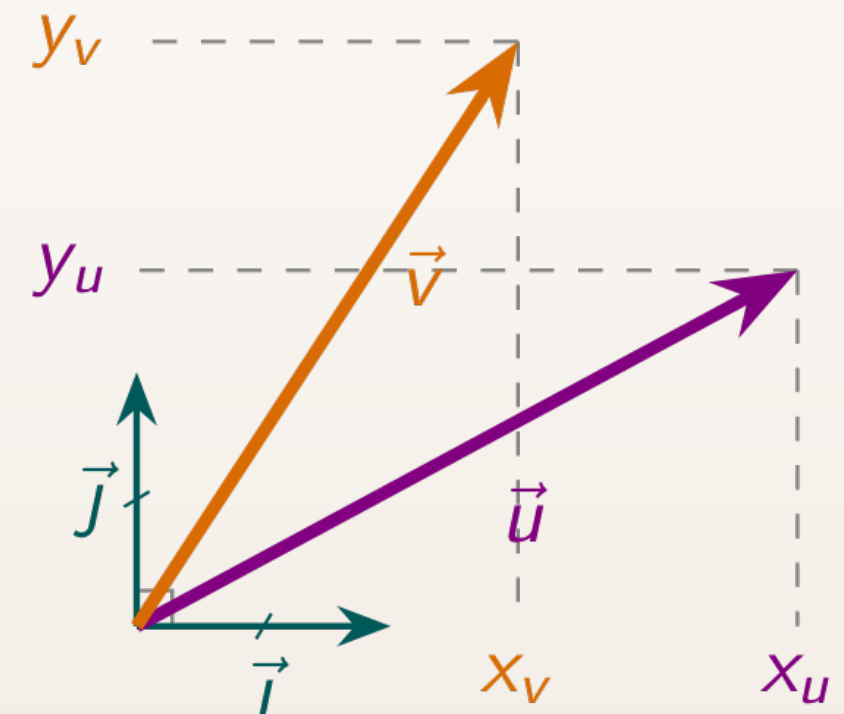
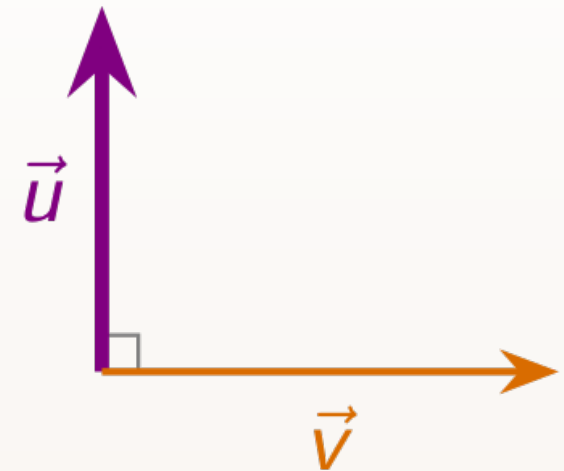
- $x = \vec{u} \cdot \vec{i}$
- $y = \vec{u} \cdot \vec{j}$



- Carré scalaire :

- $\vec{u} \cdot \vec{u} = \vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2$
- $\|\vec{u}\|^2 = x^2 + y^2$
- $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u}^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

- Si $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$
 - $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff \vec{u} \perp \vec{v}$
 - Test d'orthogonalité



- Coordonnées :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \end{pmatrix} = x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v$$

- Somme des produits des composantes
- voir preuve ../..