

Un exercice, dont l'énoncé figure en **annexe 1**, est proposé à des élèves de terminale suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques de la voie générale.

1. Nommer les deux compétences majeures mobilisées pour résoudre l'exercice de l'**annexe 1** et analyser sous cet angle les réponses des élèves de l'**annexe 2**.
2. Rédiger une correction de l'exercice, telle qu'elle pourrait être exposée devant la classe de terminale en s'appuyant sur les productions des deux élèves.
3. Proposer un exercice de collègue sur le thème des *fractions* nécessitant la mobilisation de la compétence « Chercher ». On motivera le choix de cet exercice.

ANNEXE 1 - Énoncé

On injecte une dose de 3 mL d'un médicament dans le sang d'un patient.

A chaque instant, t en heures, la vitesse d'élimination de ce produit est proportionnelle à la quantité $q(t)$, exprimée en mL, de médicament encore présente dans le sang.

On admet que l'on a ainsi la relation $q'(t) = -0,1 \times q(t)$.

Déterminer une approximation du temps nécessaire pour que le sang du patient contienne au plus 1 mL de médicament.

D'après Hachette, collection « Barbazo » – Terminale – Spécialité

Annexe 2 – Productions d'élèves

Élève 1

Je vais trouver des valeurs approchées de q par la méthode d'Euler avec un pas de 0,25. Cela donne :

$$q(x_n + 0,25) \approx q(x_n) + 0,25 q'(x_n) \approx 0,975 q(x_n)$$

Avec le tableau de valeurs que j'obtiens, je trouve qu'au bout de 43 minutes il n'y a plus qu'un mL dans le sang.

	A	B	C
1	n	x_n	y_n
2	0	0	3
3	1	0,25	2,925
4	2	0,5	2,851875
5	3	0,75	2,78057813
...			
44	42	10,5	1,03589351
45	43	10,75	1,00999618
46	44	11	0,98474627
47	45	11,25	0,96012762
48	46	11,5	0,93612443

Élève 2

C'est une équation différentielle du cours. La solution est $q(t) = e^{-0,1t}$.

On veut que $q(t) \geq 1$.

Ça fait $e^{-0,1t} \geq 1$ soit $-0,1t \geq e$, donc $t \geq 10 e \approx 27$.

Il faut 27 heures pour avoir moins de 1 mL.