Outils mathématiques 1 — Test 4 — Décembre 2025

Merci de répondre directement et uniquement sur cette feuille. Durée : 16 min.

NOM : **GROUPE :** **NOTE :** /**4**

1. En utilisant la fonction d'Heaviside, exprimer une fonction f ayant les caractéristiques suivantes : *(2 pt)*
   - f est sinusoïdale, de valeur moyenne 3, d'amplitude 1, et de période $\pi/3$ pour $x \in [-\pi/2\ ;\pi]$;
   - en dehors de ces valeurs de x, f est nulle ;
   - et f est maximale en $x = \pi/7$.

$f(x) = s(x) \cdot g(x)$

0,25

- avec $s(x) = \theta(x+\frac{\pi}{2}) - \theta(x-\pi)$ 0,50
- et avec $g(x) = 3 + 1 \cos(\omega x + \varphi)$

0,25 0,25

où $\omega = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6$

0,25

et avec $\cos(6x+\varphi)$ maximal pour $x = \frac{\pi}{7}$

$\Leftrightarrow \cos(\frac{6\pi}{7}+\varphi) = 1 = \cos(0)$

$\Leftrightarrow \frac{6\pi}{7} + \varphi = 0 \Leftrightarrow \varphi = -\frac{6\pi}{7}$ 0,50

Aussi, $f(x) = [\theta(x+\frac{\pi}{2}) - \theta(x-\pi)] \times [3 + \cos(6x - \frac{6\pi}{7})]$

NB: Avec un sinus : $g(x) = 3 + \sin(6x+\varphi)$

avec $\sin(\frac{6\pi}{7}+\varphi) = 1 = \sin(\frac{\pi}{2})$

$\Leftrightarrow \frac{6\pi}{7} + \varphi = \frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{6\pi}{7} = \frac{7\pi}{14} - \frac{12\pi}{14} = -\frac{5\pi}{14}$.

$\Rightarrow g(x) = 3 + \sin(6x - \frac{5\pi}{14})$

2. Etudier les branches infinies de la fonction $g(x) = \ln(x-1) + x$. *(2 pt)*

- $D_g =]1 ; +\infty[$

- $\lim\limits_{1} g(x) = \lim\limits_{1} \underbrace{\ln(x-1)}_{\to -\infty} + \underbrace{x}_{\to 1} = -\infty.$ $\quad 0^{25}$

$\Rightarrow$ D: $x = -1$ est asymptote verticale à C_f. $\quad 0^{25}$

- $\lim\limits_{+\infty} g(x) = \lim\limits_{+\infty} \ln(x-1) + x = +\infty.$ $\quad 0^{25}$

$\rightarrow$ On recherche une asymptote oblique.

$$m = \lim_{+\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{+\infty} \frac{\ln(x-1)+x}{x}$$

$$= \lim_{+\infty} 1 + \underbrace{\frac{\ln(x-1)}{x}}_{\to 0} = 1 = m \quad 0^{50}$$

$$p = \lim_{+\infty} g(x) - mx = \lim_{+\infty} \ln(x-1) + x - x \quad 0^{50}$$

$$= \lim_{+\infty} \ln(x-1) = +\infty.$$

$\rightarrow$ Pas d'asymptote oblique

Direction asymptotique $m = 1$. $\quad 0^{25}$