Outils mathématiques 1 — Test 1 — Septembre 2025

Merci de répondre directement et uniquement sur cette feuille. Durée : 16 min.

NOM : PALERMO **GROUPE :** C & D **NOTE :** /4

On considère les points $A(1\,;3)$, $B(3\,;7)$ et $C(-7\,;2)$.

1. Déterminer l'équation de la droite (AB). *(1 pt)*

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 7-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\vec{AM} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AM} \parallel \vec{AB} \Leftrightarrow \det(\vec{AM}, \vec{AB}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & 2 \\ y-3 & 4 \end{vmatrix}$

$\Leftrightarrow 4x - 4 - 2y + 6 = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{4x - 2y + 2 = 0}$

2. Déterminer l'équation de la droite $\mathcal{D}$ passant par C et perpendiculaire à (AB). *(1 pt)*

$\vec{CM} = \begin{pmatrix} x+7 \\ y-2 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} \cdot \vec{CM} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x+7 \\ y-2 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x + 14 + 4y - 8 = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{2x + 4y + 6 = 0}$

$x + 2y = -3$

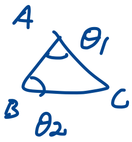
3. En déduire les coordonnées de H, la projection orthogonale de C sur (AB). *(0,5 pt)*

$H \in (AB)$ et $H \in \mathcal{D}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y + 2 = 0 \\ 2x + 4y + 6 = 0 \\ -4x - 8y - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow -10y - 10 = 0 \Rightarrow y = -1$

$\Rightarrow 2x - 4 + 6 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow \boxed{H(-1\,;-1)}$

4. Calculer les valeurs approchées, c'est-à-dire avec trois chiffres significatifs, et sans préciser les signes, des angles du triangle ABC. *(1 pt)*



$\theta_1 = (\widehat{\vec{AB};\vec{AC}})$

$\theta_2 = (\widehat{\vec{BA};\vec{BC}})$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} -7-1 \\ 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{BA} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{BC} = \begin{pmatrix} -7-3 \\ 2-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -5 \end{pmatrix}$

$$\cos\theta_1 = \frac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{\|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|} = \frac{-20}{\sqrt{20}\,\sqrt{65}} = -0{,}555 \Rightarrow \theta_1 = 124^\circ$$

$$\cos\theta_2 = \frac{\vec{BA}\cdot\vec{BC}}{\|\vec{BA}\|\cdot\|\vec{BC}\|} = \frac{40}{\sqrt{20}\,\sqrt{125}} = 0{,}8 \Rightarrow \theta_2 = 36{,}9^\circ$$

$$\theta_3 = 180 - 124 - 37^\circ = 19{,}4^\circ$$

5. Calculer la surface du triangle ABC et préciser si ce triangle est direct ou indirect. *(0,5 pt)*

$$\det(\vec{AB};\vec{AC}) = \begin{vmatrix} 2 & -8 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -2 + 32 = 30 > 0$$

$\Rightarrow \mathcal{A} = 15\,u_A$ et le triangle est direct.