

Statistiques Mathématiques, Feuille 7

Méthode des moments et méthode EVM

58) Soient X_1, \dots, X_n , des *v.a.i.i.d.* de densité $f(x, a) = ak^a/x^{a+1}$ pour $x \geq k$, avec $k > 0$ et $a > 0$.

- Si k est supposé connu, déterminer l'estimateur de la méthode des moments \tilde{a}_n de a .
- Si maintenant a est supposé connu, déterminer l'EVM de k . Trouver sa fonction de répartition.
- En supposant les deux paramètres inconnus, déterminer les estimateurs de la méthode des moments de a et k .

59) Soit X_1, \dots, X_n , des *v.a.i.i.d.* dont la densité est donnée par

$$f(x; \theta) = \frac{3x^2}{2\theta^3} \mathbb{1}_{\{|x| < \theta\}}.$$

Déterminer l'estimateur de vraisemblance maximale $\hat{\theta}_n^2$ de θ^2 .

60) Soit X_1, \dots, X_n , des *v.a.i.i.d.* dont la densité est donnée par

$$f(x; \theta) = \frac{2x}{\theta^2} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^2\right\} \text{ si } x > 0, \text{ où } \theta > 0.$$

Déterminer l'estimateur de vraisemblance maximale de θ

61) Soit X_1, \dots, X_n , des *v.a.i.i.d.* dont la densité est donnée par

$$f(x; \theta) = \frac{\theta^2}{\theta+1} (x+1) \exp\{-\theta x\} \text{ si } x > 0, \text{ où } \theta > 0.$$

Trouver l'EVM de θ .

62) Soit X_1, \dots, X_n , des *v.a.i.i.d.* dont la densité est donnée par

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^\lambda x^{\lambda-1} \exp\{-\lambda x/\alpha\} \text{ si } x > 0 \text{ et où } \lambda, \alpha > 0.$$

Déterminer les EVM de λ et α

63) Soit X_1, \dots, X_n , des *v.a.i.i.d.* dont la densité est donnée par

$$f(x; \lambda, \theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left\{-\frac{(x-\lambda)}{\theta}\right\} \text{ si } x > \lambda, \text{ avec } \lambda \in \mathbb{R} \text{ et } \theta > 0.$$

a) Trouver l'estimateur de la méthode des moments de (λ, θ) .

b) Même question concernant l'EVM de λ et celui de θ .

64) Soit X_1, \dots, X_n , des *v.a.i.i.d.* dont la densité est donnée par

$$f(x; \lambda, \theta) = \begin{cases} (1-\theta)/2 & \text{si } x \in]-1, 0] \\ (1+\theta)/2 & \text{si } x \in]0, 1] \end{cases}.$$

Déterminer l'EVM $\hat{\theta}_n$ de θ .

65) Soit X_1, \dots, X_n , des *v.a.i.i.d.* dont la fonction de masse est donnée par

$$f(x; \theta) = \theta^x(1-\theta) \text{ si } x = 0, 1, 2, \dots, \text{ avec } \theta \in [0, 1].$$

Déterminer l'EVM $\hat{\theta}_n$ de θ .

66) Soit $X \sim M_4(n, ((1-\theta)/6, (1+\theta)/6, (2-\theta)/6, (2+\theta)/6))$. Si $X = (10, 15, 16, 23)$, déterminer l'EVM de θ .