

Statistiques Mathématiques, Feuille 6

Intervalles de confiance

51) Soit X_1, \dots, X_n des *v.a.iid* de loi $N(\theta_1, \theta_2)$.

- Si on suppose $\theta_2 = 5$, déterminer un intervalle de confiance de niveau 0.90 pour θ_1 si $n = 20$ et $\bar{X} = 9.2$.
- Si on suppose θ_2 inconnu, déterminer un intervalle de confiance de niveau 0.90 pour θ_1 si $n = 20$ et $\bar{X} = 9.2$ et $\overline{X^2} = 113.50$.
- Dans le contexte de *b)*, déterminer un intervalle de confiance de niveau 0.90 pour θ_2 .

52) Dans le cadre de l'exercice 40), déterminer un intervalle de confiance de niveau $1 - \alpha$ pour θ basé sur $\sum X_i$.

53) Soit X_1, \dots, X_n des *v.a.iid* de loi $U[0, \theta]$. Montrer que $\theta / X_{(n)}$ est un pivot statistique. En déduire un intervalle de confiance pour θ .

54) Une chaîne de télé lance un programme intitulé « J'ai décidé de grossir ». Une dizaine de candidats anorexiques acceptent d'être suivi par des caméras pendant 5 semaines alors qu'ils essaient par tous les moyens de prendre du poids. Après ces 5 semaines, les gains de poids sont (en kg) : 8, 5.5, 6.5, 4.5, 5.5, 7, 11.5, 4.5, 2.5 et 8.5. Si on suppose que ces gains de poids sont de loi normale, déterminer un IC de niveau 0.95 pour le gain de poids moyens de ces candidats.

Par la suite, les mêmes candidats se retrouvent dans un deuxième émission où ils doivent essayer de survivre dans un coin perdu de la planète pendant encore 5 semaines. Les pertes de poids observées après ces 5 semaines sont (respectivement) 9, 4.5, 5, 4.5, 6, 4.5, 10.5, 6, 3.5 et 7. Calculer un IC de niveau 0.90 pour cette perte de poids moyenne. Donner un IC de niveau 0.99 pour le poids final des candidats au terme de ces épreuves.

55) Soit X une *v.a.* de loi $N(0, \theta)$. Quel est la probabilité de recouvrement (= niveau de confiance) de l'intervalle $(|X|, 10|X|)$? (rép ≈ 0.60). Quel est l'espérance de la longueur de cet intervalle ? (rép $\approx 7.2\sigma$)

56) Soit X_1, \dots, X_n des *v.a. iid* de loi $N(\mu, \sigma^2)$. Quel est la probabilité de recouvrement (= niveau de confiance) de l'intervalle $\bar{X} \pm 2\sigma / \sqrt{n}$? (rép ≈ 0.954)

57) Soit X_1, \dots, X_n des *v.a.iid* de loi $U[0, \theta]$. Inverser un test (déterministe) de $\mathcal{H}_0 : \theta = \theta_0$ pour obtenir un IC pour θ .