

DEHS

Capes interne– 2016-2017

Enseigner les sciences - Séance 1

Didactique de la géométrie

Aurélie Chesnais

20 octobre 2016

Objectifs du cours

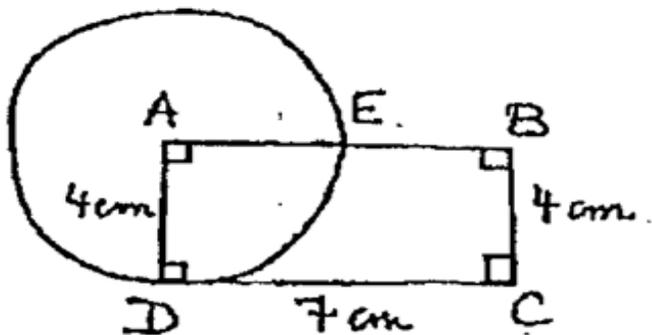
- Connaissance générale des programmes du secondaire en ce qui concerne la géométrie
 - Enjeux de l'enseignement de la géométrie dans le secondaire
 - Difficultés inhérentes à l'enseignement de ce domaine
 - Outils de la didactique de la géométrie
-
- les enjeux de la géométrie au début du collège
 - La démonstration
 - Les enjeux de la géométrie au lycée

Exercice d'évaluation à l'entrée en sixième

Le résoudre puis analyser et classer les productions des élèves (sélection de la brochure de l'IREM de Lyon)

Sur ce dessin à main levée (les vraies grandeurs sont écrites en cm), on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D.

Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.



Trouve la longueur du segment [EB] :

.....

Explique ta réponse :

.....

(évaluation entrée en 6^e)

QCM : est-ce un carré ?

- Question 1 :
 - Mathématiquement, non, mais pourtant on ne dit pas aux enfants « mets le parallélépipède rectangle dans le trou » !
 - Distinction « rond » et « cercle » ou « disque » pour spécifier l'objet du quotidien
 - Questions 2, 3, 4 et 5:
 - FAUX puisqu'un carré, au sens mathématique du terme, est un objet idéal, qui n'existe pas.
- Il aurait fallu poser la question : est-ce que ce sont des représentations de carrés ?

Est-ce que ce sont des représentations de carrés ?

- Question 2 : FAUX, mais on ne peut pas le savoir par la simple perception ni par les instruments qui tendent à faire penser que oui (angle de 89,5 degrés); dans une géométrie instrumentée, on répond oui avec raison sauf si on l'a construit (cycle 3 et début 6^{ème})
- Question 3 : oui si l'on considère un certain nombre de conventions liées au dessin à main levée et aux codages, le dessin satisfait la définition du carré (4 angles droits et 4 côtés égaux). La perception et la connaissance de la définition suffisent pour conclure. Mais pourtant, ce n'est même pas un polygone (ses côtés ne sont même pas rectilignes).
- Question 4 : oui en géométrie déductive (et instrumentée) : on peut conclure si l'on connaît la signification des codages, les propriétés des figures et que l'on est capable de mener un raisonnement déductif.

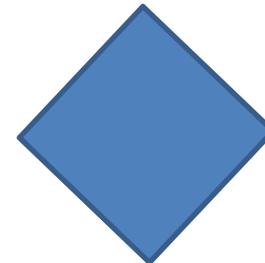
Est-ce un carré ? Bilan

- Quels sont les objets de la géométrie ?
 - Dessin / figure
- Les modes de validation :
 - perception / démonstration (lien dessin / figure)

→ La géométrie comme modèle

Distinction dessin/figure (1/2)

- Définitions :
 - Une **figure** est un objet géométrique théorique (idéal) défini par un énoncé (n'a pas de matérialité)
 - Remarque : un schéma codé peut remplacer le texte
 - Un **dessin** est une représentation (la trace matérielle) d'un objet géométrique sur un support plan (feuille, tableau, écran d'ordinateur ...)
- Une **figure** peut être **dessinée** de plusieurs façons mais cela reste la même figure :
 - Selon son orientation dans la feuille :



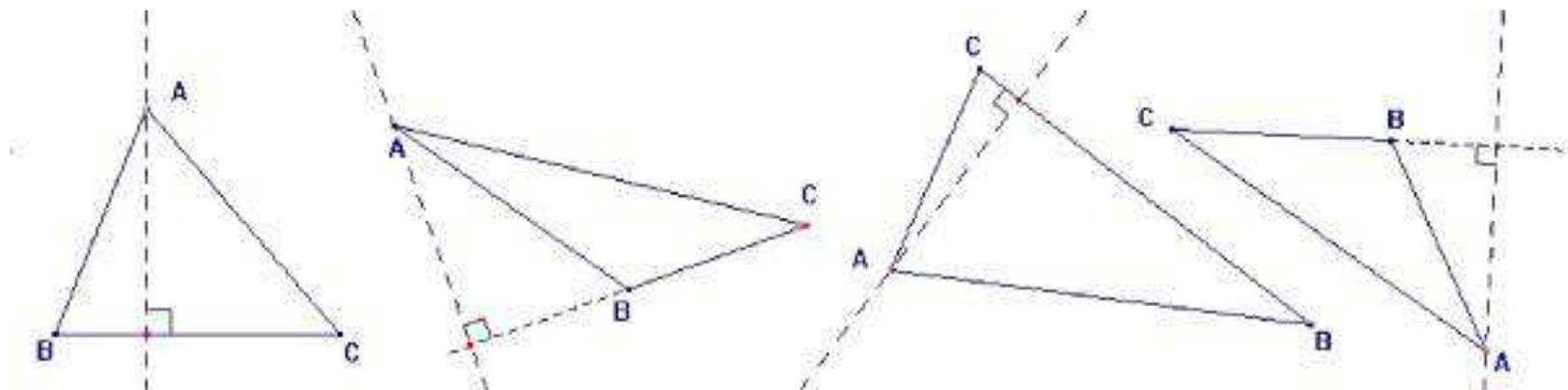
Ces deux figures sont des représentations du même carré, mais elles sont souvent perçues différemment : la première comme un carré et la deuxième comme un losange

Distinction dessin/figure (2/2)

– Selon le « cas de figure » :

Proposer deux dessins différents d'un triangle quelconque et d'une de ses hauteurs.

→ On peut faire plusieurs dessins selon que la hauteur est intérieure au triangle ou non et selon l'orientation du triangle dans la feuille



Les différentes géométries

outils, validation, niveau

	outils	validation	niveaux
Géométrie perceptive	Œil	une propriété est vraie si je la vois	cycle 1, cycle 2
Géométrie instrumentée	les instruments de géométrie	une propriété est vraie si je peux la contrôler avec les instruments	cycle 3, début 6 ^{ème}
Géométrie théorique (déductive)	les propriétés, définitions, théorèmes	la démonstration	Préparé en CM2, travaillé à partir du collège, exigé au CRPE

Remarques

Cela ne signifie pas que ces géométries sont indépendantes, l'objectif à terme est que la perception et l'usage des instruments **servent** la géométrie déductive :

- En géométrie déductive, on **construit des figures avec les instruments**, mais elles n'ont plus le même statut ni la même fonction
 - figures constructibles vs précision des tracés (ex, le symétrique d'un point)
- On se sert aussi de la **perception** pour conjecturer ce qu'il faut démontrer ou pour contrôler ce qu'on fait, mais parfois la perception mène à des contradictions en géométrie déductive.

Par exemple, quand on demande :

Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

par perception visuelle, on « voit » déjà si ABCD a plutôt une « tête » de parallélogramme ou un « air » de carré ... ***mais c'est parfois trompeur !***

Objectifs de l'enseignement de la géométrie au début du collège ?

- Travail sur les objets en jeu : les mêmes qu'à l'école, mais « **changement de point de vue** »
- « le cycle 3 constitue une étape importante dans l'approche des concepts géométriques. [...] passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par le recours à des instruments, par l'explicitation de propriétés pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation ne s'appuie que sur le raisonnement et l'argumentation. [...] » (programme du cycle 3)
- « passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure. » (programme du cycle 3)
- Poursuivre le passage d'objets de l'espace sensible aux objets géométriques

Quels objectifs d'apprentissage ?

- Il s'agit de viser :
 - Des **connaissances** (par exemple, le fait qu'un rectangle est un quadrilatère qui a 4 angles droits)
 - La maîtrise des **instruments** (à quoi ils servent et comment on les manipule) : règle, équerre, compas, gabarits ; de **techniques** : pliage, calque, papier pointé, papier quadrillé.
 - Des capacités de **raisonnement**
 - Des compétences liées au **langage** (pas seulement vocabulaire)
 - Des **connaissances spatiales** (repérage dans l'espace, lien entre espace réel et espace de la feuille, ...)

Changements de contrat entre géométrie de l'école et du collège: à prendre en charge en sixième

- Du dessin à la figure
- Les modes de validation
- Figure comme ensemble de points
- Identifier les sous-figures, les liens entre les figures
- Se détacher de l'orientation
- Utiliser le vocabulaire à bon escient

À quoi sert la géométrie théorique?

- Démonstrations dans un cas général
 - Démonstration sur les figures VS dessin
- Démonstration de quelque chose qu'on ne peut atteindre par les instruments
 - Trop grand / trop petit avec trop d'incertitude lors d'un changement d'échelle
 - Trop peu précis
 - > mais attention :
 - question du dessin / figure
 - travail nécessaire sur la précision et les incertitudes

Pistes pour travailler le changement de contrat

- Travail sur les objets et dessin/figure (distinguer ligne/droite, segment/droite, une ligne comme ensemble de points)
- Constructions nécessitant un raisonnement ou à partir de propriétés (et pas seulement à partir d'un programme de construction), par exemple construire le symétrique d'un point à partir de la définition
- La perception ou les instruments permettent des conjectures (éventuellement « semble » ou dessins à main levée, mais attention)
- Exercices de « preuves » : justification avec les propriétés des figures, mais le contrat doit être explicite; attention pas de contradiction entre ce qu'on doit lire sur la figure et ce qu'on doit prouver
- Modélisation
- Géométrie dynamique
- ...

La géométrie au lycée

Les programmes de géométrie au lycée : grandes lignes

- Seconde (extraits) :
- « L'objectif de l'enseignement de la géométrie plane est de rendre les élèves capables d'étudier un problème dont la résolution repose sur des calculs de distance, la démonstration d'un alignement de points ou du parallélisme de deux droites, la recherche des coordonnées du point d'intersection de deux droites, en mobilisant des techniques de la géométrie plane repérée. »
- « Les configurations étudiées au collège, à base de triangles, quadrilatères, cercles, sont la source de **problèmes pour lesquels la géométrie repérée et les vecteurs fournissent des outils nouveaux et performants.**
- En fin de compte, l'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier un problème d'alignement de points, de parallélisme ou d'intersection de droites, de reconnaissance des propriétés d'un triangle, d'un polygone – **toute autonomie pouvant être laissée sur l'introduction ou non d'un repère, l'utilisation ou non de vecteurs.** »
- + géométrie dans l'espace

Première S

- Première (extraits)
 - « L'objectif est de **renforcer la capacité des élèves à étudier des problèmes** dont la résolution repose sur des calculs de distances et d'angles, la démonstration d'alignement, de parallélisme ou d'orthogonalité.
 - L'outil nouveau est le produit scalaire**, dont il importe que les élèves sachent choisir la forme la mieux adaptée au problème envisagé.
 - L'introduction de cette notion implique **un travail sur le calcul vectoriel non repéré et la trigonométrie.** »
- Géométrie dans l'espace : seulement dans le chapeau :
 - La géométrie dans l'espace est source de situations permettant de mettre en œuvre de nouveaux outils de l'analyse ou de la géométrie plane, notamment dans des problèmes d'optimisation

Terminale S

- Complexes mais peu de géométrie
- Géométrie dans l'espace exclusivement
 - « Dans cette partie, il s'agit, d'une part de **renforcer la vision dans l'espace entretenue en classe de première**, d'autre part de faire percevoir toute l'importance de la notion de direction de droite ou de plan. »

Vecteurs, repérage

« L'objectif est de rendre les élèves capables **d'étudier des problèmes** d'intersection de droites et de plans, en **choisissant un cadre adapté, vectoriel ou non, repéré ou non.** »