

DE HAZWILH

Ex. 1

$$1. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

en développant par rapport à la 2^{ème} colonne, on obtient,

$$\begin{aligned} \Delta &= (-1) \times \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} \\ &= (-1) \times (1 - 10) - 4(-2 - 15) \\ &= 9 + 4 \times 17 = 77 \end{aligned}$$

$$2. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$C_3 \leftarrow C_3 - 5C_1 \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & -17 \\ 2 & 4 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{on} \\ \text{développe la} \\ \text{1^{ère} ligne} \end{array} \quad \begin{vmatrix} -1 & -17 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = (-1) \times (-9) - (-17) \times 4 = 77$$

$$3. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$1. = 1. = 31. \quad - \quad 1. = 1. \quad 0 \quad 5 \quad 1$$

$$l_2 \leftarrow l_2 - l_1$$

$$l_3 \leftarrow l_3 - 2l_1$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & -17 \\ 0 & 4 & -9 \end{vmatrix}$$

on développe en 1^{re} colonne

$$J = \begin{vmatrix} -1 & -17 \\ 4 & -9 \end{vmatrix} = 77$$

Notons Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 les trois déterminants à calculer respectivement

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 6 & -1 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \times 2 & 2 \times 0 & 2 \times 5 \\ 6 & -1 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

on tire de la 1^{re} ligne

$$J = 2 \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 6 & -1 & -2 \\ 4 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 \times 1 & 0 & 5 \\ 2 \times 3 & -1 & -2 \\ 2 \times 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

on tire de la 1^{re} colonne

$$J = 4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 4 \Delta = 308.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

échange $l_1 \leftrightarrow l_3$

$$J = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -\Delta = -77.$$

Δ_3 est le déterminant de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -4 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
 dont la transposée est $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
 donc

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = \Delta_1 = 77$$