

Une enseignante a proposé à sa classe le problème présenté en annexe 1. Les réponses de deux groupes d'élèves se trouvent en annexe 2.

1. Analyser les productions de ces deux groupes d'élèves au regard des compétences « Modéliser », « Chercher » et « Communiquer ».
2. Mettre en évidence les réussites et les éventuelles erreurs de ces deux groupes d'élèves.
3. Préciser les connaissances et les capacités mises en jeu dans ce problème.
4. Exposer une correction de ce problème telle qu'elle pourrait être présentée à une classe de première .
5. Proposer un exercice de niveau collège de géométrie dans l'espace permettant de mobiliser les compétences « représenter » et « raisonner ». Préciser vos sources et motiver le choix de cet exercice.

### Annexe 1

#### Énoncé du problème :

Un homme a gardé toutes les bougies de chacun de ses anniversaires depuis son premier anniversaire. Il lui manque cependant les bougies d'une année où il n'a pas pu le fêter. Chaque année, il met sur le gâteau autant de bougies que son âge. A ce jour, il a conservé en tout 1999 bougies. À quel âge n'a-t-il pas pu fêter son anniversaire ?

### Annexe 2

#### Production du groupe 1 d'élèves :

<p>On a utilisé un tableur avec une colonne « âge », une colonne « somme des bougies » et une colonne « somme -1999 ». On obtient le tableau ci-contre.</p> <p>On peut conclure que cet homme n' a pas eu de gâteau à 17 ans ou à 81 ans.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>âge</td> <td>somme</td> <td>somme - 1999</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>-1998</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>61</td> <td>60</td> <td>1830</td> <td>-169</td> </tr> <tr> <td>62</td> <td>61</td> <td>1891</td> <td>-108</td> </tr> <tr> <td>63</td> <td>62</td> <td>1953</td> <td>-46</td> </tr> <tr> <td>64</td> <td>63</td> <td>2016</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>65</td> <td>64</td> <td>2080</td> <td>81</td> </tr> <tr> <td>66</td> <td>65</td> <td>2145</td> <td>146</td> </tr> <tr> <td>67</td> <td>66</td> <td>2211</td> <td>212</td> </tr> <tr> <td>68</td> <td>67</td> <td>2278</td> <td>279</td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	1	âge	somme	somme - 1999	2	1	1	-1998	⋮				61	60	1830	-169	62	61	1891	-108	63	62	1953	-46	64	63	2016	17	65	64	2080	81	66	65	2145	146	67	66	2211	212	68	67	2278	279
	A	B	C																																														
1	âge	somme	somme - 1999																																														
2	1	1	-1998																																														
⋮																																																	
61	60	1830	-169																																														
62	61	1891	-108																																														
63	62	1953	-46																																														
64	63	2016	17																																														
65	64	2080	81																																														
66	65	2145	146																																														
67	66	2211	212																																														
68	67	2278	279																																														

#### Production du groupe 2 d'élèves :

On résout :  $S_n = 1999 + x$  où  $x$  est l'anniversaire non fêté et  $S_n$  le nombre de bougies d'anniversaire depuis l'âge de 1 an.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 1999 + x \Leftrightarrow n^2 + n - 2(1999 + x) = 0$$

On obtient alors :  $\Delta = 1 + 8(1999 + x) = 15993 + 8x$

Pour  $x = 17$ , on obtient  $\Delta = 16129 = 127^2$

Donc à 17 ans, il n'a pas eu d'anniversaire.