

Une enseignante a proposé à sa classe le problème présenté en annexe 1. Les réponses de deux groupes d'élèves se trouvent en annexe 2.

1. Analyser les productions de ces deux groupes d'élèves au regard des compétences « Modéliser », « Chercher » et « Communiquer ».
2. Mettre en évidence les réussites et les éventuelles erreurs de ces deux groupes d'élèves.
3. Préciser les connaissances et les capacités mises en jeu dans ce problème.
4. Exposer une correction de ce problème telle qu'elle pourrait être présentée à une classe de première .

5. Proposer un exercices d'Arithmétique de niveau collège qui permet de travailler la compétence « Raisonner ». Justifier vos choix et préciser vos sources.

Annexe 1

Énoncé du problème :

Un homme a gardé toutes les bougies de chacun de ses anniversaires depuis son premier anniversaire. Il lui manque cependant les bougies d'une année où il n'a pas pu le fêter. Chaque année, il met sur le gâteau autant de bougies que son âge. A ce jour, il a conservé en tout 1999 bougies. À quel âge n'a-t-il pas pu fêter son anniversaire ?

Annexe 2

Production du groupe 1 d'élèves :

On a utilisé un tableur avec une colonne « âge », une colonne « somme des bougies » et une colonne « somme -1999 ». On obtient le tableau ci-contre.

On peut conclure que cet homme n' a pas eu de gâteau à 17 ans ou à 81 ans.

	A	B	C
1	âge	somme	somme - 1999
2	1	1	-1998
⋮			
61	60	1830	-169
62	61	1891	-108
63	62	1953	-46
64	63	2016	17
65	64	2080	81
66	65	2145	146
67	66	2211	212
68	67	2278	279

Production du groupe 2 d'élèves :

On résout : $S_n = 1999 + x$ où x est l'anniversaire non fêté et S_n le nombre de bougies d'anniversaire depuis l'âge de 1 an.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 1999 + x \Leftrightarrow n^2 + n - 2(1999 + x) = 0$$

On obtient alors : $\Delta = 1 + 8(1999 + x) = 15993 + 8x$

Pour $x = 17$, on obtient $\Delta = 16129 = 127^2$

Donc à 17 ans, il n'a pas eu d'anniversaire.