

Ex 2

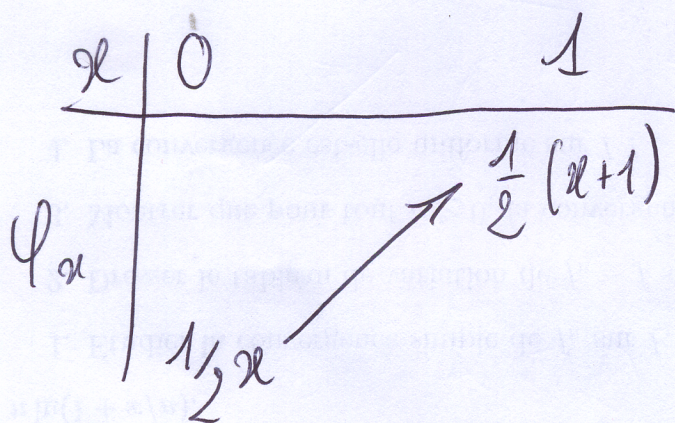
(1)

1) $\varphi_x = [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$t \mapsto t + \frac{1}{2}(x - t^2)$$

φ_x est polynôme donc \mathcal{C}^∞

$$\varphi_x'(t) = 1 + \frac{1}{2}(-2t) = 1 - t \geq 0 \text{ sur } [0, 1]$$



2) Rec. sur n :

Init: $f_0(x) = 0$ est un polynôme.

H/R: $f_n(x)$ polynôme ($\in \mathbb{R}[x]$)

$$f_{n+2}(x) = f_n(x) + \frac{1}{2} \left(x - f_n^2(x) \right) \in \mathbb{R}[x]$$

$\in \mathbb{R}[x]$ car
somme de polynôme
est polynôme

car $\mathbb{R}[x]$ est