⑥ $u_n = (-1)^n \frac{2^n (\sin \alpha)^{2n}}{n^\beta}$ (sans les séries entières) ⑫

On commence par CVA :

$$|u_n| = \frac{|2\sin^2(\alpha)|^n}{n^\beta} = \frac{(2\sin^2(\alpha))^n}{n^\beta}$$

Cauchy : $\sqrt[n]{|u_n|} = \frac{2\sin^2(\alpha)}{n^{\beta/n}} = \frac{2\sin^2(\alpha)}{e^{\beta \frac{\ln(n)}{n}}} \xrightarrow[\text{cc}]{} 2\sin^2(\alpha)$

⊗ Si $2\sin^2(\alpha) < 1$, $\sum |u_n|$ CV d'où (CVA)

$\sum u_n$ CV

⊗ Si $2\sin^2(\alpha) > 1$, $|u_n| \to +\infty$, donc $u_n \not\to 0$

$\sum u_n$ DV

⊗ Reste $2\sin^2(\alpha) = 1$

$u_n = \frac{(-1)^n}{n^\beta}$ ($\sum u_n \sum \frac{(-1)^n}{n^\beta}$) zêta alterné

$\sum u_n$ CV $\Leftrightarrow \beta > 0$