Outils mathématiques S1 – DS de janvier 2023 – NOM : **Groupe :** **Note :**

20 points, 90 minutes. Les parties sont indépendantes. Calculatrice collège et formulaire manuscrit A4 recto-verso autorisés. Répondre ***uniquement*** *sur ce sujet.*

Partie 1 : Études graphiques – *5 points*

1. Déterminer l'équation de la fonction $g(x)$, causale et sinusoïdale, dont la courbe est reportée sur la figure 3 ci-dessous. *(2 pt)*

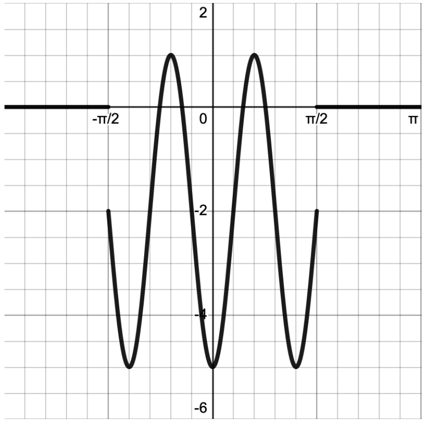

Figure 3

2. La courbe C_f représentative de la fonction $f(x) = A \cdot [1 - e^{-\alpha x}]$ est reportée sur la Figure 1. Déterminer graphiquement les valeurs de A et α. *(1,5 pt)*

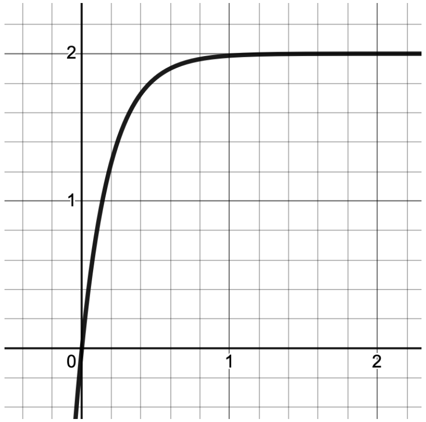

Figure 1.

3. La courbe représentative de la fonction $h(x)$ est reportée sur la figure 2. Analyser la continuité et la dérivabilité de h en $x = 1$ et en $x = 3$. *(1,5 pt)*

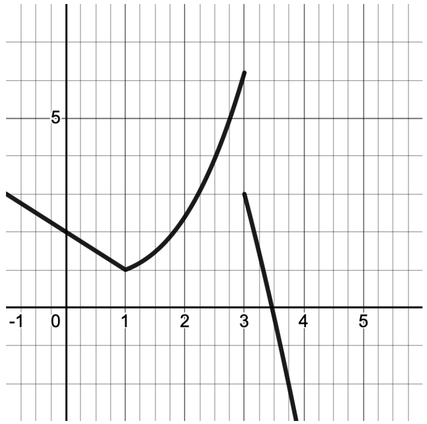

Figure 2.

Partie 2 : Continuité et dérivabilité – *4 points*

1. On considère la fonction $g(x)$ définie par $g(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 \text{ si } x < 0 \\ \exp(x) \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

   (a) Étudier la continuité de g en $x = 0$. *(1 pt)*

   (b) Étudier la dérivabilité de g en $x = 0$. *(1,5 pt)*

2. Prolonger la fonction $f(x) = \dfrac{\ln(x-1)}{x^2 - 4}$ par continuité en $x = 2$. *(1,5 pt)*

Partie 3 : Fonctions réciproques – *3 points*

1. Soit la fonction $h(x) = \arccos(x^2 - 1)$. *(2 pt)*

   (a) Question de cours : donner l'ensemble de définition de $\arccos(x)$.

   (b) En déduire l'ensemble de définition de h.

   (c) Calculer la dérivée de h.

2. Donner une mesure en degrés d'un angle ayant un cosinus de $-\sqrt{3}/2$ et un sinus de $-1/2$. *(1 pt)*

Partie 4 : Étude de branches infinies – *8,5 points*

1. On considère la fonction $f(x) = \dfrac{2x^3 + x^2 + 1}{x^2 - x - 6}$. *(6 pt)*

   (a) Tout d'abord, déterminer l'ensemble de définition de f.

   (b) Passer ensuite à l'étude des branches infinies de C_f, en commençant dans cette question par établir les équations des **asymptotes verticales**, en précisant les valeurs des limites de la fonction.

   (c) Poursuivre l'étude des branches en établissant, dans cette question, les équations des **asymptotes obliques** (ou **horizontales**) de C_f.

(d) Enfin, donner la position relative de C_f par rapport à son asymptote quand $x \to +\infty$.

2. Soit enfin la fonction $g(x) = x + 1 - \sqrt{x}$. Après avoir donné l'ensemble de définition de g, étudier ses branches infinies. *(2,5 pt)*