

NOM :

GROUPE :

NOTE :

/4

Étudier les branches infinies¹ de la fonction $f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + x + 3}{x^2 - 3x + 2}$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ x / x^2 - 3x + 2 = 0 \right\} \quad \Delta = 9 - 4 \times 2 \times 1 = 1 \quad \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3-1}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{3+1}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f =]-\infty; 1[\cup]1; 2[\cup]2; +\infty[$$

* $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 5x^2 + x + 3}{x^2 - 3x + 2} \rightarrow \frac{1}{0}$
 négatif pour $x \in]1; 2[$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$$

(avec explications)

$D_1: x=1$ est A.V. à ∞

* De même: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow D_2: x=2$ est A.V. à ∞

* $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^3} = +\infty \Rightarrow$ Recherche d'A.O.

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x^2 + x + 3}{x^3 - 3x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^3} = 2 = m$$

$$p = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x^2 + x + 3 - 2x^3 + 6x^2 - 4x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 3x + 2} = 1 = p$$

$D_3: y = 2x + 4$ est A.O. à ∞

Position relative: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - mx - p = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 3 - x^2 + 3x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = 0^+ \Rightarrow f \text{ est au-dessus de } D_3$$

Enfin, en procédant de même en $-\infty$, on retrouve les mêmes résultats

D_3 est A.O. à ∞ et f est au-dessus de D_3 .